

Енергетичний підхід до оцінки швидкості росту коротких утомних тріщин у пластинах

О. Є. Андрейків¹, Н. С. Штаюра², Р. Я. Ярема

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна

¹ andreykiv@ipm.lviv.ua

² shtajura_natalija@ukr.net

Розвинуто енергетичний підхід, на основі якого побудовано розрахункову модель визначення періоду докритичного росту коротких утомних тріщин у пружно-пластичних пластинах із використанням питомих енергетичних складових. Запропоновано формулу для наближеного визначення розкриття у вершині коротких тріщин через відносний рівень навантаження пластини і коефіцієнт інтенсивності напружень. Отримані результати зіставляються з відомими експериментальними даними. Із запропонованої моделі та порівняння отриманих результатів з експериментальними випливає, що за різних відносних рівнів навантаження пластини з короткою тріщиною швидкість її росту може бути різною при однакових коефіцієнтах інтенсивності напружень. Проте, в запропонованій моделі зберігається єдиність залежності швидкості росту короткої тріщини від питомої роботи пластичних деформацій в області передруйнування або від розкриття у вершині тріщини, якщо усереднені напруження не змінюються.

Ключові слова: розрахункова модель, період докритичного росту коротких тріщин, енергетичний підхід, відносний рівень навантаження пластини, коефіцієнт інтенсивності напружень, розкриття у вершині тріщини.

Позначення

l_*	– критична довжина тріщини
l_0	– початкова довжина тріщини
p	– параметр навантаження пластини
$\delta_{t \max}(0), \delta_{t \min}(0)$	– відповідно максимальне і мінімальне розкриття $\delta_t(0)$ у вершині тріщини за цикл
δ_{fc}	– критичне значення $\delta_t(0)$ за циклічного навантаження
$\delta_{th \max}$	– максимальне розкриття у вершині тріщини, за якого не відбувається її поширення
σ_t	– середнє напруження в області передруйнування
α_0	– константа, яка визначається з експерименту
V	– швидкість поширення утомної тріщини
ξ	– відносний рівень навантаження пластини, $\xi = p\sigma_t^{-1}$
$K_{I \min}, K_{I \max}$	– мінімальне і максимальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень за цикл
R	– коефіцієнт асиметрії циклу навантаження в компонентах K_I , $R = K_{I \min} / K_{I \max}$
R_δ	– коефіцієнт асиметрії циклу навантаження в компонентах δ , $R_\delta = \delta_{\min} / \delta_{\max}$

- E – модуль Юнга
 K_{fc} – критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень за циклічного навантаження
 K_{th} – значення коефіцієнта інтенсивності напружень, за якого не відбувається поширення тріщини
 N_* – період докритичного росту утомної тріщини

Вступ. Утома матеріалів і елементів конструкцій досліджується в багатьох роботах [1–3]. Їх аналіз і синтез свідчить про те, що існує широкий спектр практичних проблем, пов'язаних з утомою матеріалів, які на даному етапі не дають змоги розробити досить точні рекомендації для антиутомного конструювання. Однією з таких проблем є проблема коротких тріщин. Суть цієї проблеми полягає в тому, що досить ефективні методи лінійної механіки утомного руйнування не можна використовувати при визначенні періоду докритичного росту коротких тріщин.

Проблему коротких тріщин досліджувало багато вчених. Найбільш коректні дослідження, на наш погляд, виконано Р. Річі [4] та К. Міллером [5], який весь період росту утомної тріщини розбивав на три етапи в залежності від її розміру (мікροструктурно коротка, фізично мала і довга). Цю ідею використовували й інші дослідники [6–8]. Так, в [8] запропоновано для кожного етапу ввести свої порогові коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН). Багато інших авторів досліджували вплив різних чинників на кінетику поширення коротких тріщин. Зокрема, в [9] досліджувався вплив властивостей матеріалів, у [10, 11] – структури матеріалів, у [12] – середніх напружень, у [13] – градієнта напружень, у [14] – середовища, а статистичні аспекти поширення коротких тріщин розглянуто в [15]. Широкий огляд результатів досліджень поширення коротких тріщин представлено у роботах [16, 17].

У даній роботі запропоновано інший, порівняно з відомими, енергетичний підхід, згідно з яким швидкість росту короткої утомної тріщини визначається через питому роботу пластичних деформацій в області передруйнування або через розкриття у вершині тріщини, якщо середні напруження в області передруйнування не змінюються з часом. При цьому нижнє порогове значення параметра, що контролює кінетику поширення короткої утомної тріщини, вибирається найбільшим із значень розкриття вершини утомної тріщини, за якого її поширення припиняється. Якщо це перевести в терміни КІН, то швидкість росту короткої утомної тріщини буде визначатися через відносний рівень навантаження пластини та КІН. У такому випадку нижнє порогове значення КІН уже не буде константою, як і в роботі [8].

Постановка задачі та метод її розв'язку. Розглянемо пластину (рис. 1) з прямолінійною тріщиною початкового розміру l_0 , яка розміщена вздовж вісі Ox з початком O у вершині тріщини. Зусилля p прикладено так, що у пластині виникає напружено-деформований стан, симетричний відносно вісі Ox .

Вважаємо, що зовнішні навантаження p симетричні відносно лінії розміщення тріщини та змінюються циклічно зі зміною числа циклів навантаження N .

Задача полягає у визначенні такого числа циклів зовнішнього навантаження (періоду докритичного росту утомної тріщини) $N = N_*$, після якого тріщина підросе до критичного розміру $l = l_*$, і пластина зруйнується.

Для розв'язку задачі побудуємо розрахункову модель, яка базується на першому законі термодинаміки [18]. Енергію деформування матеріалу в області передруйнування перед вершиною тріщини представимо у вигляді [19]

$$W = W_s + W_p^{(1)}(l) + W_p^{(2)}(N) - W_p^{(3)}(N), \quad (1)$$

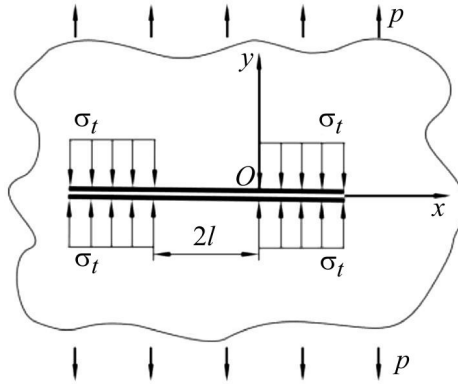


Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщиною.

де W_s – пружна складова W ; $W_p^{(1)}(l)$ – частина роботи пластичних деформацій, яка залежить тільки від довжини тріщини l ; $W_p^{(2)}(N)$ – частина роботи пластичних деформацій від зовнішніх зусиль, яка виділяється при постійній довжині тріщини під час інкубаційного періоду підготовки її стрибка і залежить тільки від N ; $W_p^{(3)}(N)$ – частина роботи пластичних деформацій під час розвантаження тіла і стиску області передруйнування, яка залежить тільки від N і генерується самим тілом.

Підставимо вираз (1) в умову балансу швидкостей зміни складових енергій [18] і отримаємо

$$\frac{\partial A}{\partial N} = \frac{\partial W}{\partial N} + \frac{\partial \Gamma}{\partial N} \quad (2)$$

або аналогічно [18] –

$$\frac{\partial [\Gamma - (A - W_s - W_p^{(1)})]}{\partial l} \frac{\partial l}{dN} - \frac{\partial W_p^{(3)}}{\partial N} = 0, \quad (3)$$

де A – робота зовнішніх сил; Γ – енергія руйнування тіла.

Із рівняння (3) знайдемо швидкість поширення тріщини $V = dl/dN$:

$$dl/dN = [\partial W_p^{(3)} / \partial N] / \partial [\Gamma - (A - W_s - W_p^{(1)})] / \partial l. \quad (4)$$

Вираз у знаменнику запишемо так [18, 19]:

$$\partial [\Gamma - (A - W_{sp} - W_{pl}^{(1)})] / \partial l = \gamma_f - \gamma_t, \quad (5)$$

де $2\gamma_f = \sigma_t \delta_{fc}$; $2\gamma_t = \sigma_t \delta_{t \max}(l)$ – відповідно вирази для визначення питомої енергії руйнування і питомої роботи пластичних деформацій в області передруйнування при поширенні утомної тріщини; $\delta_{t \max}(0)$, $\delta_{t \min}(0)$ – відповідно максимальне і мінімальне розкриття $\delta_t(0)$ тріщини за цикл у її вершині при усередненому напруженні σ_t в області передруйнування; δ_{fc} – критичне значення $\delta_t(0)$ за циклічного навантаження.

Тоді співвідношення (4) для визначення швидкості поширення утомної тріщини набуде вигляду

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\partial W_p^{(3)}}{\partial N} \frac{1}{\gamma_f - \gamma_t}. \quad (6)$$

Величину $W_p^{(3)}(N)$ на основі результатів робіт [18, 19] можна записати так:

$$W_p^{(3)}(N) = \alpha_0 N \{ \sigma_t [\delta_{t \max}(0, \xi) - \delta_{t \min}(0, \xi)]^2 - W_0^{(3)} \}, \quad (7)$$

де α_0 – константа, яка визначається з експерименту [3, 20]; $W_0^{(3)}$ – робота пластичних деформацій в області передруйнування за цикл, яка не викликає утомного руйнування матеріалу і визначається так:

$$W_0^{(3)} = \sigma_t N (\delta_{th \max} - \delta_{th \min})^2; \quad (8)$$

вираз $(\delta_{th \max} - \delta_{th \min})^2$ побудовано аналогічно (7); $\delta_{th \max}$ – максимальне розкриття у вершині тріщини, за якого не відбувається її поширення; $\delta_{th \min}$ – нижнє порогове значення $\delta_{t \max}$ на кінетичній діаграмі утомного руйнування, яке визначається з експерименту і є характеристикою матеріалу.

З урахуванням співвідношення (7) рівняння (6) запишемо у вигляді

$$dl/dN = \alpha_0 \sigma_t [(\delta_{t \max} - \delta_{t \min})^2 - (\delta_{th \max} - \delta_{th \min})^2] (\sigma_t \delta_c - \sigma_t \delta_{t \max})^{-1}. \quad (9)$$

Рівняння (9) представимо на основі (5) через енергетичні складові таким чином:

$$dl/dN = 0,5 \alpha_0 \sigma_t^{-1} (1-R)^4 (\gamma_t^2 - \gamma_{th}^2) (\gamma_f - \gamma_t)^{-1}. \quad (10)$$

Тоді початкові і кінцеві умови для (10) матимуть вигляд

$$N = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N = N_*, \quad l(N_*) = l_*. \quad (11)$$

Критичну довжину тріщини $l = l_*$ визначаємо з такого енергетичного критерію:

$$\gamma_t(l_*) = \gamma_f. \quad (12)$$

Отже, за відомих сталих матеріалу α_0 , γ_f , γ_{th} період докритичного росту тріщин $N = N_*$ визначають зі співвідношень (10)–(12).

Якщо в рівнянні (10) коефіцієнт асиметрії циклу $R_\delta = \text{const}$, то єдиною змінною залишається питома робота пластичних деформацій в області передруйнування $\gamma_t(l)$, яку визначаємо через розкриття у вершині тріщини $\delta_{\max t}(0)$ так:

$$\gamma_t(l) = 0,5 \sigma_t \delta_{t \max}(0). \quad (13)$$

Отже, для реалізації рівняння (10) необхідно визначити розкриття у вершині тріщини $\delta_{t \max}(0)$. Наближений підхід до розв'язку такої задачі у випадку пластин із прямолінійними тріщинами описано нижче.

Визначення розкриття у вершині короткої тріщини за розтягу пластини. Розглянемо випадок розтягу зусиллями p нескінченної пластини з механічно короткою прямолінійною тріщиною довжини $2l$ (рис. 1) з пружно-пластичного матеріалу. Задача полягає у визначенні величини розкриття δ_t у вершині тріщини.

Величину $\delta_t = \delta_{t\Gamma}$ в цьому рівнянні для задачі Гріффітса визначаємо на основі [21]:

$$\delta_{t\Gamma} = \pi l p^2 (E\sigma_t)^{-1} f(\xi), \quad f(\xi) = -8(\pi\xi)^{-2} \ln[\cos(0,5\pi\xi)], \quad \xi = p\sigma_t^{-1}. \quad (14)$$

Функція $f(\xi)$ є досить складною для знаходження аналітичного розв'язку задачі про залишкову міцність пластини і визначення її періоду докритичного росту за циклічного навантаження. Тому для спрощення аналітичних перетворень представимо її наближено у вигляді

$$f(\xi) \approx (1 - \xi^2)^{-1}. \quad (15)$$

Нижче показано, що така неточність призводить до незначних похибок, які йдуть у запас залишкової міцності пластини з тріщиною (рис. 2).

Тоді формулу (14) на основі (15) запишемо наступним чином:

$$\delta_{t\Gamma} \approx \pi l p^2 / E\sigma_t (1 - \xi^2) = K_{II}^2 / E\sigma_t (1 - \xi^2), \quad (16)$$

де K_{II} – КІН біля вершини тріщини (задача Гріффітса [21]).

На основі методу еквівалентних напружених станів [20] величину розкриття δ_t у вершині коротких прямолінійних тріщин в інших досліджуваних пластинах за симетрично напруженого стану можна наближено представити так:

$$\delta_t \approx K_I^2 K_{II}^{-2} \delta_{t\Gamma}, \quad (17)$$

де K_I – КІН для пластин із короткими прямолінійними тріщинами.

На основі (16) і (17) для будь-яких пластин із короткими прямолінійними тріщинами за симетричного навантаження величину δ_t наближено будемо визначати за формулою

$$\delta_t = K_I^2 [E\sigma_t (1 - \xi^2)]^{-1}. \quad (18)$$

Цю формулу можна ефективно використовувати для визначення граничного значення зовнішнього навантаження $p = p_*$. Так, для задачі Гріффітса на основі співвідношень (12) і (18) отримаємо наступну формулу для визначення критичного значення зовнішнього навантаження $p = p_*$:

$$p_* = \sigma_t \sqrt{2\gamma_f E (2\gamma_f E + \pi l \sigma_t^2)^{-1}}. \quad (19)$$

Запишемо цей вираз із використанням параметра ψ :

$$\frac{p_*}{\sigma_t} = \sqrt{8 / (8 + \pi^2 \psi)}, \quad \psi = 8\sigma_t l (\pi \delta_c E)^{-1}, \quad (20)$$

де δ_c – критичне розкриття у вершині тріщини, при досягненні якого пластина руйнується.

Для макротріщин ($\pi^2 l^2 \sigma_t^4 \gg 16E^2 \gamma_f^2$) із формули (20) за допомогою критерію Ірвіна отримаємо розв'язок задачі Гріффітса [21]:

$$\frac{p_*}{\sigma_t} = 2\pi^{-1} \sqrt{2\psi^{-1}}. \quad (21)$$

Розв'язок цієї задачі за допомогою δ_c -моделі приведено раніше [21]:

$$\frac{p^*}{\sigma_t} = 2\pi^{-1} \delta_t \arccos e^{-\psi^{-1}}. \quad (22)$$

На рис. 2 наведено дані порівняння розв'язків задачі Гріффітса (20), (21) та (22). Видно, що вираз (20) є коректним і ефективним за своєю простотою при розв'язку більш складних задач механіки руйнування. Зазначимо, що, на відміну від розв'язку задачі Гріффітса за критерієм Ірвіна, вираз (20) є коректним навіть для малих тріщин. Перевіримо точність наближеної формули (18) порівняно з більш точними результатами, відомими з літературних джерел.

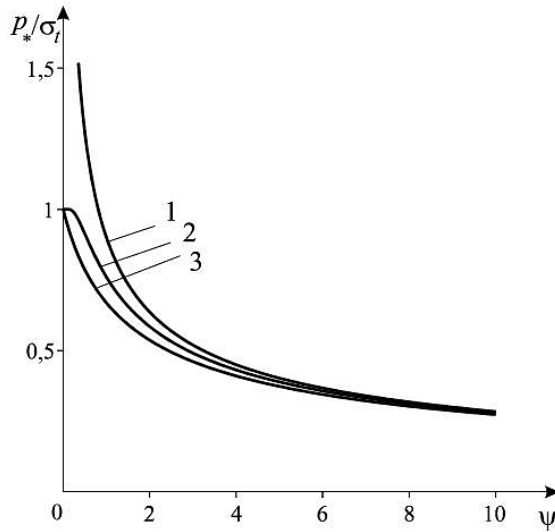


Рис. 2. Порівняння розв'язків задачі Гріффітса: 1 – за критерієм Ірвіна (21); 2 – за δ_c -моделлю (22); 3 – розв'язок (20). Тут $\psi = 8\sigma_t l / \delta_{Ic} \pi E$, δ_c – критичне розкриття у вершині тріщини, за якого пластина руйнується.

Приклад 1. Розглянемо задачу про розтяг смуги з двома боковими тріщинами довжини l (рис. 3,а). Смуга шириною $2L$ та довжиною $2h$ розтягується зусиллями p . Задача полягає у визначенні розкриття вершини тріщини δ_t . Розкриття вершини тріщини визначимо за допомогою (18). Коефіцієнт інтенсивності напруження K_I для пластины з двома боковими тріщинами знаходимо за формулою [22]

$$K_I = p\sqrt{\pi l} f(\lambda), \quad (23)$$

$$f(\lambda) = (1-\lambda)^{-0.5} (1,122 - 0,561\lambda - 0,205\lambda^2 + 0,471\lambda^3 - 0,190\lambda^4), \quad \lambda = c/L.$$

Тоді з формул (18) і (23) отримаємо

$$\delta_t = \pi \sigma_0 L \xi^2 \lambda E^{-1} (1 - \xi^2)^{-1} f^2(\lambda). \quad (24)$$

Відносне розкриття у вершині тріщини визначається за формулою [23]

$$\delta^* = 0,25\pi E \delta_t (\sigma_t L)^{-1}. \quad (25)$$

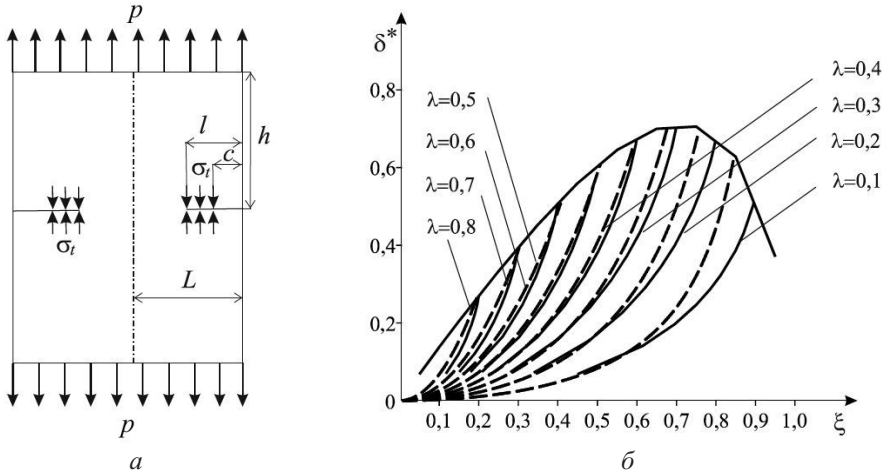


Рис. 3. Схема розтягу пластини з двома боковими тріщинами ($h/L = 3$) – а і залежність відносного розкриття у вершині тріщини δ^* від $\xi = p/\sigma_t$: суцільні лінії – числові дані Хаеса та Вільмса [23], штрихові лінії – залежність за формулою (26) – б. ($\lambda = c/L$, $0,3 \leq \lambda \leq 0,8$.)

Зі співвідношень (24) і (25) отримаємо формулу для визначення розкриття у вершині тріщини:

$$\delta^* = 0,25\pi^2 \xi^2 \lambda (1 - \xi^2)^{-1} f^2(\lambda). \quad (26)$$

Порівняємо величину розкриття δ^* у вершині тріщини, отриману аналітично за формулою (26), з числовими даними [23] для пластини з двома боковими тріщинами. Для цього побудуємо залежність відносного розкриття у вершині тріщини від відношення прикладеного навантаження p до напруження σ_t (рис. 3,б). Видно, що для $0,3 \leq \lambda \leq 0,8$ відхилення аналітичного розв'язку (26) від числового [23] є незначним (не перевищує 12%). Для задач інженерної практики така точність є допустимою, оскільки ця незначна неточність іде у запас міцності.

Отже, виведена формула (26) ефективно визначає відносну величину розкриття у вершинах бокових тріщин у пластині (рис. 3) в залежності від навантаження і лінійних розмірів пластини та тріщини, що певною мірою підтверджує коректність формули (18) та її достатню точність для інженерних розрахунків. Формулу (18) буде використано для розв'язку вищенаведених задач про поширення коротких утомних тріщин у пластинах.

Визначення швидкості поширення коротких тріщин у пластинах. Підставимо співвідношення (18) у рівняння (9) і отримаємо залежність для визначення швидкості поширення короткої тріщини у пластинах за симетричного циклічного навантаження:

$$dl/dN = \alpha_0 (1 - R)^4 (K_{I_{\max}}^4 - K_{th}^4) [4E\sigma_t (1 - \xi^2) (K_{fc}^2 - K_{I_{\max}}^2)]^{-1}. \quad (27)$$

Величина K_{th} , яка має бути нижнім пороговим значенням $K_{I_{\max}}$, на основі формули (18) визначається так:

$$K_{th} = \sqrt{\delta_{th} \sigma_t E (1 - \xi^2)}. \quad (28)$$

Як випливає з формули (28), величина K_{th} не є постійною і залежить від рівня навантаження ξ , тобто вона буде різною для усіх випадків поширення тріщини за

відповідних рівнів навантаження. Цей висновок підтверджують результати роботи [8], де для кожного з трьох характерних розмірів тріщини пропонується інше значення K_{th} .

Рівняння (27) з відповідними початковою і кінцевою умовами

$$N = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N = N_*, \quad l(N_*) = l_* \quad (29)$$

і складає розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту утомної прямолінійної тріщини $N = N_*$ незалежно від її розмірів (за винятком мікроструктурно коротких тріщин). Критичну довжину $l = l_*$ тріщини визначають із критерію критичного розкриття тріщини (КРТ) [21]:

$$\delta_t(l_*) = \delta_{fc}. \quad (30)$$

Якщо рівень зовнішнього навантаження є достатньо малим, тобто $\xi \rightarrow 0$ (при великих розмірах тріщини), математична модель (27)–(30) зводиться до вигляду

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dN} &= \alpha_0(1 - R^2)^2 (K_{I\max}^4 - K_{th}^4) [4E\sigma_t (K_{fc}^2 - K_{I\max}^2)]^{-1}, \\ N = 0, \quad l(0) &= l_0; \quad N = N_*; \quad l(N_*) = l_*; \quad K_I(l_*) = K_{fc}. \end{aligned} \quad (31)$$

Порівняємо результати, отримані за допомогою розробленої математичної моделі, з експериментальними даними побудови кінетичної діаграми росту короткої утомної тріщини (сплав Fe–3%Si) [24].

Приклад 2. Для побудови кінетичної діаграми росту короткої утомної тріщини використано [24] силову схему кругового згину циліндричного зразка зі сплаву Fe–3%Si діаметром 5 мм із поверхневою напівеліптичною тріщиною. Навантаження зразка згинальним моментом M проводили в шість етапів так, що максимальні нормальні напруження на поверхні зразка набували значень $\sigma_p = 520; 560; 640; 800; 840; 880$ МПа ($\sigma_{0,2} \approx \sigma_t \approx 1300$ МПа) [24]. Поверхневі тріщини утворювалися від малого ненаскрізного отвору діаметром і глибиною 0,3 мм. Розмір початкового дефекту рівний діаметру отвору ($2l_0 = 0,3$ мм). Проте, експериментальні дані для побудови кінетичних діаграм отримано для тріщин, які щонайменше вдвічі перевищують розміри отвору ($2l \geq 0,6$ мм), тобто пружно-пластична ситуація біля контуру тріщини вже мало залежить від форми початкового дефекту.

На рис. 4,а наведено результати експериментальних досліджень [24], за якими знайдено характеристики α_0 , K_{th} , K_{fc} , E , σ_t (31). Як видно, для одного й того ж значення КІН та однакового матеріалу швидкість V поширення короткої утомної тріщини може бути суттєво різною (штрихова лінія для K_{Ii} на рис. 4,а). Це означає, що КІН не може бути інваріантною характеристикою для визначення швидкості V поширення короткої утомної тріщини і відповідно залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій.

Швидкість V поширення короткої утомної тріщини в параметрах δ_t визначимо за допомогою співвідношення (9) із використанням формули (24) та експериментальних даних [24]. Вплив геометрії дефектів (напівеліптичні тріщини з великою l і малою b півосями) на величину δ_t враховано наближено методом еквівалентних станів, а на кінетику поширення утомної тріщини – методом еквівалентних площ [20]. На основі цього на рис. 4,б побудовано кінетичну діаграму росту короткої утомної тріщини (графічна залежність $V \sim \delta_t$) у сплаві Fe–3%Si для різних рівнів навантаження. Як видно, експериментальні дані [24] для різних рівнів навантаження знаходяться в межах їхнього розкиду на одній кривій та описуються однією аналі-

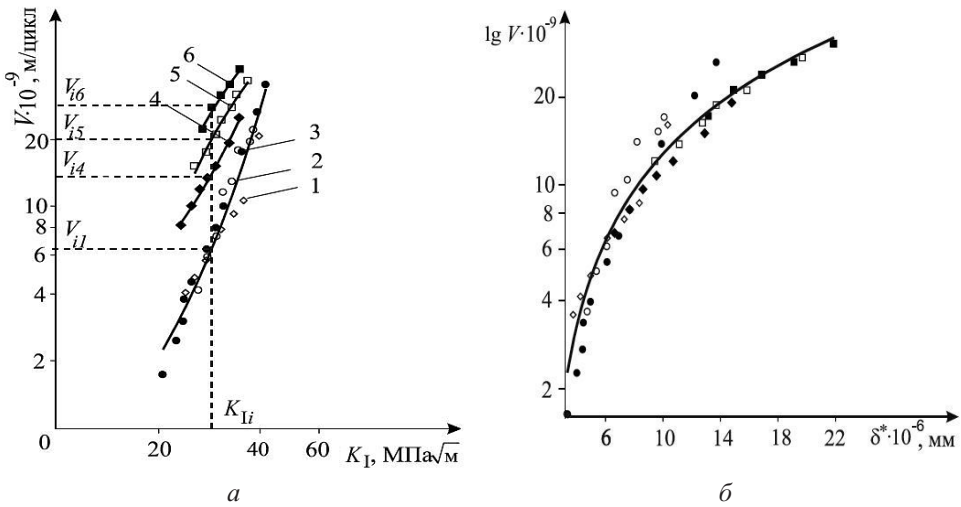


Рис. 4. Залежність швидкості поширення тріщини від КІН [24] для різних рівнів навантаження p : 1 – $\sigma_p = 520$ МПа, 2 – $\sigma_p = 560$ МПа, 3 – $\sigma_p = 640$ МПа, 4 – $\sigma_p = 800$ МПа, 5 – $\sigma_p = 840$ МПа, 6 – $\sigma_p = 880$ МПа, суцільні лінії – за рівнянням (31) – а і від розкриття тріщини в її вершині δ^* (26), суцільна лінія – за співвідношенням (27) – б.

тичною залежністю (9). Це підтверджує те, що співвідношення (9), як і (28), добре описують експериментальні дані й можуть використовуватися для коректного визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій з короткими тріщинами.

Висновки

1. На основі енергетичного підходу побудовано розрахункову модель визначення періоду докритичного росту коротких утомних тріщин у пружно-пластичних пластинах через питому роботу пластичних деформацій в зоні передруйнування. Для цього крім характеристик циклічної тріщиностійкості матеріалів α_0 , K_{th} , K_{fc} , механічних характеристик E , σ_t , коефіцієнта інтенсивності напружень $K_{I\max}$, коефіцієнта асиметрії циклу R , що використовуються в традиційних підходах, треба знати відносний рівень навантаження пластини $\xi = p/\sigma_t$.

2. Запропоновано формулу для наближеного визначення розкриття у вершині коротких тріщин через відносний рівень навантаження пластини і коефіцієнт інтенсивності напружень.

3. Із запропонованої моделі та порівняння отриманих результатів із даними експериментальних досліджень випливає, що за різних відносних рівнів навантаження пластини з короткою тріщиною швидкість її росту може бути різною при однакових значеннях коефіцієнтів інтенсивності напружень. Проте, в запропонованій моделі зберігається єдиність залежності швидкості росту короткої тріщини від питомої роботи пластичних деформацій в області передруйнування або від розкриття у вершині тріщини, якщо усереднені напруження не змінюються.

Резюме

Развит энергетический подход, на основании которого построена расчетная модель определения периода докритического роста коротких усталостных трещин в упруго-пластических пластинах с использованием удельных энергетических составляющих.

Предложена приближенная формула для определения раскрытия в вершине коротких трещин через относительный уровень нагружения пластины и коэффициент интенсивности напряжений. Полученные результаты сравниваются с известными экспериментальными данными. Из предложенной модели и сравнения полученных результатов с экспериментальными следует, что при различных относительных уровнях нагружения пластины с короткой трещиной скорость ее роста может быть разной при одинаковых коэффициентах интенсивности напряжений. В отличие от этого, в предложенной модели сохраняется единственность зависимости скорости роста короткой трещины от удельной работы пластических деформаций в области предразрушения или от раскрытия в вершине трещины, если усредненные напряжения не изменяются.

1. *Schijve J.* Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art // *Mater. Sci.* – 2003. – **39**, No. 3. – P. 307–333.
2. *Троценко В. Т.* Деформирование и разрушение металлов при малоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 343 с.
3. *Романив О. Н., Ярема С. Я., Никифорчин Г. Н. и др.* Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1990. – 680 с.
4. *Ritchie R. and Suresh S.* Mechanics and physics of the growth of small cracks // *AGARD Conf. Proc.*, 1983. – No. 328. – P. 1.1–1.14.
5. *Miller K. J.* The behaviour of short fatigue cracks and their initiation. Pt. II. A general summary // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1987. – **10**. – P. 93–113.
6. *Davidson D., Chan K., McClung R., and Hudak S.* Small fatigue cracks // *Compr. Struct. Integr.* – 2003. – **4**. – P. 129–164.
7. *Tanaka K. and Akinawa Y.* Modeling of fatigue crack growth: mechanistic models // *Ibid.* – P. 165–189.
8. *Герасимчук О. М., Кононученко О. В.* Модель для прогнозування втомної довговічності титанових сплавів. Повідом. 1. Розробка моделі втомної довговічності до ініціювання мікроструктурно короткої тріщини і моделі росту фізично малої та довгої тріщин // *Пробл. прочності.* – 2013. – № 1. – С. 64–79.
9. *Nisitani H. and Kawagoishi N.* Fatigue crack growth law in small cracks and its application to the evaluation of fatigue life // *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. A.* – 1983. – **49**. – P. 431–440.
10. *Taylor D. and Knott J. F.* Fatigue crack propagation behavior of short cracks; the effect of microstructure // *Fatigue Eng. Mater. Struct.* – 1981. – **4**. – P. 147–155.
11. *Kawagoishi N., Nisitani H., and Toyohiro T.* Minimum fatigue crack length for the application of small-crack growth law // *JSME Int. J.* – 1992. – **35**. – P. 234–240.
12. *Nisitani H. and Goto M.* Effect of stress ratio on the propagation of small crack of plain specimens under high and low stress amplitudes (Fatigue under axial loading of annealed 0.45% C steel) // *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. A.* – 1984. – **50**. – P. 1090–1096.
13. *Nisitani H. and Goto M.* Relation between small-crack growth law and fatigue life of machines and structures // *Ibid.* – 1985. – **51**. – P. 332–341.
14. *Goto M., Maehata T., Nisitani H., and Miyagawa H.* Small-crack growth behavior of annealed 0.34% C steel plain specimens in oil environments // *Ibid.* – 1992. – **58**. – P. 348–352.
15. *Kawagoishi N., Nisitani H., Goto M., et al.* Statistical investigation of the fatigue life based on small-crack growth law // *Ibid.* – 1993. – **59**. – P. 57–61.

16. *Handbook of Fatigue Propagation in Metallic Structures* / Ed. A. Carpinteri. – Oxford: Elsevier Science Ltd., 1994. – 1765 p.
17. Nisitani H., Kawagoishi N., and Goto M. Growth behavior of small fatigue cracks and relating problems // *Handbook of Fatigue Propagation in Metallic Structures* / Ed. A. Carpinteri. – Oxford: Elsevier Science Ltd., 1994. – P. 733–778.
18. Андрейків О. Є., Кім М. Б. Визначення періоду докритичного росту тріщин в елементах конструкцій при їх двохчастотному навантаженні // *Машинознавство*. – 2006. – № 2. – С. 3–7.
19. Шата М., Терлецька З. Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // *Механіка руйнування і міцність конструкцій* / Під. ред. В. В. Панасюка – Львів: Каменярь, 1999. – Т. 2. – С. 141–148.
20. Андрейків А. Е., Дарчук А. И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – Киев: Наук. думка, 1992. – 134 с.
21. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
22. *Stress Intensity Factors Handbook* / Ed. Yu. Murakami. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – 1456 p.
23. Hayes D. J. and Williams J. G. A practical method for determining Dugdale model solutions for cracked bodies arbitrary shape // *Int. J. Fract. Mech.* – 1972. – **8**, No. 3. – P. 239–256.
24. Nisitani H. and Kawagoishi N. Relation between fatigue crack growth law and reversible plastic zone size in Fe–3%Si alloy // *Proc. of VI Int. Congr. on Experimental Mechanics*. – Vol. 2. – Portland, ME, 1988. – P. 795–800.

Поступила 27. 05. 2017