УДК 535: 621.373.8

МАЗЕРНАЯ НАКАЧКА МОДУЛЯЦИОННО-НЕСТАБИЛЬНОЙ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ

Е.В. Белкин, А.В. Киричок, А.С. Петренко
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина
E-mail: sandyrcs@gmail.com

Показано, что двухуровневый квантовый генератор может служить источником, обеспечивающим распространение квазимонохроматической волны в нелинейной среде с поглощением. В условиях значительной релаксации инверсии при разной ширине линии возможен режим одномодовой генерации с последующим развитием модуляционной неустойчивости.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для наблюдения модуляционной неустойчивости в диссипативной нелинейной среде и в присутствии внешней накачки [1] основной проблемой является создание источника монохроматического излучения. Рационально для этих целей использовать излучение квантовых генераторов, работающих в непрерывном одномодовом режиме. В работах [2, 3] показано, что возбуждение в активной двухуровневой системе может формировать узкую линию, спектральная ширина которой много меньше обратного времени затухания волны в этой среде и обратных времен релаксационных процессов. Так как волны даже сравнительно небольшой амплитуды в плазме обладают значительной нелинейностью по сравнению с иными средами [4,5], то рационально рассматривать возбуждение монохроматических колебаний именно в этом случае. Если нелинейность электромагнитного поля в плазме имеет кубический по амплитуде возмущений характер, то в определенных условиях [6] возбужденная монохроматическая волна может оказаться модуляционно-неустойчивой.

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Система уравнений полуклассической теории [7, 8] для медленно меняющихся во времени амплитуд возмущений поля E, поляризации P и инверсии заселенностей N, описывающих возбуждение колебаний в двухуровневой активной среде с пассивной кубической нелинейностью и слабой дисперсией, имеет вид:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}+\frac{\omega_{ab}}{Q}\frac{\partial E}{\partial t}-c^2\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\alpha\,|E|^2\,E=-4\pi\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}+2\gamma_{ab}\frac{\partial P}{\partial t}+\omega_{ab}^2\cdot P=-\frac{2\omega_{ab}\,|d_{ab}|^2}{\hbar}NE; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\gamma(N-N_0)=\frac{2}{\hbar\omega_{ab}}E\frac{\partial P}{\partial t}. \qquad (3)$$

Здесь ω_{ab} – частота перехода между уровнями; γ_{ab} – ширина линии; γ – обратное время релаксации инверсии; Q – добротность резонатора; d_{ab} – матричный элемент дипольного момента.

Представляя поле и поляризацию в виде

$$E=E_0\sum_n U_n\exp\{-i\omega_{ab}t+ik_nx\}$$

и $P=E_0\sum_n p_n\exp\{-i\omega_{ab}t+ik_nx\}$, перейдем к описанию поведения медленных комплексных амплитуд U_n и p_n спектров возмущений. Масштаб времени $\tau=\gamma_0 t$ выберем так, чтобы $\alpha E_0{}^2/\omega\gamma_0=1$. При этом единицей времени будет обратный инкремент γ_0^{-1} модуляционной неустойчивости в отсутствие потерь [9].

$$\frac{\partial U_n}{\partial\tau}+\delta\cdot U_n+i\{|U|^2U\}_n+i\Delta_nU_n=\frac{4\pi\omega^2}{-2i\omega\gamma_0}p_n; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial\tau}+(\gamma_{ab}/\gamma_0)p_n=-\frac{2\omega_{ab}\,|d_{ab}|^2}{(-2i\omega)\hbar\gamma_0}N\cdot U_n; \qquad (5)$$

$$\frac{\partial N}{\partial\tau}+(\gamma/\gamma_0)(N-N_0)=-\frac{2\omega\cdot E_0^2}{\hbar\omega_{ab}\gamma_0}\operatorname{Im}\sum_n U_np_n^*, \qquad (6)$$

где $\delta\cdot\gamma_0$ – эффективный декремент затухания колебаний, ρ_a^0 и ρ_b^0 – относительные населенности уровней в отсутствие поля, разность населенностей $N=n\cdot(\rho_a-\rho_b)$ в единице объема, которую в этих условиях будем полагать однородной; $N_0=n\cdot(\rho_a^0-\rho_b^0)$ – инверсия в отсутствие поля, $k_n=k_0+nK$, $U=\sum_n U_n\exp\{-i\omega_{ab}t+ik_nx\}$,

$$\frac{(c^2k_n^2-\omega^2)}{-2\omega\gamma_0}=\Delta_n.$$

В случае малых начальных возмущений в системе максимальный инкремент линейной неустойчивости (который достигается при пренебрежимо малых δ и γ_{ab}) равен

$$\operatorname{Im}\omega=\gamma_m=(2\pi\omega_{ab}\,|d_{ab}|^2\cdot N_0\cdot\hbar^{-1})^{1/2}.$$

Отметим, что при значительной ширине линии $(\partial p/\partial t)(p\cdot\gamma_{ab})^{-1}<<1$, $p_n\approx -i\cdot A_n\cdot|d_{ab}|\cdot N/\gamma_{ab}\cdot\hbar$ система уравнений (1)-(3) принимает вид:

$$\frac{\partial U_n}{\partial\tau}+\left(\delta-\frac{N\cdot\gamma_0}{N_0\cdot\gamma_{ab}}\right)\cdot U_n+i\{|U|^2U\}_n+i\Delta_nU_n=0, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial N}{\partial\tau}+(\gamma/\gamma_0)(N-N_0)=-4\frac{N\cdot\gamma_0}{N_0\cdot\gamma_{ab}}\left(\frac{E_0^2}{4\pi\hbar\omega_{ab}}\sum_n|U_n|^2\right), \qquad (8)$$

где в этих условиях максимальный линейный инкремент, определяющий рост амплитуды поля при отсутствии потерь ($\delta=0$) равен $\operatorname{Im}\omega=\gamma'=\gamma_0^2/\gamma_{ab}$. В условиях значительной релаксации инверсии

$\partial N / N\partial\tau << \gamma / \gamma_0$ вместо двух уравнений (7)-(8) можно записать одно:

$$\frac{\partial U_n}{\partial \tau} + i\Delta_n U_n + (\delta - \frac{\gamma_0}{\gamma_{ab}}) \cdot U_n + \\ + i\{|U|^2 U\}_n - \beta U_n \sum_n |U_n|^2 = 0, \tag{9}$$

где $\beta = 4\frac{\gamma_0{}^2}{\gamma_{ab}^2} \cdot \frac{E_0{}^2 \gamma_0}{4\pi\hbar\omega_{ab}\gamma} = 4(\frac{\gamma_0{}^3}{\gamma_{ab}^2\gamma}) N_k$.

Отметим, что если пренебречь дисперсией и нелинейностью, уравнения (7)-(8) принимают известный в теории квантовых генераторов [10-13] вид:

$$\frac{\partial \mathrm{N}_{kn}}{\partial t} + 2(\gamma_0\delta) \cdot \mathrm{N}_{kn} = 2\gamma' \cdot \mathrm{N}_{kn}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \gamma(N - N_0) = -4\gamma' \cdot \mathrm{N}_k, \tag{11}$$

где число квантов в единице объема

$$\mathrm{N}_k = \sum_n \mathrm{N}_{kn} = E_0^2 \sum_n |U_n|^2 / 4\pi\hbar\omega_{ab}.$$

Обычно потери в активных средах обусловлены выносом излучения из объема резонатора. Корректно задать эти потери можно, определив граничные условия для поля. Однако можно их описать в достаточно общем виде следующим образом:

$$\delta \cdot \gamma_0 \approx \delta_{eff} \cdot \gamma_0 = \frac{\iint_S ((\partial\omega / \partial\vec{k}) / 4\pi)(\vec{E} \times \vec{H})}{\iiint_V (\partial\omega \cdot \varepsilon(\omega) / \partial\omega) |\vec{E}|^2 / 4\pi}, \tag{12}$$

т. е. в рассматриваемом случае поток электромагнитной энергии через зеркала следует разделить на энергию поля, заключенную в резонаторе. Важно, чтобы величина равная произведению характерного времени изменения поля γ_0^{-1} или $(\gamma')^{-1}$ в резонаторе на групповую скорость колебаний $|\partial\omega / \partial\vec{k}|$, была значительно больше размеров резонатора L. В этих условиях в теоретических расчетах и оценках вполне можно заменить потери через зеркала распределенными потерями.

Можно представить систему уравнений (4)-(6) при значительной релаксации инверсии $\partial N / N\partial\tau << \gamma / \gamma_0$ и, полагая, что инерционные и нелинейные слагаемые невелики, т. е. $(\delta + i\Delta_n)U_n = i2\pi\omega\gamma_0^{-1} p_n = \delta \cdot g_n$, в виде

$$\frac{\partial U_n}{\partial \tau} + \delta \cdot U_n + i\{|U|^2 U\}_n + i\Delta_n U_n = \delta \cdot g_n, \tag{13}$$

$$\frac{\partial g_n}{\partial \tau} + [(\gamma_{ab} / \gamma_0) - (\gamma' / \gamma_0\delta)] g_n + \\ + (\gamma' / \gamma_0\delta)[i\Delta_n / \delta + (\Delta_n / \delta)^2] = -(\gamma' / \gamma_0\delta) \cdot \\ \cdot (\delta\gamma_0 \cdot E_0^2 / \pi \cdot \hbar\omega \cdot \gamma \cdot N_0) \cdot g_n \sum_n |g_n|^2. \tag{14}$$

В условиях малой ширины линии $\gamma_{ab} < \gamma'$ и при выборе параметров таким образом, что

$$(\delta\gamma_0 \cdot E_0^2 / \pi \cdot \hbar\omega \cdot \gamma \cdot N_0) = 4(\delta\gamma_0 / \gamma) \cdot N_k / N_0 \propto 1. \tag{15}$$

уравнение (13) принимает вид

$$\frac{\partial g_n}{\partial \tau} = \alpha\{1 - i\Delta_n / \delta - (\Delta_n / \delta)^2 - \sum_n |g_n|^2\} g_n, \tag{16}$$

где $\alpha = (\gamma' / \gamma_0\delta) = \gamma_m^2 / \gamma_0^2 \cdot \delta$ – отношение инкрементов формирования лазерного импульса и модуляционной неустойчивости.

3. РЕЖИМЫ РАЗВИТОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

3.1. ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗБУЖДАЕМОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА ПРИ БОЛЬШОЙ ШИРИНЕ ЛИНИИ

Уравнение (9) представляет собой уравнение Гинзбурга-Ландау с активной и пассивной кубической нелинейностью. При малых начальных амплитудах поля моды растут экспоненциально с инкрементом $(\gamma' - \delta\gamma_0)$. Затем спектр сужается вплоть до одной моды, амплитуда которой достигает значения $U_{0m} \approx [(\gamma' - \delta\gamma) / \gamma_0\beta]^{1/2}$, которое без потери общности, подбором параметров системы, можно положить единице (Рис.1). Тогда в выбранном масштабе времени инкремент вторичной неустойчивости – модуляционной, будет порядка единицы. Причем с развитием спектра модуляционной неустойчивости амплитуда основной волны, поддерживаемой двухуровневой системой, несколько уменьшится. Отметим, что спектр первичной неустойчивости располагается вблизи основной волны ($\Delta_0 = 0$), а спектр модуляционной неустойчивости - в окрестности $|\Delta_n| \propto 1$.

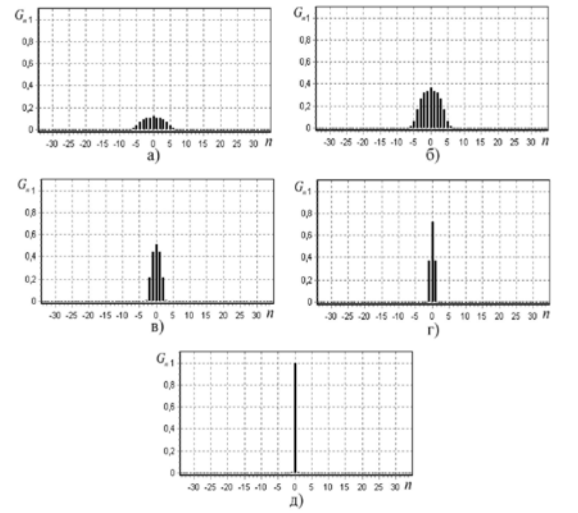


Рис.1. Формирование узкого спектра накачки: а - τ =3; б - τ =6; в - τ =9; г - τ =12; д - τ =15

3.2. ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗБУЖДАЕМОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА ПРИ МАЛОЙ ШИРИНЕ ЛИНИИ

Для описания подобного процесса следует воспользоваться системой уравнений (12) и (15). При малых начальных возмущениях, рост поля колебаний в значительной степени определяется уравнением (15). Нелинейность в этом случае является насыщающей и ограничивает полную энергию колебаний величиной

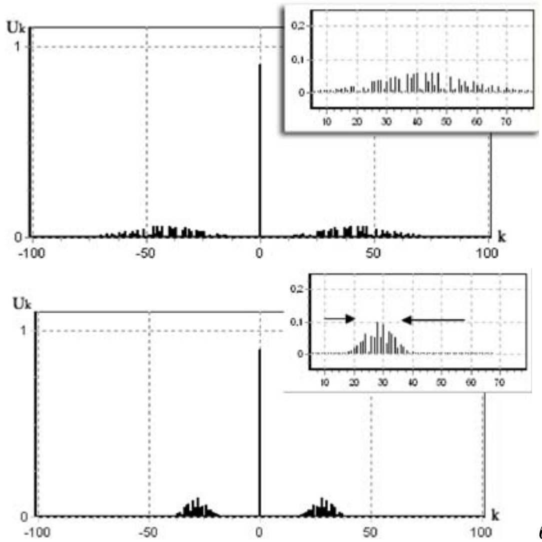
$$\frac{E_0^2}{4\pi} \sum_n |g_n|^2 = \frac{E_0^2}{4\pi}. \tag{17}$$

При этом амплитуда основной моды $g_0 = A_0 = 1$.

При достаточно больших значениях α квантовая подсистема будет удерживать амплитуду монохроматической волны в окрестности единицы вплоть до начала развития ее модуляционной неустойчивости, инкремент которой заметно меньше и порядка $1-\delta$ в принятом масштабе времени (Рис.2).

В последнем случае можно рассмотреть характер развития процесса первичной неустойчивости, которая формирует монохроматическую (основную) волну.

Эволюция спектра лазерной накачки: а) начальная стадия – появление относительно широкого спектра; б, в) рост и сужение спектра; г) формирование узкого спектра с доминантной (основной) модой; д) устойчивая стадия – одномодовый режим генерации, поддерживающий монохроматическую волну.



а

б

Рис.2. Возбуждение широкого спектра модуляционной неустойчивости: а - τ =50, δ = 0,80; б - τ =300, δ = 0,80

Вторичная неустойчивость, которая имеет значительно больший временной масштаб, развивается позднее, с формированием характерного спектра.

ВЫВОДЫ

Таким образом, открытая двухуровневая система с поддерживаемым уровнем инверсии в режиме непрерывной генерации способна возбуждать монохроматическое излучение, которое может оказаться модуляционно-неустойчивым.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.V. Zemlyanaya and N.V. Alexeeva. Oscillation solitons of the driven, damped nonlinear Schreodinger equation // *Theoretical and Mathematical Physics*. 2009, №159(3), p.870-876.
2. В.М. Воробьев, В.М. Куклин // *Письма в ЖТФ*. 1987, т.13, №22, с.1354-1360.
3. В.М. Куклин, А.С. Петренко, С.М. Севидов. Интерференция при многомодовой генерации в активной поглощающей среде // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения*. 2008, №4, с.218-221.
4. В.Н. Цытович. *Нелинейные эффекты в плазме*. М.: «Наука», 1967, 288с.
5. В.П. Силин. *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*. М.: «Наука», 1973, с.287.
6. В.И. Карпман. *Нелинейные волны в диспергирующих средах*. М.: «Наука», 1973, 175 с.
7. С.Г. Зейгер, Ю.Л. Климонтович, П.С. Ланда, Е.Г. Ларионцев, Э.Е. Фрадкин. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. М.:«Наука», 1974.
8. П.С. Ланда. *Автоколебания в распределенных системах*. М.: «Наука», 1983.
9. Е.В. Белкин, А.В. Киричок, В.М. Куклин. Об интерференции в многомодовых режимах модуляционных неустойчивостей // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения*. 2008, №4, с.222-227.
10. Е.Ф. Ищенко, Ю.М. Климков. *Оптические квантовые генераторы*. М.: «Сов. радио», 1968.
11. В.М. Файн. *Фотоны и нелинейные среды*. М.: «Сов. радио», 1972.
12. Я.И. Ханин. *Динамика квантовых генераторов*. М.: «Сов. радио», 1975.
13. H. Haken. *The Theory of coherence, noise and photon statistics of laser light. Laser handbook*. Amsterdam: North-Holland publishing comp. 1972, v.1.

Статья поступила в редакцию 17.06.2010 г.

MASER PUMPING OF MODULATIONALLY UNSTABLE WAVE IN PLASMA

E.V. Belkin, A.V. Kirichok, A.S. Petrenko

It is shown that two-level quantum generator can provide generation of a quasi-monochromatic wave in nonlinear dumped medium. The single-mode regime of generation becomes possible for different line width and further dynamics provides development of modulation instability.

МАЗЕРНА НАКАЧКА МОДУЛЯЦІЙНО-НЕСТАБІЛЬНОЇ ХВИЛІ В ПЛАЗМІ

Є.В. Бєлкін, О.В. Киричок, А.С. Петренко

Показано, що дворівневий квантовий генератор може бути джерелом, що забезпечує поширення квазімонохроматичної хвилі в нелінійному середовищі з поглинанням. В умовах значної релаксації інверсії при різній ширині лінії можливий режим одномодової генерації з подальшим розвитком модуляційної нестійкості.