

Особенности расчета истинных кривых нагружения при кручении

Д. Г. Вербило

Институт проблем материаловедения им. И. Н. Францевича НАН Украины, Киев, Украина

На основании уравнения типа Аррениуса для скорости пластической деформации предложен логарифмический закон связи напряжения с деформацией. Закон используется для значительного упрощения определения истинных напряжений течения при кручении. Систематизированы представления об определении условных и истинных деформаций при кручении.

Ключевые слова: кручение, истинные напряжения, деформация, аналитическое описание кривых деформирования.

Введение. В последнее время широкое развитие получили методы интенсивной деформации, которые используются для создания материалов с наноструктурой деформационного происхождения. В основу методов положены схемы сдвиговой деформации. Примером такого метода является метод равноканального углового прессования. Для анализа физических явлений, положенных в основу структурообразования при интенсивной пластической деформации, используются модельные эксперименты, в которых реализуется сдвиговая деформация. Наиболее известными есть работы [1, 2], в которых анализируются законы структурообразования на основании анализа кривых упрочнения при кручении. К сожалению, для сопоставления параметров упрочнения с законами структурообразования в этих работах используются номинальные значения напряжений и деформаций. В то же время согласно современным структурным моделям деформационного упрочнения, в создании которых активное участие принимают ученые украинской школы [3, 4], между структурными перестройками и параметрами упрочнения однозначная связь может быть установлена в случае если расчет кривой деформационного упрочнения проводить в истинных координатах.

Классической формулой для расчета истинного напряжения при кручении служит формула Надаи [5]:

$$t = \frac{4}{\pi D^3} \left[3T + \varphi \left(\frac{dT}{d\varphi} \right) \right], \quad (1)$$

где t – истинное касательное напряжение; D – диаметр образца; T – крутящий момент; φ – угол закручивания.

Использование этой формулы предполагает априорное задание номинальной кривой упрочнения. Знание этой функции приобретает особую важность в тех случаях, когда данные обрабатываются компьютерными методами. Среди известных из литературных источников эмпирических зависимостей кривых деформирования одной из эффективных аппроксимаций является

логарифмическая, которая достаточно хорошо описывает экспериментальные данные [6]:

$$\tau = \tau_{\Pi} + k \ln \frac{\gamma}{\gamma_{\Pi}},$$

где τ_{Π} – предел пропорциональности; γ_{Π} – деформация, соответствующая пределу пропорциональности; k – постоянная.

Цель данной работы – обоснование указанной зависимости с позиций физических представлений о термоактивационной природе процессов упрочнения и последующее ее использование для расчета истинных кривых деформационного упрочнения.

Для использования формулы Надаи (1) требуется трудоемкое графическое дифференцирование в случае регистрации результатов испытаний на самописце (принтере). При компьютерной регистрации кривых нагружения машинное дифференцирование приводит к значительному (на 1-2 порядка) возрастанию шумов по напряжению, вследствие чего кривые практически непригодны для применения (рис. 1).

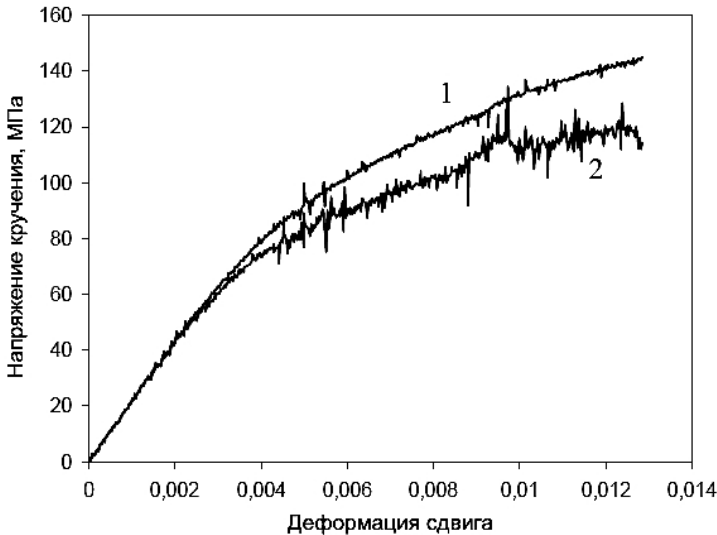


Рис. 1. Кривые условного (1) и истинного (2) напряжения кручения никелида титана. (Истинное напряжение рассчитано машинным способом.)

При выводе уравнения (1) предполагалось, что зависимость $\tau = f(\gamma)$ задана конкретной математической функцией. Разумеется, невозможно подобрать функцию для кривых нагружения, которая соответствовала бы действительности как в упругой области, так и в пластической. Эта невязка Надаи (заштрихованная область на рис. 2) очень мала и ею пренебрегают.

Аналитическому описанию кривых деформирования посвящено много работ и предложен ряд аналитических выражений, среди которых наиболее часто применяются следующие [3, 4]:

$$S = S_0 + K_1 e^m; \quad S = K_2 e^n; \quad S = S_{\Pi} + h e^{1/2},$$

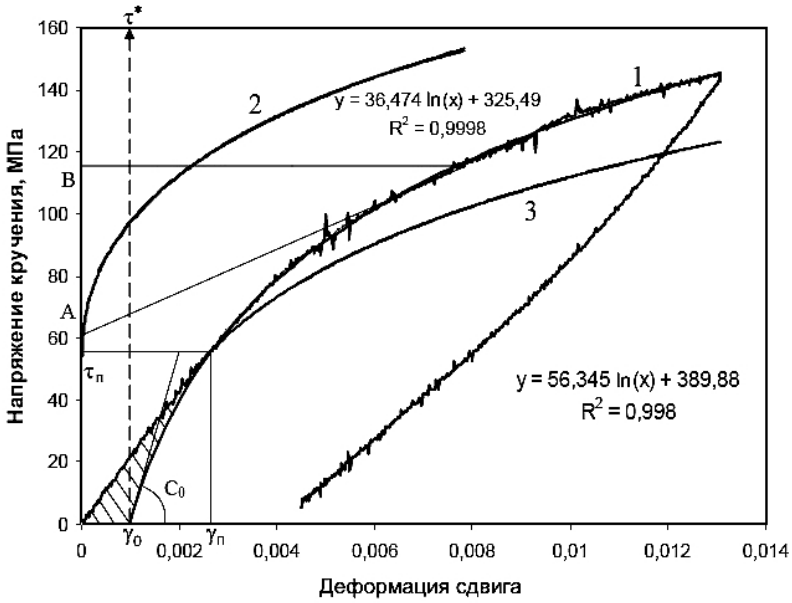


Рис. 2. Диаграмма-схема к определению истинных напряжений и условных пластических деформаций при кручении.

где S_0, K_1, K_2, m и n – постоянные; S_n, h – постоянные на данной стадии деформационного упрочнения; S, e – истинные напряжение и деформация.

Отметим также экспоненциальное уравнение Воце [7]:

$$S = B_1 - A_1 \exp(-ne), \tag{2}$$

где B_1, A_1 и n – постоянные.

Хорошо известно уравнение типа Аррениуса для скорости пластической деформации [8]:

$$\dot{\epsilon} = NAbv_0 \exp\left(-\frac{\Delta g - \tau_{эф}V^*}{kT}\right). \tag{3}$$

Здесь N – число дислокаций в единице объема; A – “пробегаемая” ими площадь; b – модуль вектора Бюргерса; v_0 – частотная характеристика, зависящая от природы препятствия и способа его преодоления; Δg – изменение свободной энергии, связанное с локальными атомными смещениями при активации (эквивалентно свободной энергии Гельмгольца); $\tau_{эф}$ – эффективное напряжение, зависящее от температуры, $\tau_{эф} = \tau - \tau_\mu$ (τ – приложенное напряжение; τ_μ – атермическая компонента напряжения); V^* – активационный объем, $V^* = lb\Delta R$, где l – длина отрезка дислокации; ΔR – активационное расстояние. Соответственно $\tau_{эф}V^*$ – работа, выполненная эффективным напряжением. При нулевом эффективном напряжении величина Δg равна полной энергии, необходимой для преодоления препятствия, т.е. свободной энергии активации препятствия.

Зегер [9, 10], воспользовавшись уравнением (3), получил выражение для напряжения в функции от температуры и скорости деформирования:

$$\tau = \tau_{\mu} + \frac{U_0 - T[\Delta S + k \ln(NAbv_0/\dot{\epsilon})]}{V^*}, \quad (4)$$

где свободная энергия Гельмгольца Δg записана согласно выражению термодинамики $\Delta g = U_0 - T\Delta S$.

Новая методика определения истинных напряжений при кручении. Попробуем преобразовать уравнение Аррениуса (3) так, как это делал Зегер (4), только чтобы в правой части уравнения вместо скорости деформирования была бы деформация.

Обычно механические испытания проводятся с постоянной скоростью движения штока, и, начиная с предела пропорциональности, скорость деформирования образца $\dot{\epsilon}$ в действительности все время изменяется и мы не можем строго говорить о конкретной скорости деформирования при любом виде испытаний, будь то растяжение, сжатие, кручение и т.д. Изменяется при этом не только скорость деформирования, но и скорость нарастания нагрузки (напряжения). Все же довольно часто испытания проводятся с постоянной скоростью нарастания нагрузки. Раньше для этого применялся метод наливания воды с постоянной скоростью в резервуар, соединенный с образцом через рычаги и тяги. С появлением новых компьютеризированных испытательных машин это можно сделать программно: машина сама отслеживает постоянный прирост напряжения при испытаниях. Ранее [11] эксперименты проводились на сервогидравлической испытательной машине Instron 8500.

В данной работе эксперименты на кручение выполнялись на компьютеризированной машине для кручения ТТМ-200, созданной в СКТБ Института проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, с постоянной скоростью вращения захвата. В настоящее время исследуется возможность кручения образцов на этой машине с постоянным приростом крутящего момента. Отметим, что вид кривых деформирования при разных способах нарастания нагрузки практически не изменится, разве что не удастся зарегистрировать падение нагрузки при шейкообразовании на растяжение в случае использования машины в режиме с постоянным приростом нагрузки.

Перепишем уравнение Аррениуса (3) для случая сдвиговых деформаций в более компактной форме, приняв предэкспоненциальные множители постоянными:

$$\dot{\gamma} = B \exp\left(-\frac{\Delta g - \tau_{\text{эф}}V^*}{kT}\right). \quad (5)$$

В случае если нагрузка или крутящий момент при испытаниях нарастают линейно от времени, то производная напряжения от времени – константа, и можно разделить левую и правую части уравнения (5) на $\dot{\tau}$:

$$\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\tau}} = \frac{d\gamma}{d\tau} = C = \frac{B}{\dot{\tau}} \exp\left(-\frac{\Delta g - \tau_{\text{эф}}V^*}{kT}\right). \quad (6)$$

Выразим $\tau_{\text{эф}}$ через приложенное напряжение τ , как отмечалось выше, $\tau_{\text{эф}} = \tau - \tau_{\mu}$, и прологарифмируем левую и правую части уравнения (6):

$$\ln C = \ln \frac{B}{\dot{\epsilon}} - \frac{\Delta g}{kT} - \frac{\tau_{\mu} V^*}{kT} + \frac{\tau V^*}{kT}. \quad (7)$$

Обозначим постоянные $\ln \frac{B}{\dot{\epsilon}} - \frac{\Delta g}{kT} - \frac{\tau_{\mu} V^*}{kT} = \text{const} = \ln C_0$ и прологарифмируем левую и правую части:

$$C = \frac{d\gamma}{d\tau} = C_0 \exp\left(\frac{\tau V^*}{kT}\right). \quad (8)$$

Отметим, что при $\tau = 0 \Rightarrow C = C_0 = \gamma_0 / \tau_0$. После интегрирования получим

$$\gamma = \frac{kT}{V^*} C_0 \exp\left(\frac{\tau V^*}{kT}\right) \quad (9)$$

и опять прологарифмируем левую и правую части:

$$\ln(\gamma) = \ln\left(\frac{kT}{V^*} C_0\right) + \frac{\tau V^*}{kT}. \quad (10)$$

Решим это уравнение относительно τ :

$$\tau = \frac{kT}{V^*} \ln(\gamma) - \frac{kT}{V^*} \ln\left(\frac{kT}{V^*} C_0\right). \quad (11)$$

Обозначим $kT/V^* = \tau_0$. Тогда

$$\frac{kT}{V^*} C_0 = \tau_0 \frac{\gamma_0}{\tau_0} = \gamma_0 \quad \text{и} \quad V^* = kT/\tau_0. \quad (12)$$

Следовательно, получим

$$\tau = \tau_0 \ln(\gamma) - \tau_0 \ln(\gamma_0). \quad (13)$$

Итак, зависимость напряжения от деформации имеет вид

$$\tau = \tau_0 \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right). \quad (14)$$

Аппроксимация экспериментальных данных по уравнению (13) с помощью программы Excel показана на рис. 2 (кривая 1). Получен логарифмический закон $y = 56,345 \ln(x) + 389,88$. При этом свободный член 389,88 равен напряжению в случае если деформация $\gamma = 1$; γ_0 – точка пересечения логарифмической функции с осью OX , а тангенс угла наклона касательной в точке $(\gamma_0, 0)$ равен C_0 . Касательная к логарифмической функции в точке с ординатой τ_0 проходит через начало координат и представляет собой диаграмму нагружения до предела пропорциональности, т.е. закон Гука. Поэтому можно τ_0 обозначить $\tau_{\text{п}}$ (напряжение, соответствующее пределу пропорциональности).

Для материалов (например, сегнетоэластики [11]), не имеющих линейного участка (закона Гука), начало координат удобно перенести в точку $(\gamma_0, 0)$, т.е. ось ординат будет τ^* . Уравнение для таких материалов запишем в виде

$$\tau^* = \tau_0 \ln\left(\frac{\gamma + \gamma_0}{\gamma_0}\right) = \tau_0 \ln\left(1 + \frac{\gamma}{\gamma_0}\right). \quad (15)$$

Логарифмическая функция имеет интересное свойство: длина отрезка AB (рис. 2) не зависит от точки касания касательной и остается все время одинаковой и равной $\tau_{\text{п}}$. Действительно, производная напряжения по деформации будет

$$\dot{\tau} = \tau_{\text{п}} \frac{\gamma_0}{\gamma} \frac{1}{\gamma_0} = \frac{\tau_{\text{п}}}{\gamma}, \quad (16)$$

длина отрезка AB равна

$$AB = \tau' \gamma = \frac{\tau_0}{\gamma} \gamma = \tau_{\text{п}}, \quad (17)$$

т.е. она не зависит от γ .

Подставим точку предела пропорциональности $\tau = \tau_{\text{п}}$ в уравнение (14): $\tau_{\text{п}} = \tau_{\text{п}} \ln(\gamma_{\text{п}}/\gamma_0)$, откуда имеем $\gamma_{\text{п}}/\gamma_0 = e$, где e – основание натурального логарифма. Следовательно, $\gamma_{\text{п}} = e\gamma_0$, $\gamma_0 = \gamma_{\text{п}}/e$. Тогда уравнение (14) запишем в виде

$$\tau = \tau_{\text{п}} \ln\left(\frac{e\gamma}{\gamma_{\text{п}}}\right) = \tau_{\text{п}} \left(1 + \ln \frac{\gamma}{\gamma_{\text{п}}}\right). \quad (18)$$

Заметим, что в качестве параметров в уравнение (18) входят только упругие характеристики материала: предел пропорциональности $\tau_{\text{п}}$ и соответствующая ему деформация $\gamma_{\text{п}}$. Однако в общем случае закон Гука не описывает начало кривой деформирования при наличии предварительной деформации. Это хорошо видно из рис. 3, где показаны результаты циклических испытаний материала на кручение с увеличивающимся крутящим моментом и соответственно напряжением кручения. После цикла 1 имеется остаточная деформация, т.е. предварительная деформация $\gamma_{\text{пр}}$ для цикла 2. Логарифмическая кривая 3 является аппроксимацией для первого цикла (кри-

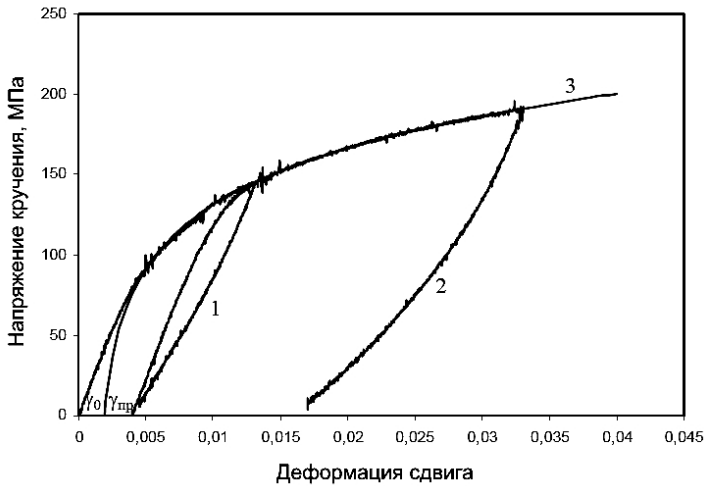


Рис. 3. Результаты циклических испытаний материала на кручение с увеличивающимся напряжением кручения.

вая 1) и для суммарной кривой (циклы 1 и 2). При этом закон Гука для цикла 2 не является касательной к логарифмической аппроксимации, а уравнение (16) преобразуется к виду

$$\tau = \tau_{п} + k \ln(\gamma/\gamma_{п}). \quad (19)$$

Такого вида формула, как эмпирическая, была предложена [6] для описания кривых деформирования с целью определения истинного разрушающего напряжения при кручении. Приняв достаточно грубые допущения о том, что материал после предела текучести абсолютно пластичный, т.е. $\tau = \tau_{п} = \text{const}$, и что $\gamma > 10\gamma_{п}$, была получена [6] сложная формула для расчета истинного напряжения при кручении в момент разрушения:

$$t_p = \frac{4,5 \frac{M_p}{\pi R^3} \ln(\gamma_p/\gamma_{п}) - \tau_{п}}{3 \ln(\gamma_p/\gamma_{п}) - 1}.$$

В настоящее время с появлением мощных компьютеров и компьютеризированных испытательных машин определение истинных напряжений при кручении становится более простым. С учетом того что $\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{16T}{\pi D^3}$, где

W_p – полярный момент сопротивления, и $\gamma = \frac{D}{2L} \varphi$, уравнение (1) запишем через напряжения и деформации:

$$t = \frac{3}{4} \tau + \frac{1}{4} \gamma \left(\frac{d\tau}{d\gamma} \right) \quad (20)$$

(τ – условное напряжение кручения).

Второй член этого уравнения содержит произведение деформации на производную напряжения по деформации. По уравнению (16) установлено, что это произведение в случае если кривая нагружения подчиняется логарифмическому закону, равно отрезку AB (рис. 2) и не зависит от деформации. Продифференцировав уравнение (19) и подставив полученный результат в (20), получим

$$t = \frac{3}{4}\tau + \frac{1}{4}\gamma \frac{1}{\gamma} k = \frac{3}{4}\tau + \frac{1}{4}k. \quad (21)$$

Логарифмическая аппроксимация с помощью программы Excel выражается в виде $\tau = k \ln \gamma + b$ (рис. 2). Тогда уравнение (21) запишем так:

$$t = \frac{3}{4}(k \ln \gamma + b) + \frac{1}{4}k. \quad (22)$$

Зная уравнение аппроксимации условных напряжений $\tau = k \ln \gamma + b$, легко получаем уравнение для истинных напряжений по формуле (22). Кривая истинных напряжений при кручении, рассчитанная по формуле (22), показана на рис. 2 кривой 3.

Сравнивая полученное аналитическое описание кривых деформирования (19) с уравнением (2), можно отметить, что логарифмическая кривая фактически является обратной функцией к экспоненциальной. Из рис. 4 видно, что эти кривые симметричны относительно биссектрисы второго квадранта. В области пересечения кривые практически идентичны и одинаково описывают кривые деформирования. К недостаткам экспоненциальной функции можно отнести стремление ее к горизонтальной асимптоте, что, очевидно, не наблюдается на реальных кривых деформирования.

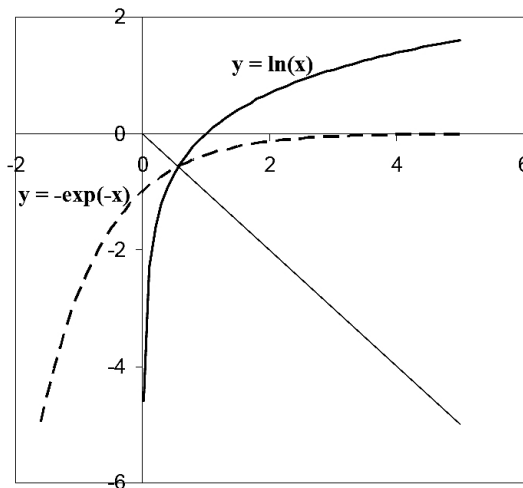


Рис. 4. Графики функций $y = \ln(x)$ и $y = -\exp(-x)$.

Если общая деформация не очень большая, т.е. $\gamma < 10\gamma_{II}$, и упругой деформацией пренебречь нельзя, существенным является отделение пласти-

ческой деформации от общей. Из уравнения (16) получим выражение для общей деформации:

$$\tau = \tau_{\Pi} \ln\left(\frac{e\gamma}{\gamma_{\Pi}}\right) \Rightarrow \frac{\tau}{\tau_{\Pi}} = \ln\left(\frac{e\gamma}{\gamma_{\Pi}}\right) \Rightarrow \exp\left(\frac{\tau}{\tau_{\Pi}}\right) = \frac{e\gamma}{\gamma_{\Pi}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{e} \gamma_{\Pi} \exp\left(\frac{\tau}{\tau_{\Pi}}\right).$$

С помощью закона Гука найдем упругую деформацию:

$$\tau_{\text{упр}} = \frac{\tau_{\Pi}}{\gamma_{\Pi}} \gamma_{\text{упр}} \Rightarrow \gamma_{\text{упр}} = \tau \frac{\gamma_{\Pi}}{\tau_{\Pi}},$$

а пластическая деформация будет получена разницей между общей и упругой:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{пл}} &= \frac{\gamma_{\Pi} \exp\frac{\tau}{\tau_{\Pi}}}{e} - \tau \frac{\gamma_{\Pi}}{\tau_{\Pi}} \Rightarrow \frac{\gamma_{\Pi} \exp\frac{\tau}{\tau_{\Pi}}}{e} = \gamma_{\text{пл}} + \tau \frac{\gamma_{\Pi}}{\tau_{\Pi}} \Rightarrow \ln(\gamma_{\Pi}) + \frac{\tau}{\tau_{\Pi}} - 1 = \\ &= \ln\left(\gamma_{\text{пл}} + \tau \frac{\gamma_{\Pi}}{\tau_{\Pi}}\right) \Rightarrow \frac{\tau}{\tau_{\Pi}} = 1 + \ln\left(\gamma_{\text{пл}} + \tau \frac{\gamma_{\Pi}}{\tau_{\Pi}}\right) - \ln(\gamma_{\Pi}) \Rightarrow \frac{\tau}{\tau_{\Pi}} = \\ &= 1 + \ln\left(\frac{\gamma_{\text{пл}}}{\gamma_{\Pi}} + \frac{\tau}{\tau_{\Pi}}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

Отметим, что выражение (23) представляет собой связь между напряжением и деформацией в неявной форме. При $\gamma_{\Pi} = 0 \Rightarrow \tau = \tau_{\Pi}$, т.е. выполняются краевые условия. Кривая пластической деформации показана на рис. 2 кривой 2. Обратим внимание, что эта кривая также хорошо описывается логарифмической функцией, ее уравнение будет $y = 36,474 \ln(x) + 325,49$ (рис. 2).

Определение условных и истинных деформаций при кручении. Несмотря на широкое использование понятия “деформация сдвига при кручении”, в литературных источниках нет однозначного его толкования. В некоторых работах [12], в ГОСТ 3565-80 на кручение [13] дано определение, что это угол, на который изменяются прямые углы параллелепипеда. Авторы работ [5, 6, 14, 15] определяют деформацию как тангенс этого угла. При малых деформациях такое различие пренебрежимо мало, так как $\text{tg}(\gamma) \approx \gamma$, а при средних и больших деформациях $\text{arctg}(\gamma)$, являясь ограниченной функцией, стремится к $\pi/2$, т.е. определение деформации сдвига углом представляется нерациональным. По-существу, измеряя деформацию сдвига углом, нельзя получить значение больше 1,57, что противоречит многочисленным данным, полученным при испытаниях на кручение, где условные деформации γ могут быть больше 10. Исходя из изложенного формулу для определения деформации кручения, содержащую arctg , в ГОСТ 3565-80 [13] следует считать неправильной и пользоваться только формулой без arctg во всем диапазоне деформаций:

$$\gamma = \frac{\varphi D}{2l}, \quad (24)$$

где l – длина рабочей части образца.

Соотношение Надаи [5] между удлинением и сдвигом при кручении также не общепризнано:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{\gamma}{2}(\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2})} - 1. \quad (25)$$

В. Г. Осипов [15], ошибочно приняв деформацию при кручении за простой сдвиг, получил более простую формулу:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2}. \quad (26)$$

В действительности деформация при кручении является чистым сдвигом [5, 14]. В результате при больших деформациях расхождение между формулами (25) и (26) очень существенное (рис. 5,а). Из рис. 5,а видно, что кривая 1 (по Надаи) проходит значительно выше кривой 4 (по Осипову).

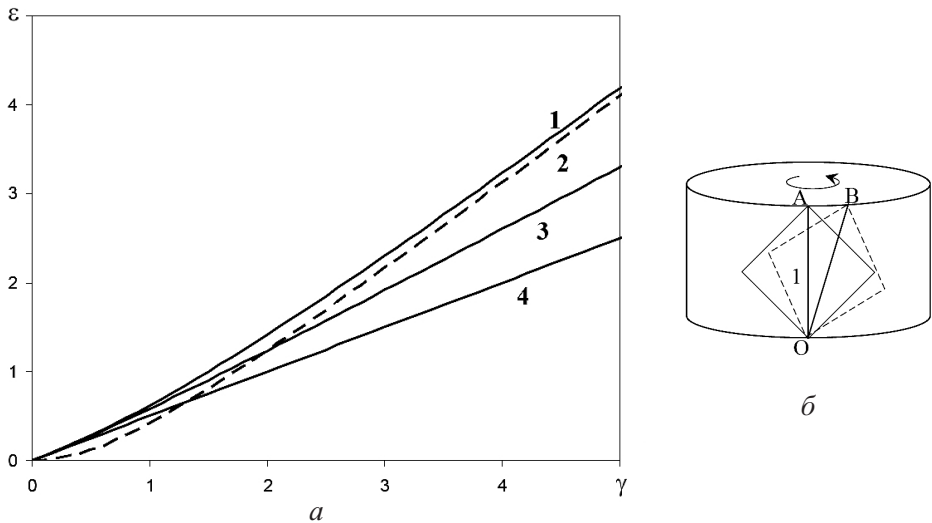


Рис. 5. Различные соотношения между удлинением и сдвигом при кручении: 1 – соотношение Надаи, $\sqrt{1 + \frac{\gamma}{2}(\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2})} - 1$; 2 – удлинение образующей OA (рис. 5,б), $\sqrt{1 + \gamma^2} - 1$; 3 – промежуточная формула Осипова, $\sqrt{1 + \gamma + \gamma^2} - 1$; 4 – соотношение Осипова, $\gamma/2$, – a и b – к определению удлинения образующей цилиндра при кручении – b .

Не углубляясь в сложные вычисления с использованием тензоров и девиаторов напряжений и деформаций, можно легко увидеть неправомерность (26), определив в качестве грубого приближения к выводу соотношения между ε и γ удлинение образующей цилиндра при кручении.

Рассмотрим цилиндр единичной высоты с образующей OA (рис. 5,б). При кручении эта образующая перейдет в положение OB , а квадрат с диагональю OA трансформируется в ромб с диагональю OB (на рис. 5,б отмечено пунктиром), что и происходит при чистом сдвиге. При этом γ будет равна AB с учетом того, что $OA = 1$. Тогда ε будет

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{(OB - OA)}{OA} = \frac{\sqrt{OA^2 + AB^2} - OA}{OA} = \frac{\sqrt{1^2 + \gamma^2} - 1}{1} = \sqrt{1 + \gamma^2} - 1. \quad (27)$$

Зависимость ε от γ , оцененная как удлинение образующей по формуле (27), показана на рис. 5,а кривой 2. Хорошо видно, что кривая 2 при больших деформациях стремится к кривой 1. Это подтверждает правильность соотношения Надаи, так как очевидно, что деформация удлинения при кручении не может быть меньше (кривая 4), чем удлинение образующей. Разумеется, при малых деформациях ($\gamma < 0,5$) разница между кривыми 1 и 4 незначительна, и можно пользоваться как формулой Надаи, так и упрощенным соотношением Осипова (рис. 5,а). Отметим, что при средних и больших деформациях ($\gamma > 0,5$) оценочно можно принять $\varepsilon = 0,7\gamma$.

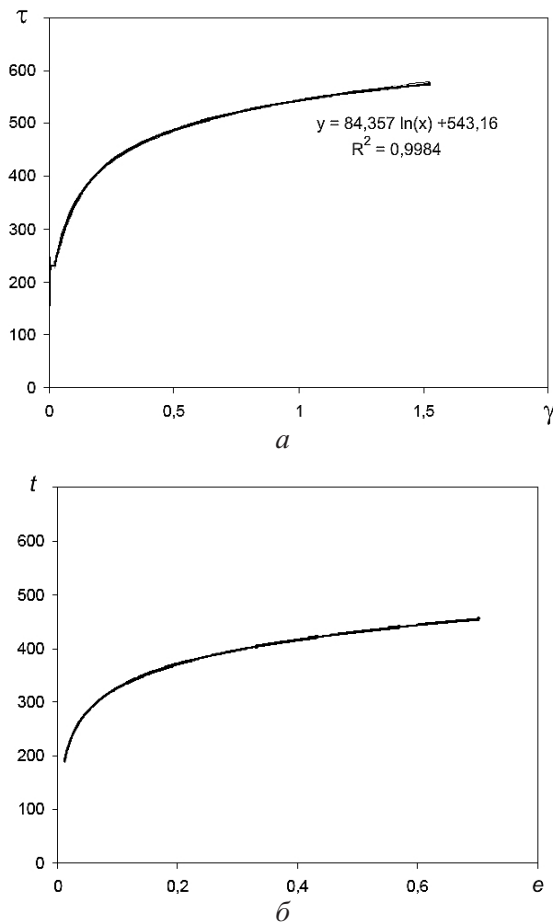


Рис. 6. Кривые кручения стали 20 в условных (а) и истинных (б) координатах.

Таким образом, зная кривую деформирования при кручении стали 20 в условных координатах (рис. 6,а), после ее аппроксимации с помощью логарифмического закона и использования предложенной формулы (19) определяются истинные напряжения. Деформация сдвига γ рассчитывается по выражению (24) во всем диапазоне деформаций. Условная деформация удлинения ε вычисляется по формуле (25), а истинная деформация будет $e = \ln(1 + \varepsilon)$. Кривая кручения стали 20 в истинных координатах (рис. 6,б) может быть использована для анализа структурной чувствительности деформационного упрочнения.

Резюме

На основі рівняння типу Арреніуса для швидкості пластичної деформації запропоновано логарифмічний закон зв'язку напруження з деформацією. Закон використовується для значного спрощення визначення істинних напружень текучості при крученні. Систематизовано уявлення щодо визначення умовних і істинних деформацій при крученні.

1. *Kocks U. F. and Mecking H.* Physics and phenomenology of strain hardening: FCC case // *Progr. Mater. Sci.* – 2003. – **48**. – P. 171 – 273.
2. *Zehetbauer M. J.* Strengthening process of metals by severe plastic deformation / T. C. Lowe and R. Z. Valiev (Eds.). *Investigations and Applications of Severe Plastic Deformation.* – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. – P. 81 – 91.
3. *Христенко И. Н., Томенко Ю. С.* Аналитическое описание кривых упрочнения // *Пробл. прочности.* – 1981. – № 10. – С. 51 – 55.
4. *Трефилов В. И., Моисеев В. Ф., Печковский Э. П. и др.* Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов / Под ред. В. И. Трефилова. – 2-е изд. – Киев: Наук. думка, 1989. – 256 с.
5. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твердых тел. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954. – Т. 1. – 648 с.
6. *Норицын И. А., Кислый П. Е.* Определение механических характеристик сталей при испытании на кручение // *Завод. лаб.* – 1960. – **26**, № 8. – С. 999 – 1006.
7. *Vose E.* The relationship between stress and strain for homogeneous deformation // *J. Inst. Metals.* – 1948. – **74**, No. 7. – P. 537 – 562.
8. *Борисенко В. А.* Твердость и прочность тугоплавких металлов при высоких температурах. – Киев: Наук. думка, 1984. – 212 с.
9. *Зегер А.* Возникновение дефектов решетки при движении дислокаций и их влияние на температурную зависимость деформирующих напряжений ГЦК кристаллов // *Проблемы современной физики. Дислокации в кристаллах.* – М.: Изд-во иностр. лит., 1957. – С. 145 – 155.
10. *Зегер А.* Механизм скольжения и упрочнения в кубических гранцентрированных и гексагональных плотноупакованных металлах // *Дислокации и механические свойства кристаллов.* – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – С. 179 – 268.

11. *Viola G., Verbylo D., Orlovskaya N., and Reece M.* Effect of composition on rate dependence of ferroelastic/ferroelectric switching in perovskite ceramics // *Mater. Sci. Technol.* – 2009. – **25**, No. 11. – P. 1312 – 1315.
12. *Кинасошвили Р. С.* Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1975. – 384 с.
13. *ГОСТ 3565-80.* Металлы. Метод испытания на кручение. – Введ. 01.07.81.
14. *Тимошенко С. П.* Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1965. – Т. 1. – 364 с.
15. *Осинов В. Г.* Об ошибке Надаи при расчете соотношения между удлинением и сдвигом при кручении // *Вестн. инж. и техников.* – 1950. – № 1. – С. 12 – 17.

Поступила 25. 01. 2010