

Нелінійна стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки з недоскона- лостями форми при згині

В. А. Баженов, О. О. Лук'янченко, О. В. Костіна¹, О. В. Герашенко

Науково-дослідний інститут будівельної механіки Київського національного університету будівництва та архітектури, Київ, Україна

¹ kl0867@meta.ua

Запропоновано чисельний підхід до визначення нелінійної стійкості довгої гнучкої циліндричної оболонки з недосконалостями форми при згині. Виконано моделювання недосконалої стінки оболонки у вигляді випучування по довгих півхвилях із використанням програмного комплексу скінченноелементного аналізу. Досліджено докритичну і закритичну поведінку недосконалої оболонки при згині. Побудовано залежність критичного нормального напруження в зоні стиснення оболонки від амплітуди недосконалої форми при згині.

Ключові слова: нелінійна стійкість, гнучка циліндрична оболонка, недосконалість форми, метод скінченних елементів, згин.

Вступ. У будівельній, суднобудівній, авіаційній, нафто-газовій та інших галузях промисловості використовуються тонкостінні оболонкові конструкції. Зазначимо, що для таких конструкцій особливо важливим є питання вивчення стійкості. Незважаючи на велику кількість наукових досліджень, існує нагальна потреба в розвитку та створенні нових ефективних методик розрахунку на стійкість тонкостінних оболонок. Задача стійкості гнучких циліндричних оболонок при дії пар сил вивчалася за двома напрямками. У 1927 р. Л. Бразьє розглядав геометрично нелінійну залежність деформації оболонки від моменту пар сил, припускаючи, що всі її поперечні перерізи при згинанні деформуються однаково. Але ця модель не враховувала утворення місцевих вм'ятин при втраті стійкості. Теоретично стійкість оболонки при чистому згині з урахуванням утворення вм'ятин вперше вивчав В. Флюгге. Ця модель аналізу стійкості розвивалася багатьма дослідниками, результати робіт яких детально висвітлено у відомих монографіях С. П. Тимошенка [1], А. С. Вольміра [2, 3]. Але ці результати погано узгоджувалися з даними експериментів для достатньо довгих оболонок. На сьогодні має місце урахування докритичної геометрично нелінійної деформації, що є значним уточненням розрахунку критичного навантаження на оболонку [4–6].

Початкові недосконалість є основним чинником, що знижує критичне навантаження. Тому розвиток методів визначення критичних навантажень недосконалих тонкостінних оболонок залишається однією з головних проблем механіки деформованого твердого тіла [7–10]. Аналіз досліджень несучої здатності циліндричних оболонок з урахуванням недосконалостей їх форми на основі нелінійних співвідношень теорії оболонок широко представлено в роботі [8]. Розглядаються як класичні аналітичні підходи, так і комбінування їх з чисельними методами. Розвитку нових ідей в нелінійній механіці значною мірою допомогла поява комп'ютерів. Їх використання для нелінійного аналізу оболонок досягло такого рівня, що дозволило досліджувати глобальну поведінку тонкостінних систем, включаючи питання побудови траєкторії навантаження та встановлення точок втрати стійкості на ній. У той же час при розв'язанні практичних задач виникає необхідність досліджувати стійкість оболонок, які характеризуються не лише наявністю початкових недосконалостей загальної

безперервної форми з обмеженою амплітудою, а й специфічними типами прогинів, наприклад, у вигляді згинання гнучких оболонок по довгих півхвилях.

Метою даної роботи є розробка чисельного підходу до побудови математичної моделі нелінійного деформування і стійкості довгої гнучкої циліндричної оболонки з недосконаlostями форми при згині, дослідження її докритичної і закритичної поведінки та оцінка впливу недосконаlostей на критичне навантаження.

1. Моделювання недосконаlostей форми довгої гнучкої циліндричної оболонки. Нелінійну стійкість тонкостінних циліндричних оболонок з урахуванням початкових недосконаlostей форми при дії різних видів навантаження було досліджено раніше в [9, 10]. Модель недосконаlostей оболонки при дії навантаження одного виду (поверхневий тиск, осьове стиснення) приймалася у вигляді першої форми втрати стійкості, оскільки саме ця форма деформування оболонки була найбільш небезпечною. При сумісній дії на оболонку двох видів ортогональних навантажень модель недосконаlostей приймалася у вигляді комбінації форм втрати стійкості оболонки за окремого впливу навантажень із відповідними коефіцієнтами їх сполучення. При дослідженні стійкості оболонки з негладкою поверхнею стінки (мають місце отвори, ребра і т.п.) при сумісній дії двох неортогональних навантажень будувалися три моделі недосконаlostей у вигляді форм: деформування оболонки під час експлуатаційного навантаження; втрата стійкості і деформування оболонки в граничному стані, що отримана при розв'язанні нелінійної задачі статички. Модель недосконаlostей оболонки вибиралася за найменшим значенням критичного навантаження при розв'язанні нелінійної задачі статички з максимально допустимою амплітудою недосконаlostей.

Розглянемо довгу гнучку циліндричну оболонку радіусом $R = 1$ м, довжиною $L = 8$ м та товщиною стінки $h = 2$ мм зі сталі з такими механічними характеристиками: $E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Па; $G = 0,792 \cdot 10^{11}$ Па; $\mu = 0,3$. Оболонка шарнірно оперта по торцях. Навантаження являє собою дві пари сил, які діють на торцях оболонки. У роботі [2] стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки досліджувалася за допомогою напівбезмоментної теорії тонких оболонок у лінійній та нелінійній постановках. Критичні значення нормального напруження в стінці оболонки мали близькі значення, а форми деформування оболонки відрізнялися. З урахуванням цих результатів у даній роботі для моделювання недосконаlostей форми довгої гнучкої оболонки досліджувалася стійкість досконалої оболонки в лінійній та нелінійній постановках.

Побудову скінченноелементної моделі досконалої оболонки проводили за допомогою програмного комплексу NASTRAN [11]. Стінку оболонки змодельовано у вигляді сукупності плоских прямокутних елементів у циліндричній системі координат (рис. 1,а). Твірну оболонки розбивали на 252 частини, коло – на 64. Дію пар сил представлено парою моментів M , що прикладені в діаметральній площині на торцях оболонки у вигляді зосереджених сил, які розподіляються за законом косинуса $F = F_0 \cos(y/R)$, де F_0 – максимальне значення сили; y – колова координата, яка відкладається від точки перетину площини дії пари сил із серединною поверхнею, що розташована у розтягнутій частині перерізу.

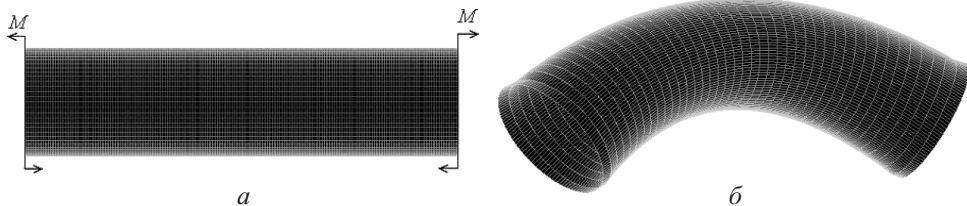


Рис. 1. Скінченноелементна модель (а) і форма деформування при згині (б) довгої гнучкої циліндричної оболонки.

Виконано лінійний статичний розрахунок при дії пар сил із $F_0 = 30$ кН. Форма деформування оболонки у цьому випадку відповідає чистому згину (рис. 1,б). Випучування стінки відбувається в області максимального згинального моменту, а максимальні напруження спостерігаються в області стиснення оболонки.

За допомогою методу Ланцоша розв'язано лінійну задачу стійкості досконалої оболонки. Отримано форми втрати стійкості та відповідні критичні значення нормальних напружень. Спектр критичних значень нормального напруження в області стиснення оболонки є щільним: $P_{cr1} = 2,591 \cdot 10^8$ Н/м²; $P_{cr2} = 2,596 \cdot 10^8$ Н/м²; $P_{cr3} = 2,597 \cdot 10^8$ Н/м²; $P_{cr4} = 2,606 \cdot 10^8$ Н/м². На рис. 2 представлено першу форму втрати стійкості оболонки. Видно, що вздовж твірної вона має 50 хвиль (рис. 2,а), вздовж кола – одну хвилю (рис. 2,б).

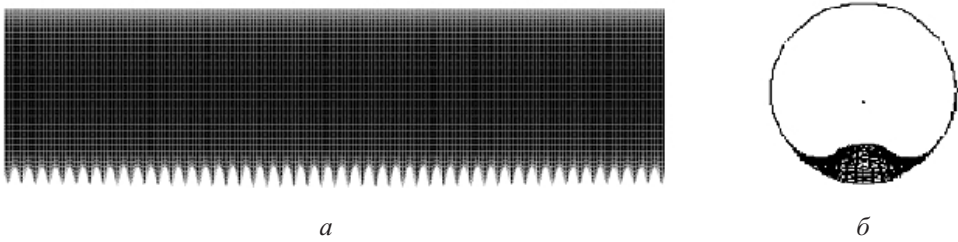


Рис. 2. Перша форма втрати стійкості досконалої оболонки.

Аналітичне значення верхнього критичного нормального напруження в області стиснення оболонки можна отримати за формулою [3]

$$P_{cr} = \hat{P}_{cr} \frac{Eh}{R} \quad (\text{Н/м}^2), \quad (1)$$

де \hat{P}_{cr} – коефіцієнт критичного нормального напруження, визначений згідно з графіком, наведеним у [3], в залежності від параметра ξ , який обчислювався за формулою

$$\xi = \frac{L}{mR} \sqrt{h/R}, \quad (2)$$

де m – кількість хвиль вздовж твірної.

У даному випадку для $m = 1, 2, \dots, 50$ параметр ξ знаходиться в діапазоні 0,358...0,007, а відповідне аналітичне значення верхнього критичного нормального напруження P_{cr} (1) дорівнює $2,42 \cdot 10^8 \dots 2,5 \cdot 10^8$ Н/м². Зазначимо, що значення P_{cr} в області стиснення оболонки, отримані аналітично (1) та чисельно, близькі. Однак в [3] стверджується, що для тонких оболонок з значним відношенням довжини до радіуса оболонки випучування при втраті стійкості відбувається по довгих півхвилях, подібно до випадку рівномірного стиснення. Аналіз рис. 2,а показує, що форма втрати стійкості гнучкої оболонки не відповідає цьому твердженню. Тому в розрахунках стійкості оболонки потрібно враховувати геометричну нелінійність.

За допомогою покрокового модифікованого методу Ньютона–Рафсона було розв'язано нелінійну задачу статички, процедуру якої реалізовано в програмі NASTRAN. На рис. 3,а представлено криву навантаження, яка підтверджує нелінійну залежність переміщення w від навантаження $F = \beta F_0$, де β – безрозмірний коефіцієнт навантаження. При втраті стійкості досконалої оболонки значення критичного нормального напруження в області стиснення $P_{cr} = 2,42 \cdot 10^8$ Н/м². Форма деформування оболон-

ки в граничному стані (рис. 3,б) має вигляд випучування стінки оболонки по довгих півхвилях, що збігається з твердженням у роботі [2].

Надалі при дослідженні нелінійної стійкості гнучкої циліндричної оболонки з недосконаlostями за модель недосконаlostі прийнято форму деформування оболонки по довгих півхвилях (рис. 3,б).

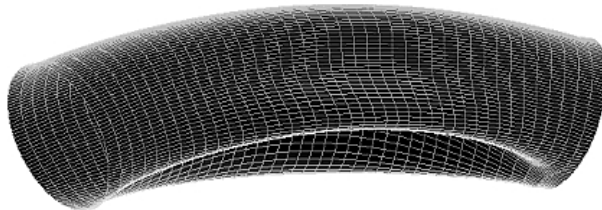
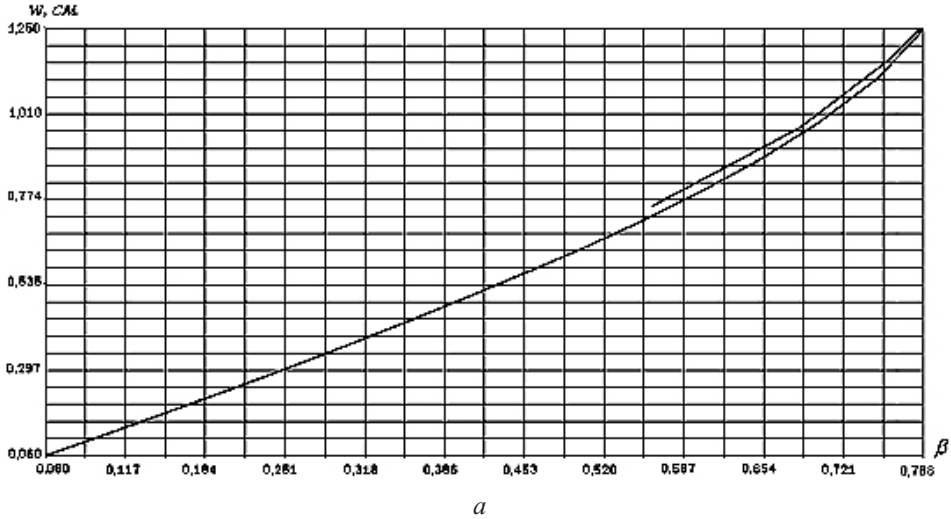


Рис. 3. Нелінійний статичний розрахунок оболонки з досконалою формою: *a* – крива навантаження; *б* – форма деформування по довгих півхвилях.

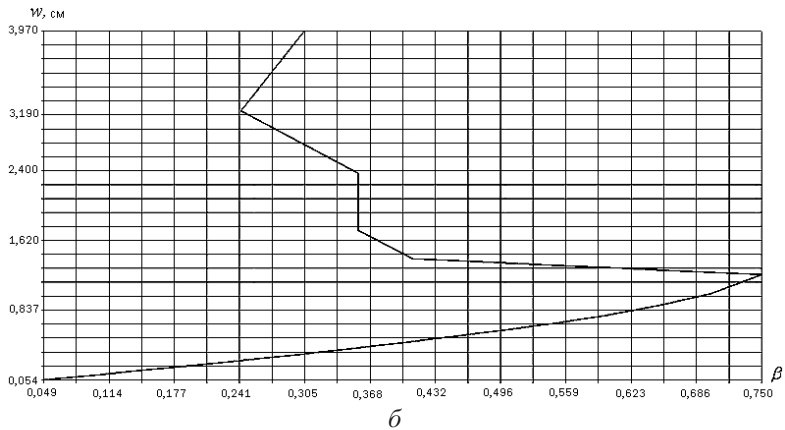
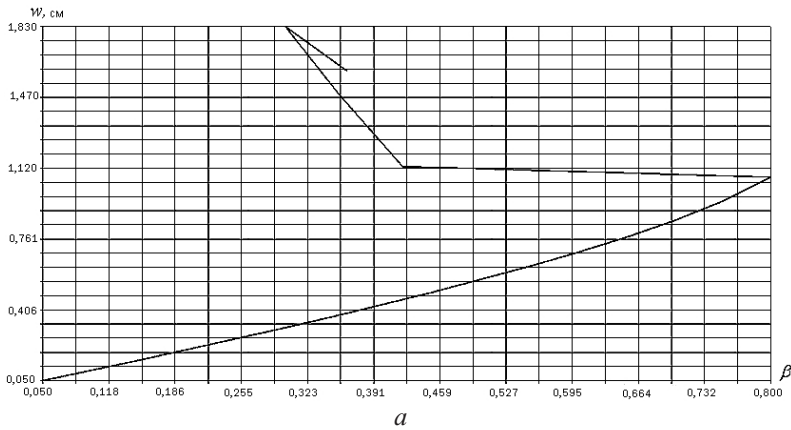
2. Дослідження стійкості гнучкої циліндричної оболонки з недосконаlostями форми. Розв’язок нелінійної задачі стійкості циліндричної оболонки з урахуванням недосконаlostі форми є громіздким, тому формування розрахункової моделі та дослідження стійкості виконано для половини оболонки. Скінченноелементну модель такої оболонки сформовано за допомогою спеціально розробленої програми, яку написано на мові ФОРТРАН 90 і орієнтовано на обчислювальний комплекс NASTRAN [11]. Компоненти вектора форми деформування оболонки (рис. 3,б) додавалися до відповідних координат середньої поверхні оболонки з досконалою формою (рис. 1,а). Максимальна амплітуда недосконаlostі форми оболонки задавалася такою: $\Delta = [0,5; 1,0; 1,5; 2,0]h$. На вузли кола, що лежить на площині симетрії оболонки, накладено обмеження: на переміщення вздовж твірної та повороти навколо радіуса і дотичної. Дію однієї пари сил представлено у вигляді зосереджених сил, що розподілені за законом косинуса з $F_0 = 25,3$ кН. При розв’язанні нелінійної задачі статики за допомогою модифікованого методу Ньютона–Рафсона отримано значення критичного навантаження і відповідні значення критичного нормального напруження. В таблиці наведено залежність критичного нормального напруження, яке спостерігалось в області стиснення оболонки, від максимальної амплітуди недосконаlostі її форми.

Залежність критичного нормального напруження від максимальної амплітуди недосконалості

Δ , мм	$P_{cr} \cdot 10^{-8}$, Н/м ²
0,5h	2,063
h	1,934
1,5h	1,676
2h	1,547

Досліджено вплив недосконалості форми на докритичну і закритичну поведінку оболонки. На рис. 4 приведено криві навантаження довгої гнучкої циліндричної оболонки з недосконалостями форми. Докритична поведінка такої оболонки є нелінійною і збігається з докритичною поведінкою оболонки з досконалою формою (рис. 3,а). Після втрати стійкості закритична поведінка оболонок є різною. Закритичну поведінку оболонки з недосконалостями характеризують зони як розвантаження, так і навантаження. Має місце вплив значення максимальної амплітуди недосконалості на закритичну поведінку оболонки.

На рис. 5 представлено ізополя переміщень в області стиснення оболонки з амплітудою недосконалості форми $\Delta = 2h$. У граничному стані (рис. 5,а) в місці максимальних переміщень щільно розташовані неглибокі вм'ятини, у закритичному стані на першому кроці розвантаження оболонки в області стиснення утворюється локальна вм'ятини (рис. 5,б). Така поведінка є характерною для оболонки при всіх максимальних амплітудах недосконалості форми.



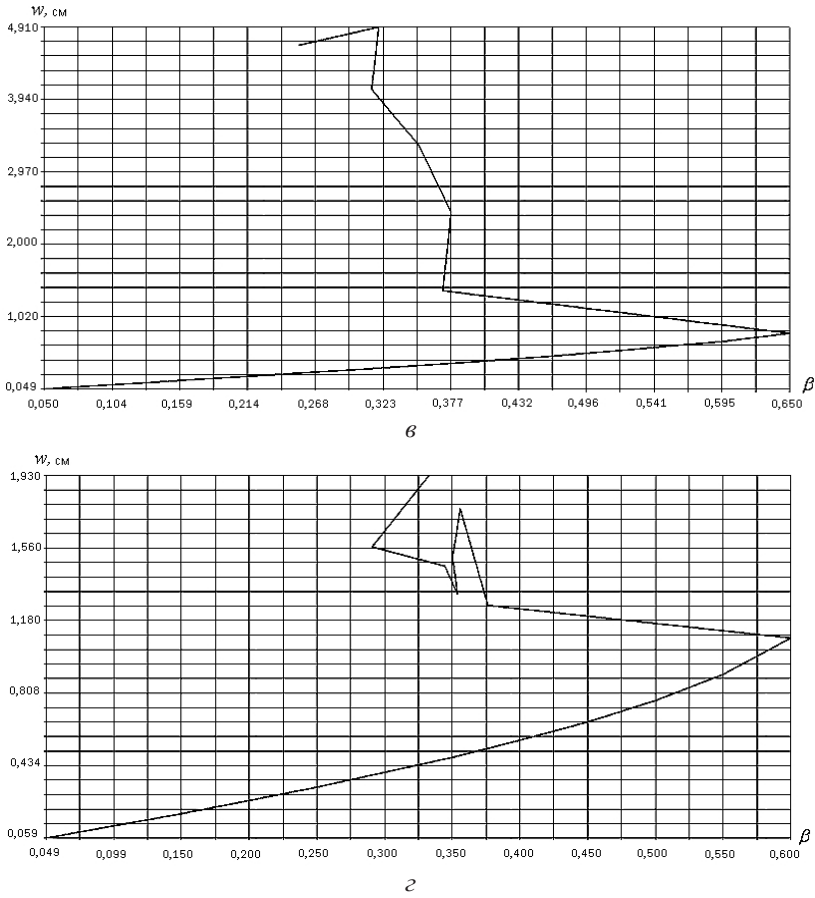


Рис. 4. Криві навантаження оболонки з амплітудою недосконалості форми: а – $\Delta = 0,5h$; б – $\Delta = h$; в – $\Delta = 1,5h$; г – $\Delta = 2h$.

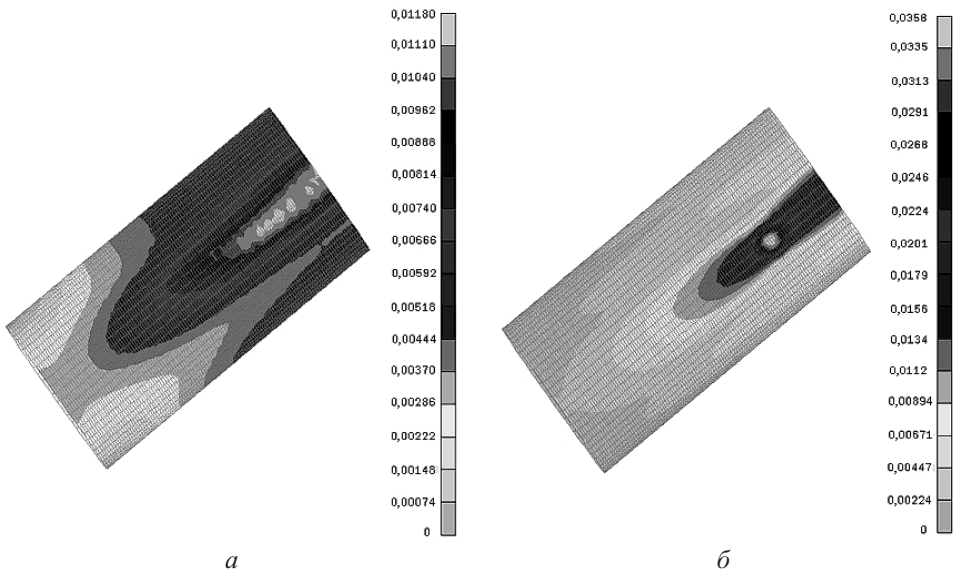


Рис. 5. Ізополя переміщень в області стиснення оболонки з амплітудою недосконалості форми $\Delta = 2h$: а – граничний стан; б – закритичний стан.

Криву залежності критичного нормального напруження від амплітуди недосконалості форми оболонки представлено на рис. 6 у безрозмірних координатах, де $P_{cr}^0 = 2,42 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ – критичне нормальне напруження в області стиснення досконалої оболонки. Область стійкості оболонки з недосконалостями форми відповідає області, що лежить вище за криву. Область, яка обмежена кривою та осями координат, є нестійкою.

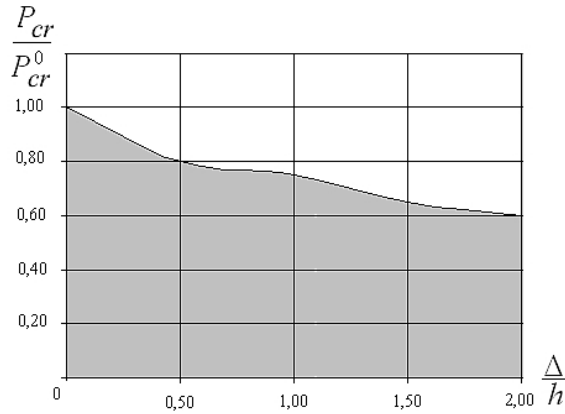


Рис. 6. Область стійкості оболонки з недосконалостями форми.

Видно, що при згині довгої гнучкої циліндричної оболонки зі збільшенням амплітуди недосконалості форми зменшуються значення критичного навантаження і відповідного критичного нормального напруження в області стиснення оболонки. Так, при максимальній амплітуді недосконалості $\Delta = 2h$ критичне нормальне напруження у 1,56 разів менше за відповідне напруження в оболонці з досконалою формою. Цей результат може бути врахований на стадії проектування й експлуатації довгих гнучких циліндричних тонкостінних оболонок при згині.

Висновки

1. Представлений чисельний підхід, що базується на методі скінченних елементів та нелінійній теорії тонкостінних оболонок, дозволив дослідити нелінійну стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки з урахуванням недосконалостей форми при згині.
2. Виконано моделювання недосконалості стінки оболонки у вигляді випучування по довгих півхвилях із використанням програмного комплексу скінченно-елементного аналізу.
3. Досліджено докритичну і закритичну поведінку оболонки з недосконалостями.
4. Побудовано область стійкості й оцінено вплив амплітуди недосконалості форми на значення критичного нормального напруження в зоні стиснення оболонки.

Резюме

Предложен численный подход к определению нелинейной устойчивости длинной гибкой цилиндрической оболочки с несовершенствами формы при изгибе. Выполнено моделирование несовершенства стенки оболочки в виде выпучивания по длинным полуволнам с использованием программного комплекса конечноэлементного анализа. Исследовано докритическое и закритическое поведение несовершенной оболочки при изгибе. Построена зависимость критического нормального напряжения

в зоне сжатия оболочки от амплитуды несовершенства. Определена область устойчивости оболочки с несовершенствами формы при изгибе.

1. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки / Пер. с англ. – М.: Наука, 1963. – 625 с.
2. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. – М.: Физматгиз, 1963. – 880 с.
3. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
4. Аксельрад Э. Л. Гибкие оболочки. – М.: Наука, 1976. – 376 с.
5. Баженов В. А., Гуляев В. И., Гоцуляк Е. О. Устойчивость нелинейных механических систем. – Львов, Вища шк., 1982. – 255 с.
6. Баженов В. А., Кривенко О. П., Соловей М. О. Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – Київ: ЗАТ “Віпол”, 2010. – 316 с.
7. Гавриленко Г. Д. Численный и аналитический подходы к исследованию несущей способности несовершенных оболочек // Прикл. механика. – 2003. – № 9. – С. 44–63.
8. Гавриленко Г. Д. Несуча здатність недосконалих оболонок. – Дніпропетровськ: ТОВ “Барвік”, 2007. – 294 с.
9. Гоцуляк Е. А., Лукьянченко О. А., Шах В. В. Об устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с начальными несовершенствами // Прикл. механика. – 2009. – № 4. – С. 103–108.
10. Гоцуляк Е. О., Лук'янченко О. О., Костіна О. В., Гаран І. Г. Стійкість циліндричної оболонки-опори з недосконалістьми форми при комбінованому навантаженні // Пробл. прочности. – 2012. – № 5. – С. 127–134.
11. Шимкович Д. Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК “Пресс”, 2001. – 448 с.

Поступила 14. 07. 2014