

Методика прогнозирования прочности композиционных материалов с учетом повреждаемости

В. С. Дзюба, Д. О. Кубчак

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Предложена методика прогнозирования прочности композиционного материала, в основу которой положена энтропийная теория прочности. Приведены результаты испытаний образцов из стеклопластика СТ-3 при растяжении. Построена диаграмма напряжение–деформация по данным испытаний при различных скоростях нагружения. Показано, что расхождение между экспериментальной и расчетной зависимостями по величине прочности не превышает 6%.

Ключевые слова: композиционный материал, прочность, повреждаемость.

Введение. Особенность композиционных материалов (КМ) заключается в том, что при механическом нагружении, даже при малых нагрузках, отдельные волокна разрушаются из-за несовершенства технологии их изготовления. Процесс разрушения указанных материалов под действием механической нагрузки происходит постепенно вследствие разрыва волокон. При этом разупрочнение материала происходит с момента нагружения, а повреждения накапливаются равномерно по объему в процессе нагружения [1–4]. Разрушение КМ вследствие накопления повреждений приводит к тому, что их механические характеристики (прочность, модуль упругости) в процессе деформирования образцов являются не характеристиками материала, а характеристиками процесса нагружения.

Постановка задачи. Прочность КМ при механическом нагружении определяется видом, скоростью и временем нагружения. Определяя поврежденность материала в каждый момент времени и зная закон накопления повреждений, можно установить прочность КМ при данной программе нагружения, что позволит прогнозировать прочность и построить диаграмму напряжение σ – деформация ε по данным, полученным на разных образцах для других условий нагружения.

Методика прогнозирования прочности. Накопление повреждений в КМ определяется с помощью термодинамического подхода [5, 6]. Согласно этому подходу каждому накопившемуся повреждению в материале под нагрузкой соответствует увеличение необратимой части энтропии. При полном разрушении энтропия достигает предельного значения. Таким образом, если через S_i обозначить текущее значение необратимой части энтропии, а через $S_{пр}$ – ее предельное значение в момент разрушения, то за меру повреждения принимается величина

$$L_i = S_i / S_{пр}, \quad (1)$$

где L_i – поврежденность материала, изменяемая от нуля (при $S_i = 0$ – материал неповрежденный) до единицы (при $S_i = S_{пр}$ – материал разрушается), т.е. $0 \leq L_i \leq 1$.

При изотермическом процессе в i -й момент времени часть энтропии, связанной с необратимыми процессами, равна отношению механической работы, расходуемой на возникновение и накопление повреждений F_i (рис. 1), к температуре T :

$$S_i = F_i / T. \quad (2)$$

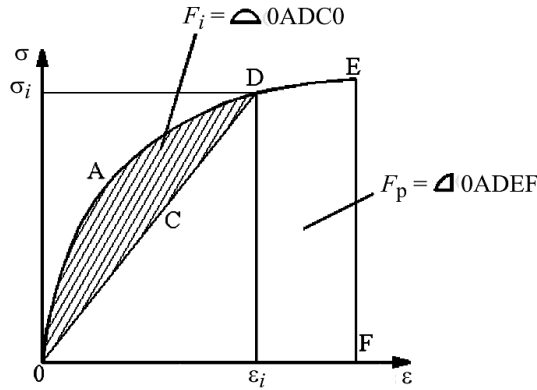


Рис. 1. Определение повреждений в i -й точке диаграммы деформирования $\sigma - \varepsilon$.

При $T = \text{const}$ предельная величина энтропии находится как отношение механической работы разрушения F_p (рис. 1) к температуре T :

$$S_{\text{пр}} = F_p / T. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), определим поврежденность материала:

$$L_i = \frac{F_i}{T} \frac{T}{F_p} = \frac{F_i}{F_p}. \quad (4)$$

Для математического описания кривых поврежденности в рамках рассмотренного термодинамического подхода было предложено уравнение, которое в дифференциальном виде запишем следующим образом:

$$dL = (1 - L)^{-r} (B_1 \sigma^{n_1 + \beta_1 T} d\tau + B_2 \sigma^{n_2 + \beta_2 T} d\sigma + B_3 \sigma^{n_3 + \beta_3 T} dT), \quad (5)$$

где $B_1, B_2, B_3, n_1, n_2, n_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, r$ – константы материала.

Для решения уравнения (5) необходимо найти десять коэффициентов, что очень сложно и не всегда возможно. Поэтому следует провести упрощения и модернизировать некоторые положения в уравнении (5), чтобы получить конкретный результат определения поврежденности композиционного материала при высоких температурах и прогнозировать ее для сложных условий нагружения. Ниже излагается методика упрощенного решения задачи определения поврежденности, что позволит количество коэффициентов уменьшить до четырех (B_1, n_1, B_2 и n_2) и получать их из простых экспериментов. Зная эти коэффициенты и поврежденность в каждый момент времени, построим диаграмму деформирования $\sigma - \varepsilon$ и найдем предел прочности, т.е. его максимальное значение в момент разрушения.

Для сложных условий нагружения уравнение (5), в котором константы заменены некоторыми функциями материала, представляется так:

$$dL = (1 - L)^{-r} (B_1(T) \sigma^{n_1(T)} d\tau + B_2(T) \sigma^{n_2(T)} d\sigma). \quad (6)$$

После интегрирования (6), учитывая, что поврежденность L , напряжения σ и температура T являются функциями времени τ , получаем

$$L(\tau) = 1 - \left[1 - (r+1) \left[B_1 [T(\tau)] \int_0^\tau \sigma(\tau)^{n_1 [T(\tau)]} d\tau + B_2 [T(\tau)] \frac{\sigma(\tau)^{n_2 [T(\tau)] + 1}}{n_2 [T(\tau)] + 1} \right] \right]^{1/(r+1)}. \quad (7)$$

При $T = \text{const}$ и $\sigma = \text{const}$ имеем $dT = 0$. Тогда в уравнении поврежденности (5) остается только член, содержащий неизвестные коэффициенты B_1 и n_1 , и оно принимает такой вид:

$$dL = (1-L)^{-r} (B_1 \sigma^{n_1} d\tau). \quad (8)$$

После интегрирования (8) от момента нагружения ($L = 0, \tau = 0$) до момента разрушения ($L = 1, \tau = \tau_p$) получим

$$B_1 \sigma^{n_1} \tau_p = \frac{1}{r+1}. \quad (9)$$

Тогда B_1 и n_1 находятся из уравнения (9) с использованием данных двух экспериментов:

$$B_1 = \frac{1}{(r+1) \tau_{p1} (\sigma_1)^{n_1}}; \quad (10)$$

$$n_1 = \frac{\ln(\tau_{p2}/\tau_{p1})}{\ln(\sigma_1/\sigma_2)}. \quad (11)$$

Для определения коэффициентов B_2 и n_2 используется уравнение (5), и для случая $dT = 0$ оно будет иметь следующий вид:

$$dL = (1-L)^{-r} (B_1 \sigma^{n_1} d\tau + B_2 \sigma^{n_2} d\sigma). \quad (12)$$

Второе слагаемое из выражения (12) представляется так:

$$(B_2 \sigma^{n_2} d\sigma) \rightarrow \left(B_2 \sigma^{n_2} d\tau \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right).$$

Тогда уравнение (12) примет вид

$$dL = (1-L)^{-r} \left(B_1 \sigma^{n_1} d\tau + B_2 \sigma^{n_2} d\tau \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right). \quad (13)$$

При постоянной скорости нагружения образца выражение (13) после интегрирования может быть записано как

$$L(\tau) = \left\{ B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p1})^{n_1+1}}{n_1+1} + B_2 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_1^{n_2+1} \frac{(\tau_{p1})^{n_2+1}}{n_2+1} \right\} (r+1). \quad (14)$$

Проинтегрируем выражение (13) по частям. При этом используем тот случай, когда образец разрушился ($L = 1$). Время разрушения определяется из эксперимента.

Задавая две скорости нагружения для двух образцов, получаем систему из двух уравнений, в которой B_1 и n_1 уже известны (найжены выше из других экспериментов), а неизвестными являются только искомые коэффициенты B_2 и n_2 :

$$\begin{cases} B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p1})^{n_1+1}}{n_1+1} + B_2 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_1^{n_2+1} \frac{(\tau_{p1})^{n_2+1}}{n_2+1} = \frac{1}{r+1}; \\ B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p2})^{n_1+1}}{n_1+1} + B_2 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_2^{n_2+1} \frac{(\tau_{p2})^{n_2+1}}{n_2+1} = \frac{1}{r+1}. \end{cases} \quad (15)$$

Решая систему уравнений (15), находим B_2 и n_2 :

$$B_2 = \frac{\left(\frac{1}{r+1} - B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p1})^{n_1+1}}{n_1+1} \right) n_2+1}{\left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_1^{n_2+1} (\tau_{p1})^{n_2+1}}; \quad (16)$$

$$n_2 = \frac{\ln \left(\frac{\frac{1}{r+1} - B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p1})^{n_1+1}}{n_1+1}}{\frac{1}{r+1} - B_1 \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]^{n_1} \frac{(\tau_{p2})^{n_1+1}}{n_1+1}} \right)}{\ln \left(\frac{\left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_1 \tau_{p1}}{\left[\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \right]_2 \tau_{p2}} \right)} - 1. \quad (17)$$

Результаты и их обсуждение. Для реализации вышеизложенной методики проводились испытания на растяжение стеклопластиковых образцов СТ-3 (рис. 2) при комнатной температуре на испытательной установке 1958У-10 (рис. 3).

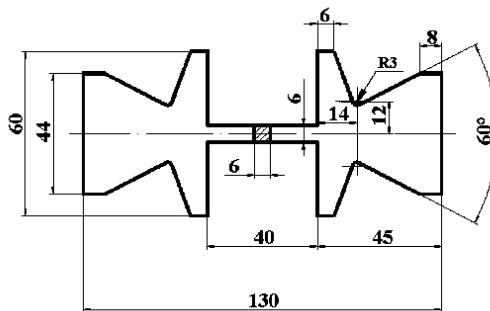


Рис. 2. Образец для испытаний на растяжение.

Цель экспериментов заключалась в определении неизвестных коэффициентов B_1 , n_1 , B_2 и n_2 . Для нахождения коэффициентов B_1 и n_1 использовались результаты двух испытаний, проведенных по следующей программе: быстрое нагружение

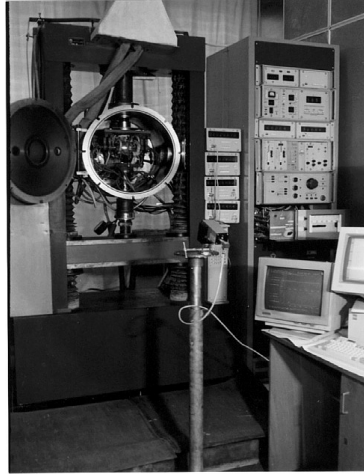


Рис. 3. Комплекс для испытаний образцов при различных видах нагружения.

до возникновения напряжений σ_1 (первый образец) и σ_2 (второй образец) с дальнейшим поддержанием нагрузки до разрушения (рис. 4).

Для получения коэффициентов B_2 и n_2 использовались формулы (16), (17) и данные испытаний на растяжение двух образцов при двух разных по величине постоянных скоростях нагружения ($\partial\sigma/\partial\tau$) до разрушения (рис. 5).

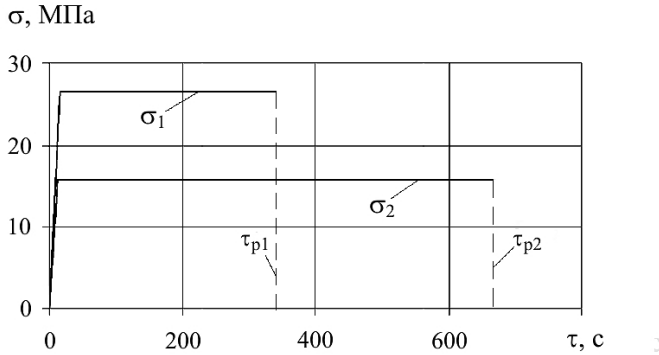


Рис. 4. Программы испытаний для нахождения коэффициентов материала B_1 и n_1 .

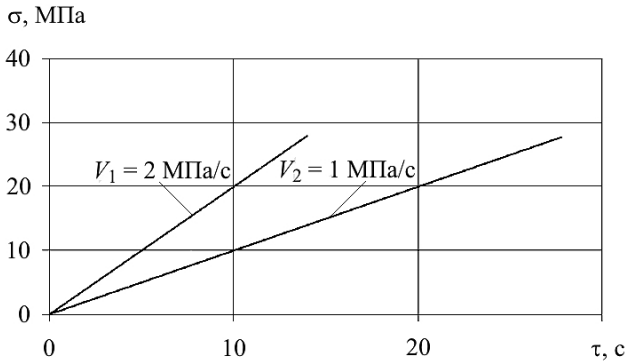


Рис. 5. Программы испытаний для нахождения коэффициентов материала B_2 и n_2 .

Определенные для материала СТ-3 коэффициенты при $T = 293 \text{ K}$: $r^M = 2$; $B_1^M = 1,373 \cdot 10^{-5}$; $n_1^M = 1,3$; $B_2^M = 2,086 \cdot 10^{-6}$; $n_2^M = 3,007$.

Подставляя эти значения в выражение (14), построим расчетную зависимость $L-\tau$ (при $L = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1$ получим $\tau_{pl} = 10,376; 12,389; 13,735; 14,776; 15,635; 16,374; 17,025; 17,609; 18,14; 18,629$ соответственно) в каждый момент времени для нового образца СТ-3, скорость механического нагружения которого составляет 10 МПа/с (рис. 6).

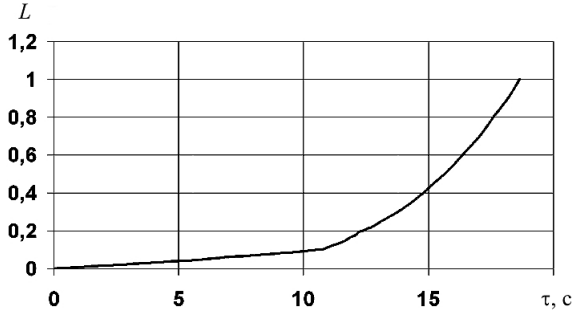


Рис. 6. Расчетная зависимость $L-\tau$ в соответствии с заданными программами.

На рис. 6 показано как накапливается поврежденность в новом образце СТ-3. Определив поврежденность материала, рассчитываем и строим диаграмму $\sigma-\epsilon$, так как найденные коэффициенты ($B_1, n_1; B_2, n_2$) являются одинаковыми для всех проведенных экспериментов.

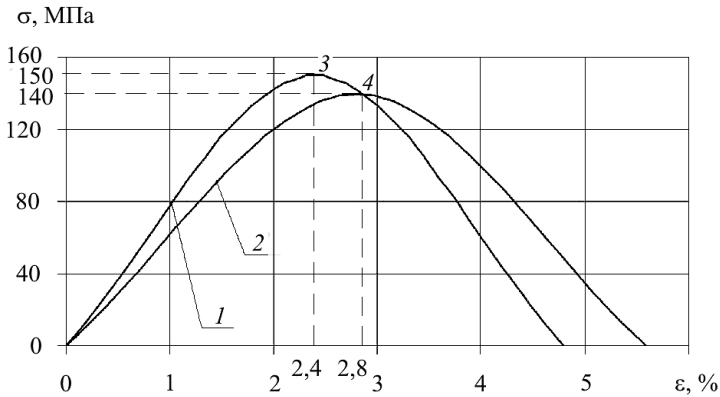


Рис. 7. Экспериментальная (1) и расчетная (2) диаграммы $\sigma-\epsilon$ для образцов из стеклопластика СТ-3 при растяжении; 3, 4 – максимальные значения прочности.

На рис. 7 представлены экспериментальная и расчетная зависимости $\sigma-\epsilon$ для нового образца из стеклопластика СТ-3 при растяжении. Расхождение между экспериментальной и расчетной зависимостями по величине прочности не превышает 6%.

Выводы

1. Предлагается методика прогнозирования прочности образца и построения диаграммы $\sigma-\epsilon$ по данным, полученным на образцах для других условий нагружения.
2. Расхождение между экспериментальной и расчетной зависимостями по величине прочности не превышает 6%.

Резюме

Запропоновано методику прогнозування міцності композиційного матеріалу, в основі якої лежить ентропійна теорія міцності. Наведено результати випробувань зразків із склопластика СТ-3 при розтязі. Побудовано діаграму напруження–деформація за даними випробувань за різних швидкостей навантаження. Показано, що розбіжність між експериментальною та розрахунковою залежностями за величиною міцності не перевищує 6%.

1. *Гузь А. Н.* О построении теории устойчивости волокнистых и слоистых композитных материалов // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 6. – С. 4–39.
2. *Хорошун Л. П., Шикун Е. Н.* Деформирование и долговременная повреждаемость физически нелинейных зернистых композитных материалов // Прикл. механика. – 2011. – **47**, № 6. – С. 76–85.
3. *Хорошун Л. П., Шикун Е. Н.* Влияние температуры на связанные процессы деформирования и долговременной повреждаемости слоистых материалов // Там же. – № 2. – С. 76–85.
4. *Голуб В. П., Крижановский В. И., Погребняк А. Д.* Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении // Там же. – 2004. – **40**, № 11. – С. 106–116.
5. *Дзюба В. С.* Термодинамический подход к оценке несущей способности конструктивных элементов из композиционных материалов: Тез. V Нац. конф. по механике и технологии композиционных материалов. – София, 1988. – С. 5.
6. *Дзюба В. С.* Прочность неметаллических материалов // Прочность материалов и конструкций / Под ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Академперіодика, 2005. – С. 929 – 992.

Поступила 29. 09. 2014