

Методы расчетного определения скорости роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в поли- и монокристаллических лопатках ГТУ

А. С. Семенов^а, С. Г. Семенов^а, Л. Б. Гецов^{б,1}

^а Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия

^б НПО ЦКТИ, Санкт-Петербург, Россия

¹ guetsov@yahoo.com

Исследуется кинетика роста трещин различной природы (усталости, ползучести и термоусталости) в лопатках газотурбинных установок на основе прямого конечноэлементного пошагового моделирования процесса распространения трещин в трехмерной постановке. Для прогнозирования скорости роста трещин усталости используются критерии, основанные на применении коэффициентов интенсивности напряжений (или J -интегралов), для трещин ползучести – C^ -интегралов, для трещин термоусталости – коэффициентов интенсивности напряжений (или J -интегралов) и C^* -интегралов. Рассматриваются методы определения долговечности поликристаллических лопаток, а также обсуждается специфика расчетов кинетики роста трещин в монокристаллических лопатках. Представлены примеры результатов конечноэлементных расчетов процессов роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в рабочих лопатках газотурбинных установок.*

Ключевые слова: лопатка, распространение трещины, усталость, ползучесть, термическая усталость.

Введение. Рабочие и направляющие лопатки современных газотурбинных установок (ГТУ) являются одними из наиболее ответственных и высоконагруженных их элементов, подвергающихся непосредственному воздействию высокой температуры газового потока, значительным напряжениям от градиентов температур, влиянию центробежных и аэродинамических сил. Современные охлаждаемые лопатки имеют сложную геометрию системы внутренних каналов охлаждения, что приводит к появлению в них локальных зон концентрации напряжений и возникновению сложного многоосного неоднородного напряженного состояния, нетривиально изменяющегося во времени при сложных программах непропорционального циклического термомеханического нагружения с выдержками. Вопросы оценки ресурса и повышения надежности работы лопаточного аппарата в процессе длительной эксплуатации являются актуальными и не до конца решенными. Наиболее точное расчетное определение долговечности деталей может быть получено с учетом как стадии зарождения, так и стадии распространения трещинообразных дефектов.

Неразрушающий контроль турбинных лопаток ГТУ, проведенный после их эксплуатации, позволяет обнаруживать в них трещины разных размеров, конфигураций и местоположений. Фрактографические исследования позволяют идентифицировать природу обнаруженных трещин. Обычно их разделяют на три группы [1]:

- усталостные трещины (рис. 1,а,б);
- трещины ползучести (рис. 1,в,г);
- термоусталостные трещины (рис. 1,д).

Специфика термоусталостных явлений, которые могут рассматриваться как разновидность малоциклового усталости, заключается в наличии переменных во времени

полей температур, которые также неравномерно распределены в объеме лопатки. В зависимости от доминирующего режима эксплуатации, предыстории штатных и пиковых термомеханических воздействий в лопатках могут превалировать трещины того или иного типа. Встречаются также случаи одновременного или последовательного возникновения трещин различной природы. При сложных программах нагружения лопатки в процессе распространения трещин возможны также смены доминирующего механизма их роста.

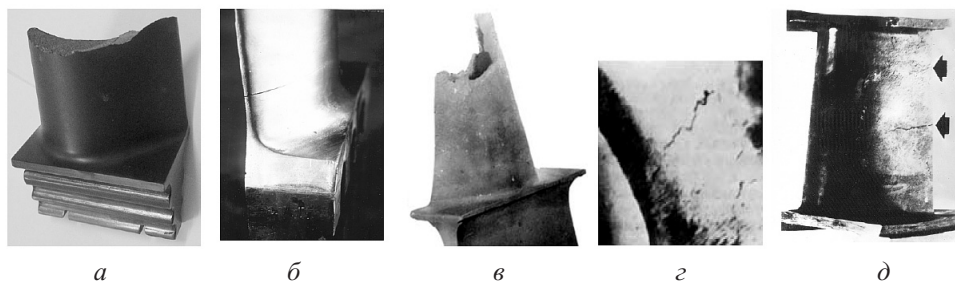


Рис. 1. Трещины различной природы в лопатках ГТУ: а, б – усталостные; в, г – трещины ползучести; д – термоусталостные.

Для корректной оценки долговечности, определения оптимальных сроков диагностики и прогноза ресурса лопаток целесообразно проведение расчетов не только на стадии зарождения трещин, но и на стадии их распространения, с учетом дифференциации типов трещин и специфики закономерностей их роста. При оценке остаточного ресурса индивидуальной лопатки с известной конфигурацией трещины наиболее достоверный прогноз могут давать расчеты, выполненные в трехмерной постановке и непосредственно учитывающие кинетику ее роста с учетом изменения формы фронта и ориентации направления роста.

Накопление экспериментального материала по скорости распространения трещин различной природы, разработка уточненных феноменологических моделей неупругого деформирования, совершенствование методов вычислительной механики и прогресс вычислительной техники позволяют в настоящее время реализовать решения сложных нелинейных краевых задач, возникающих при моделировании процессов распространения трещин в лопатках ГТУ. В ряде случаев прямое математическое моделирование роста трещин позволяет отказаться от дорогостоящих и длительных экспериментов для подтверждения ресурса лопаток.

Целью выполненных в настоящей работе исследований является разработка и реализация методики расчетной оценки живучести лопаток, в которых при контроле были обнаружены трещины. Предлагаемый подход основан на прямом пошаговом моделировании процесса распространения трещин с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и экспериментальных данных по зависимостям скорости роста трещин от размаха коэффициента интенсивности напряжений ΔK и C^* -интеграла, полученных для материала лопаток при соответствующих температурах. Следует отметить, что предложенные методы прогнозирования роста трещин могут быть использованы и в рамках интенсивно развивающегося расширенного метода конечных элементов [2, 3], позволяющего моделировать рост трещин по произвольным путям, не зависящим от границ элементов.

Основными этапами практической реализации рассматриваемых ниже методик являются:

определение местоположения и размеров трещин в лопатке ГТУ на основе результатов дефектоскопии (или анализа статистических данных по отказам) и иден-

тификация природы (усталость, ползучесть, термоусталость) выявленных дефектов фрактографическими методами;

определение предполагаемых режимов работы ГТУ, вызвавших образование трещин;

решение задач теплопроводности и аэродинамики в целях определения распределений температурных полей в объеме лопатки и давления газа по поверхности лопатки, а также их зависимости от времени;

решение задач термоупругости, термоупругопластичности и ползучести в целях определения напряженно-деформированного состояния лопатки при наличии растущих трещин;

расчетно-экспериментальное определение скорости роста трещин на различных режимах (на основе диаграмм $\Delta K - da/dN$, $C^* - da/dt$ при разных рабочих температурах).

Прямое математическое моделирование процесса распространения трещины в лопатке сложного профиля в трехмерной постановке с учетом изменения формы фронта и направления ее роста с использованием неупругих моделей материала и различных критериев роста трещины для каждого из вышеназванных трех типов трещин является трудоемкой задачей. Однако данный подход позволяет повысить степень точности прогнозов долговечности и оценок ресурса лопаток, а также провести на основе используемых моделей корректировку геометрии пера лопатки и системы ее охлаждения. Проведение многовариантных вычислительных экспериментов и сравнение их результатов с данными эксплуатации характерных классов лопаток при разных режимах нагружения позволяет сформулировать упрощенные критерии прочности и долговечности.

В настоящей работе описываются основы разработанных авторами методик определения кинетики роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в лопатках ГТУ и приводятся демонстрационные примеры таких расчетов применительно к неохлаждаемой лопатке ГТЭ 150, изготовленной из поли- и монокристаллического сплавов.

1. Методики расчетного определения скорости роста трещин в лопатках.

Суть методик состоит в определении кинетики распространения трещины, оценки числа циклов (или времени) до достижения ее критической длины (или определении длины для заданного числа циклов нагружения либо длительности эксплуатации). В качестве начальных расчетных дефектов принимаются поверхностные трещины заданной глубины (длины). Расчеты проводятся согласно фактической и (или) прогнозируемой моделям эксплуатации (режимы нагружения, уровни нагрузки).

1.1. **Определение параметров трещиностойкости материала.** Для определения скорости роста усталостной трещины используется выражение

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta K_{eff})^m, \quad (1)$$

где B и m – константы материала; $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \leq \Delta K = K_{max} - K_{min}$ – эффективный размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН), который в простейшей модели (1), учитывающей только стадию установившегося роста трещины и упрощенно отражающей эффект ее закрытия, определяется соотношениями:

$$\Delta K_{eff} = \begin{cases} K_{max} - K_{min}, & R = K_{min}/K_{max} \geq 0; \\ K_{max}, & R = K_{min}/K_{max} < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Уточненное описание эффектов преждевременного закрытия усталостной трещины и соответствующие выражения для ΔK_{eff} как функции K_{max} и R приведены в работах [4–6].

При наличии дополнительной экспериментальной информации о форме кинетической диаграммы усталостного разрушения (КДУР) для материала лопатки возможно применение более сложных уравнений, чем (1), (2). Влияние асимметрии цикла R может быть учтено, например, при использовании формулы Уолкера [7]

$$\frac{da}{dN} = B[(1-R)^n \Delta K]^m, \quad (3)$$

а наличие неустановившихся участков КДУР – с помощью уравнений, предложенных Форманом (учет III стадии) [8]

$$\frac{da}{dN} = \frac{B(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (4)$$

и Эрдоганом–Ратвани (учет I и III стадий) [9]

$$\frac{da}{dN} = \frac{B(\Delta K - \Delta K_{th})^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (5)$$

или посредством других, более сложных зависимостей [5, 10–12]. При анализе роста коротких трещин, а также режимов нагружения, соответствующих припороговым областям КИН, следует учитывать соответствующую специфику КДУР и, например, явно использовать условия $da/dN = 0$ при $\Delta K \leq \Delta K_{th}$ и $da/dN \neq 0$ при $\Delta K > \Delta K_{th}$, где ΔK_{th} – пороговый размах КИН, зависящий от материала, асимметрии цикла, агрессивности среды.

При развитых зонах пластической деформации при анализе роста трещин малоциклового усталости в качестве параметра разрушения в (3)–(5) следует вместо КИН использовать инвариантный J -интеграл. В общем трехмерном случае в условиях смешанных мод раскрытия он является трехкомпонентным вектором и определяется для произвольно ориентированной трещины при отсутствии объемных сил и градиентов температур выражением

$$\mathbf{J} = J_1 \mathbf{e}_1 + J_2 \mathbf{e}_2 + J_3 \mathbf{e}_3 = \frac{1}{\Delta} \int_A (W \mathbf{n} - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} \nabla) dA + J_3 \mathbf{e}_3, \quad (6)$$

где $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ – орты осей локальной системы координат, связанной с фронтом трещины (\mathbf{e}_1 – нормаль к фронту в плоскости роста трещины, \mathbf{e}_2 – нормаль к плоскости трещины, \mathbf{e}_3 – касательная к фронту); Δ – длина трубки вдоль фронта трещины; ε – радиус трубки; \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности трубки; dA – элемент поверхности трубки; \mathbf{u} – вектор перемещений. Компоненты векторного J -интеграла определяются выражениями:

$$J_k = \frac{1}{\Delta} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{A_\varepsilon} \left(W n_k - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) dA, \quad k = 1, 2; \quad (7)$$

$$J_3 = \frac{1}{\Delta} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{A_\varepsilon} \left(W_3 n_1 - n_i \sigma_{i3} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) dA.$$

Величина $W = \int_0^\varepsilon \sigma \cdot d\varepsilon = \int_0^t \sigma \cdot \dot{\varepsilon} dt$ – плотность работы напряжений на механической

части деформаций, $W_3 = \int_0^{\varepsilon_{3j}} \sigma_{3j} d\varepsilon_{3j} = \int_0^t \sigma_{3j} \dot{\varepsilon}_{3j} dt$ – ее антиплоская часть. Следует

отметить, что в индексах все компоненты соответствуют системе координат, связанной с трещиной (x_1 – по нормали к фронту в плоскости трещины, x_2 – по нормали к плоскости трещины, x_3 – по касательной к фронту). В двухмерном случае компоненты ($k = 1, 2$) J -интеграла определяются контурными интегралами:

$$J_k = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \left(W n_k - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) d\Gamma, \quad (8)$$

где Γ_ε – контур, охватывающий односвязную область размера ε , включающую вершину трещины и не содержащую других источников сингулярностей напряжений.

При анализе трещины нормального отрыва, распространяющейся вдоль оси x_1 , следствие (8) сводится к скалярному J -интегралу, наиболее используемому в литературных источниках:

$$J = J_1 = \int_{\Gamma} \left(W dx_2 - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} d\Gamma \right). \quad (9)$$

Для определения скорости роста трещин ползучести применяется выражение

$$\frac{da}{dt} = A(C^*)^q, \quad (10)$$

где A и q – характеристики материала, зависящие в общем случае от температуры; C^* – интеграл [13], обладающий свойством инвариантности при рассмотрении установившейся стадии ползучести. В общем трехмерном случае для произвольно ориентированных трещин с криволинейным фронтом в условиях смешанных мод раскрытия трещины следует использовать векторный инвариантный контурный C^* -интеграл, который вводится аналогично (6):

$$C^* = C_1^* \mathbf{e}_1 + C_2^* \mathbf{e}_2 + C_3^* \mathbf{e}_3 = \frac{1}{\Delta} \int_A (P \mathbf{n} - \mathbf{n} \cdot \sigma \cdot \dot{\mathbf{u}} \nabla) dA + C_3^* \mathbf{e}_3, \quad (11)$$

$$C_k^* = \frac{1}{\Delta} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{A_\varepsilon} \left(P n_k - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_k} \right) dA, \quad k = 1, 2; \quad (12)$$

$$C_3^* = \frac{1}{\Delta} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{A_\varepsilon} \left(P_3 n_1 - n_i \sigma_{i3} \frac{\partial \dot{u}_3}{\partial x_1} \right) dA,$$

где $P = \int_0^{\dot{\varepsilon}} \sigma \cdot d\dot{\varepsilon}$ и ее антиплоская часть $P_3 = \int_0^{\dot{\varepsilon}_{3j}} \sigma_{3j} d\dot{\varepsilon}_{3j}$.

В двухмерном случае его компоненты ($k = 1, 2$) определяются контурными интегралами:

$$C_k^* = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \left(P n_k - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_k} \right) d\Gamma. \quad (13)$$

При анализе трещины ползучести нормального отрыва, распространяющейся вдоль оси x_1 , следствие (13) сводится к скалярному C^* -интегралу, наиболее используемому в литературных источниках:

$$C^* = C_1^* = \int_{\Gamma} \left(P dx_2 - n_i \sigma_{ij} \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_1} d\Gamma \right). \quad (14)$$

Следует отметить, что введенные по аналогии с J -интегралом (путем замены $u_i \rightarrow \dot{u}_i$, $\varepsilon_{ij} \rightarrow \dot{\varepsilon}_{ij}$) C^* -интегралы (12)–(14) обладают свойством инвариантности только для нелинейно-вязкого материала, описываемого моделью установившейся ползучести (степенным законом Нортон):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} C_0 \sigma_e^{n-1} s_{ij}, \quad (15)$$

преобразующейся в случае одноосного растяжения в простое выражение $\dot{\varepsilon} = C_0 \sigma^n$. В уравнении (15) были введены следующие обозначения: s_{ij} – девиатор тензора напряжений, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$; σ_e – эквивалентное напряжение (интенсивность по Мизесу),

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]};$$

C_0 и n – характеристики материала, определяемые из опытов на ползучесть (или релаксацию напряжений). При проведении расчетов реальных объектов необходимо учитывать наличие упругих деформаций и использовать вместо (15) определяющие уравнения вида

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{3}{2} C_0 \sigma_e^{n-1} s_{ij}, \quad (16)$$

приводящие в случае одноосного растяжения к зависимости $\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + C_0 \sigma^n$.

Интеграл, вычисленный на основе выражения (14) с использованием вместо (15) определяющих уравнений (16), не обладает в общем случае свойством инвариантности и зависит явно от времени. Чтобы подчеркнуть указанное отличие, для него обычно используется обозначение $C(t)$. В начальный момент (момент приложения нагрузки) и при малых временах, когда зона ползучести не развита, $C(t)$ определяется величинами КИН. С течением времени деформации ползучести, возрастающие непрерывно, становятся доминирующими по сравнению с упругими, и для больших времен, прошедших с момента приложения нагрузки, $C(t)$ асимптотически приближается к C^* [13, 14]: $C(t)|_{t \rightarrow \infty} = C^*$. В литературных источниках предложен ряд эмпирических оценок, связывающих $C(t)$ с C^* . Наибольшее распространение получила зависимость [14]:

$$C(t) = C^* \left(1 + \frac{t_T}{t} \right), \quad (17)$$

где t_T – характерное время перехода от состояния с маломасштабной ползучестью к состоянию с развитыми зонами ползучести, определяемое из условия равенства напряжений для двух указанных состояний:

$$t_T = \frac{(1-\nu^2)K^2}{(n+1)EC^*}. \quad (18)$$

Дальнейшие усложнения используемых определяющих уравнений (15), такие как учет I или III неустановившихся стадий ползучести, приводят к более сложным, нежели (14), инвариантным интегралам C_h^* [15], а дополнительный учет в определяющих уравнениях пластических деформаций или одновременный учет I и II стадий ползучести приводят к неинвариантным интегралам $C_h(t)$, аналогичным $C(t)$. Кроме указанных интегралов для описания поведения трещины в переходный период был введен в рассмотрение параметр C_t , определяемый на основе раскрытия берегов трещины [16]. Его преимуществом в сравнении с $C(t)$ является возможность прямого экспериментального определения.

В ряде случаев можно избежать вычисления громоздких интегралов (14) и провести расчет C^* по упрощенным соотношениям, основанным на вычислении КИН и ссылочных напряжений [17–19] (для плоскодеформированного состояния):

$$C^* = \frac{(1-\nu^2)K^2 \dot{\epsilon}_{ref}^c}{\sigma_{ref}}. \quad (19)$$

Определение параметров роста трещин термической усталости (малоциклового усталости) лопаток при произвольной форме цикла проводится с помощью выражения [20]

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta K_{eff})^m + \int_0^{t_u} A(C^*(\tau))^q d\tau, \quad (20)$$

где значения параметров материала B , m , A и q принимались те же, что и в выражениях (1) и (10), интегрирование проводилось в пределах одного цикла (от 0 до t_u).

Первое слагаемое в выражении (13) характеризует рост трещин термоусталости за счет термоупругих напряжений при пусках и остановах, второе – рост трещин во время выдержки на рабочих режимах между пусками. Следует отметить следующие особенности величины ΔK_{eff} при малоциклового (термической) усталости: по мере термоциклирования цикл по напряжениям стремится к симметричному [1], и во время полуцикла сжатия трещина закрывается.

При формулировке уравнения (20) предполагалось, что имеет место линейное суммирование вкладов от усталости и ползучести без учета взаимного влияния этих процессов друг на друга [21, 22]. При наличии дополнительной экспериментальной информации о режимах нагружения с различными амплитудами циклического воздействия и временами выдержек и последовательности их приложения возможно введение дополнительных слагаемых в (20), отражающих взаимное влияние.

Для нерегулярных режимов термоциклирования в условиях частых и резких смен уровней и длительности выдержек следует вместо (20) использовать выражение

$$da = B(\Delta K_{eff})^m dN + A(C^*(t))^q dt. \quad (21)$$

1.2. **Расчет кинетики роста трещины усталости в лопатке.** Краевая задача решается в линейно-упругой постановке в предположении малых деформаций на основе применения МКЭ. В качестве внешнего воздействия рассматривается: действие центробежных сил, давление газа на перо лопатки, вибрационные нагрузки. При необходимости возможен учет влияния температурных полей. Амплитуды вибрационных нагрузок задаются на основе результатов вибрационного анализа или из условия превышения КИН порогового значения для потенциально возможной трещины. Также допустима упрощенная интерпретация последнего условия как достижение напряжениями с некоторым запасом предела выносливости в наиболее нагруженной точке лопатки.

В КЭ модели лопатки трещина задается геометрически, путем введения на разных берегах узлов с совпадающими координатами, но с различными номерами. При разбиении области на КЭ желательно использовать фокусированные сетки со сгущением вокруг линии фронта трещины и гексаэдральные КЭ.

Весь период эксплуатации разбивается на временные интервалы (с заданным на каждом интервале числом циклов ΔN). На каждом интервале для одного характерного цикла решаются две упругие задачи при наличии трещины. В первой задаче определяются максимальные за цикл значения КИН K_{\max} , соответствующие положительному направлению приложения вибрационных нагрузок, во второй – минимальные за цикл значения K_{\min} , соответствующие противоположному положительному направлению приложения вибрационных нагрузок. Значения K_{\max} и K_{\min} определяются для каждого узла на фронте трещины.

При определении максимальных КИН в случае выполнения условий $K_I \gg K_{II}$ и $K_I \gg K_{III}$ сохраняется направление роста трещины (трещина нормального отрыва I типа). При нарушении этих неравенств необходимо скорректировать направление роста трещины, определив угол отклонения $\Delta\theta$ от первоначального направления исходя из критерия максимальных растягивающих напряжений, который при наличии ненулевых K_{II} принимает вид $K_I \sin \Delta\theta + K_{II} (3 \cos \Delta\theta - 1) = 0$, откуда имеем $\Delta\theta =$

$$= 2 \arctg \left[\frac{1 - \sqrt{1 + 8(K_{II}/K_I)^2}}{4(K_{II}/K_I)} \right].$$

Следует отметить, что в процессе неограниченного

роста в изотропном материале трещина стремится изменить свою ориентацию так, чтобы K_{II} обратился в ноль. Это позволяет в ряде случаев ограничиться рассмотрением прямолинейного роста трещины с выбором начального направления из условия $K_{II} = 0$.

Для определения длины трещины в каждой точке фронта необходимо проинтегрировать дифференциальное уравнение (1), в котором правая часть зависит от a нетривиальным образом. В общем случае получить решение аналитически не удастся, за исключением ограниченного числа случаев простейшей геометрии объектов. Поэтому на практике при КЭ моделировании распространения трещины рекомендуется использование инкрементальных процедур поиска решения, которые позволят найти длину трещины в каждой точке фронта численным интегрированием (1). При достаточно большом количестве интервалов численного интегрирования можно ограничиться явным методом Эйлера (методом левых прямоугольников). В этом случае приращение длины трещины на временном интервале, содержащем ΔN циклов, определяется соотношениями

$$\Delta a = \begin{cases} B(\Delta K_{eff})^m \Delta N, & \Delta K_{eff} > \Delta K_{th}; \\ 0, & \Delta K_{eff} \leq \Delta K_{th}. \end{cases} \quad (22)$$

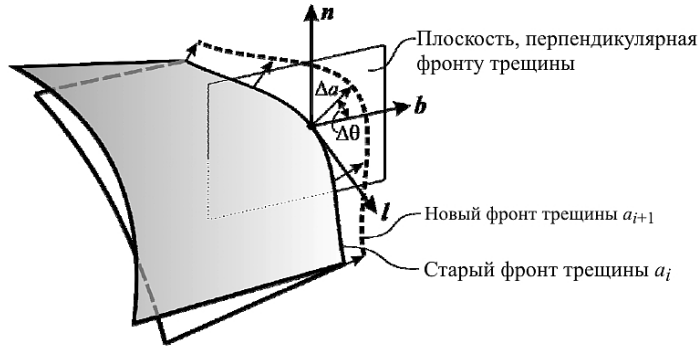


Рис. 2. Основные параметры роста и локальная система координат трехмерной трещины.

На основе полученных в расчете значений приращений длины трещины определяется новый фронт трещины (рис. 2):

$$a_{i+1} = a_i + \Delta a, \quad (23)$$

для которого проводятся модификация КЭ сетки и повторение предшествующих шагов расчета до достижения критической длины трещины или заданного числа циклов нагружения. Следует отметить, что в каждой точке фронта трещины возможны различные ориентации локальной системы координат (векторы касательной l , нормали n и бинормали b – рис. 2), разные значения КИН и соответственно разные значения приращений длины трещины Δa . В общем случае изначально плоская трещина в процессе роста может потерять планарность, что приведет к необходимости учета эффектов преждевременного закрытия.

При использовании уравнения Париса (1) с целью минимизации вычислительных затрат приращение длины трещины определяется для наиболее нагруженной точки фронта трещины Δa_{\max} , для остальных точек используется выражение

$$\Delta a = \Delta a_{\max} \left(\frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K_{eff \max}} \right)^m. \quad (24)$$

При моделировании процесса роста трещины в ряде случаев удобно на каждом временном интервале задавать желаемое максимальное приращение длины трещины и определять число циклов, за которое реализуется заданное максимальное приращение длины трещины. В этом случае искомое число циклов ΔN для заданного приращения Δa_{\max} при условии $\Delta K_{eff \max} > \Delta K_{th}$ определяется на основе (22) следующим выражением:

$$\Delta N = \frac{\Delta a_{\max}}{B(\Delta K_{eff \max})^m}. \quad (25)$$

Следует иметь в виду, что для полной оценки усталостной долговечности лопатки, разумеется, наряду с числом циклов достижения трещиной критической длины необходимо учитывать число циклов до зарождения трещины.

Расчет КИН K_I , K_{II} , K_{III} осуществляется на основе анализа перемещений берегов трещины в окрестности ее вершины. Предполагается, что асимптотика поведения напряжений в области вблизи вершины трещины (за исключением край-

них точек фронта трещины) соответствует плоскому деформированному состоянию. При использовании КЭ программного комплекса ANSYS версии 11 и выше расчет КИН может быть выполнен автоматически. Для его реализации необходимо ввести связанную с ориентацией трещины локальную систему координат (рис. 2) и указать ряд точек на берегах трещины.

1.3. Расчет кинетики роста трещины ползучести в лопатке. При решении краевых задач в КЭ расчетах используется нелинейная вязкоупругая модель материала с законом установившейся ползучести для II стадии (закон Нортонна) (16). В случае решения задачи со значительными перепадами температур из-за наличия каналов охлаждения, а также при анализе режимов нагружения с температурой, изменяющейся в широких пределах, необходимо учитывать температурную зависимость рассмотренных характеристик материала. Для неохлаждаемых лопаток, работающих при стационарных температурных режимах, можно проводить расчеты в изотермических условиях. В качестве внешнего воздействия рассматриваются: действие центробежных сил, давление газа на поверхности пера лопатки и влияние температурных полей.

Весь период эксплуатации разбивается на временные интервалы различной длительности. В пределах каждого временного интервала Δt нагрузка предполагается близкой к постоянной. На каждом интервале находится напряженно-деформированное состояние (НДС) лопатки. На основе этого определяются C^* -интегралы для каждого узла на фронте трещины. Для повышения точности расчетов значения C^* вычисляются по нескольким контурам разных радиусов, и полученные результаты осредняются.

Приращение длины трещины определяется на основе интегрирования уравнения (10). При использовании явного метода Эйлера приходим к выражению

$$\Delta a = A(C^*)^m \Delta t. \quad (26)$$

На основе полученных в расчете значений приращений длины трещины определяется новый фронт трещины (23), применительно к которому проводятся модификация КЭ сетки и повторение предшествующих шагов расчета до достижения критической длины трещины или длительности эксплуатации.

В расчетах использовался КЭ программный комплекс ABAQUS. При его применении к вычислению любого из параметров механики разрушения (КИН, J -интеграл, $C(t)$, C^* -интегралы) необходимо идентифицировать фронт трещины, ее берега и направление роста (рис. 2).

1.4. Расчет кинетики роста термоусталостной трещины в лопатке. При решении задачи используется термоупруговязкопластическая модель материала. При режимах нагружения с относительно короткими периодами пуска/останова по сравнению со временем выдержки при повышенных температурах допускается решение задачи в упрощенной постановке, основанной на раздельном рассмотрении периода выдержки с применением модели ползучести для его анализа и периода пуска/останова с использованием упругопластической модели. Дальнейшее упрощение возможно при анализе периода пуска/останова, если напряжения на удалении от вершины трещины не превышают предела текучести и можно ограничиться в расчетах упругой моделью материала.

Весь период эксплуатации разбивается на временные интервалы (с заданным числом циклов ΔN , длительностью каждого цикла $t_{\text{ц}}$). При близких или неизменных режимах нагружения на всех циклах возможен расчет одного цикла нагружения. На каждом интервале для одного характерного цикла при наличии трещины в лопатке решаются, как правило, две краевые задачи: анализ процессов ползучести в пределах

цикла и анализ усталости в рамках термоупругой (термовязкоупругопластической) постановки при решении задачи останова (охлаждения). При пуске (нагреве) поверхностные трещины, как правило, оказываются закрытыми.

Приращение длины трещины определяется на основе интегрирования соотношения (20), и для одного характерного цикла (блока циклов с близкими значениями ΔK_{eff} и C^*) имеем

$$\Delta a = \left[B(\Delta K_{eff})^m + \int_0^{t_{ци}} A(C^*(\tau))^q d\tau \right] \Delta N. \quad (27)$$

На основе полученных в расчете значений приращений длины трещины определяется новый фронт трещины (23), применительно к которому проводится модификация КЭ сетки и повторяются предшествующие шаги расчета до достижения критической длины трещины или требуемого числа циклов термоусталостного нагружения.

При оценке долговечности лопатки наряду с числом циклов достижения трещиной критической длины необходимо учитывать число циклов до зарождения трещины. Критерии оценки числа циклов до зарождения термоусталостной трещины рассматриваются в работах [1, 23, 24].

Расчет параметров, характеризующих рост трещины усталости, может быть выполнен с использованием КЭ программных комплексов ANSYS или ABAQUS, а параметров, связанных с ползучестью, – с помощью ABAQUS.

1.5. Особенности расчета кинетики роста трещин в монокристаллах. Монокристаллические сплавы, используемые при проектировании лопаток ГТУ, характеризуются ярко выраженной анизотропией механических свойств, которую необходимо учитывать как при расчете напряженного состояния, так и при анализе трещиностойкости. Кубическая симметрия монокристаллов требует учета в КЭ расчетах трех независимых упругих модулей (S_{1111} , S_{1122} , S_{2323} или $E_{[001]}$, $G_{[001]}$, ν либо $E_{[001]}$, $E_{[011]}$, $E_{[111]}$) и двух независимых параметров ($\sigma_{T[001]}$ и K_p) феноменологического критерия пластичности [25] или потенциала ползучести. Однако более точные результаты могут быть получены при использовании микромеханических моделей неупругого деформирования [25, 26], учитывающих, что неупругое деформирование монокристалла происходит по активным системам скольжения (обычно вводятся в рассмотрение 12 октаэдрических $\{111\}[011]$ и 6 кубических $\{001\}[011]$ систем скольжения) и в значительной мере определяется кристаллографической ориентацией материала по отношению к направлению внешнего воздействия.

В общем проведение расчетов скоростей распространения трещин для монокристаллических материалов соответствует описанному выше в разд. 1.1–1.4 для поликристаллических материалов (дополнен учетом чувствительности констант уравнений к кристаллографическому направлению). Основное отличие заключается в необходимости учета различий между кристаллографической и некристаллографической модами роста [27–29], определяемыми температурным режимом (T_{max} и ΔT) и частотой циклирования. Примеры диаграмм механизмов разрушения, полученных при испытании плоских корсетных образцов сплавов ЖС36 и ЖС32, представлены ранее [28, 29].

Направление роста трещины *кристаллографической моды* определяется кристаллографической ориентацией. Экспериментальные данные [30, 31] для гранцентрированных монокристаллических сплавов на никелевой основе показывают, что рост трещин происходит преимущественно в плоскостях $\{111\}$. Из четырех возможных вариантов плоскостей выбирается тот, у которого фактор Шмида максимален. Направление роста трещины *некристаллографической моды* определяется с исполь-

зованием критериев для поликристаллических материалов (максимальное окружное напряжение, минимум скорости освобождения, условия симметрии). Необходимость раздельного рассмотрения мод роста трещины обусловлена различиями не только в направлении ее распространения, но и в скоростях роста различных мод.

При кристаллографической моде разрушения трещина в кристалле растет в фиксированной плоскости $\{111\}$, как правило, в условиях смешанности мод (раскрытия I, поперечного II или продольного III сдвига). Сложности в определении коэффициентов интенсивности напряжений для анизотропного тела возникают из-за взаимной перепязки мод раскрытия трещины [32]:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{Bmatrix} = [B]^{-1} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \sqrt{\frac{\pi}{2r}}. \quad (28)$$

Здесь u, v, w – перемещения вдоль берега трещины перпендикулярно к ее фронту и берегу, а также вдоль фронта трещины соответственно; r – расстояние до фронта (вершины) трещины; матрица $[B]^{-1}$ вводится следующим образом [32]:

$$[B]^{-1} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (q_2 - q_1) \right] \frac{1}{D} & \operatorname{Re} \left[\frac{-i}{\mu_1 - \mu_2} (p_2 - p_1) \right] \frac{1}{D} & 0 \\ \operatorname{Re} \left[\frac{-i}{\mu_1 - \mu_2} (\mu_1 q_2 - \mu_2 q_1) \right] \frac{1}{D} & \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (\mu_1 p_2 - \mu_2 p_1) \right] \frac{1}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{c_{44}c_{55} - c_{45}^2} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (\mu_1 p_2 - \mu_2 p_1) \right] & \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (p_2 - p_1) \right] \\ \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (\mu_1 q_2 - \mu_2 q_1) \right] & \operatorname{Re} \left[\frac{i}{\mu_1 - \mu_2} (q_2 - q_1) \right] \end{bmatrix}, \quad (30)$$

где μ_1, μ_2 – комплексные корни с положительной мнимой частью характеристического уравнения,

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0; \quad (31)$$

a_{ij}, c_{ij} – элементы матрицы податливости и жесткости соответственно; p_k и q_k вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} p_k &= a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k; \\ q_k &= a_{12}\mu_k + \frac{a_{22}}{\mu_k} - a_{26}. \end{aligned} \quad (32)$$

Однако, например, в [33, 34] отмечается, что для усталостных трещин в монокристаллах размахи КИН не являются параметрами, адекватно отражающими физику

процесса накопления усталостных повреждений. Поэтому в качестве их замены в уравнении Париса было предложено [33] использовать размах K_{rss} (resolved shear stresses):

$$K_{rss} = \lim_{r \rightarrow 0} \tau_{rss} \sqrt{2\pi r}. \quad (33)$$

Здесь r – расстояние до фронта (вершины) трещины; τ_{rss} – максимальные напряжения сдвига в системе скольжения кристалла, которые определяются равенством $\tau_{rss} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}$, где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши; \mathbf{n} – вектор нормали к плоскости скольжения; \mathbf{l} – направление скольжения, которое выражается через вектор \mathbf{b} (вектор Бюргерса) равенством $\mathbf{l} = \mathbf{b}/|\mathbf{b}|$.

При развитых зонах пластической деформации в качестве критерия разрушения вместо КИН необходимо использовать J -интеграл (6), в то время как при развитых зонах деформации ползучести в условиях смешанных мод раскрытия – векторный инвариантный контурный C -интеграл (11).

Представленные выше параметры механики разрушения (7), (12), (28) и (33) для анизотропного тела были реализованы ранее [35] в КЭ комплексе PANTOCRATOR. Для вычисления J - и $C(t)$ -интегралов применялся метод эквивалентного объемного интегрирования. Среди коммерческих КЭ программ для вычисления C^* -интеграла используется ABAQUS.

2. Результаты КЭ расчетов. Ниже представлены результаты КЭ моделирования процессов распространения трещин различной природы, проведенного применительно к идеализированной лопатке, в качестве которой взята одна из лопаток энергетической ГТУ (см. детали в [20]). Лопатка не имеет каналов охлаждения и содержит одиночную трещину (идеализированный расчетный дефект заданной начальной глубины и протяженности). Характерная КЭ модель лопатки с трещиной показана на рис. 3. В проведенных расчетах принималось расположение усталостных трещин на высоте 15 мм (1/16 высоты пера лопатки), трещин ползучести – на высоте 80 мм (1/3 высоты) и термоусталостных – на высоте 50 мм (~1/5 высоты) от корневого сечения пера в плоскости, ортогональной оси лопатки, на выходной кромке и при ее начальной максимальной глубине 1 мм.

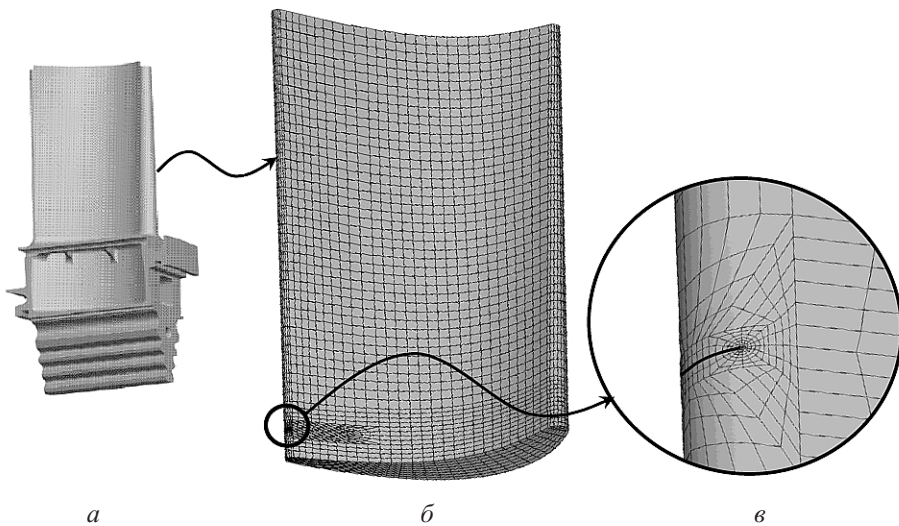


Рис. 3. Твёрдотельная модель лопатки (а), КЭ модель пера лопатки с трещиной, расположенной на высоте 15 мм от корневого сечения (б), и фрагмент КЭ сетки в окрестности трещины (в).

Конечноэлементная дискретизация лопатки выполнена с помощью трехмерных квадратичных изопараметрических 20-узловых конечных элементов. Используемые в расчетах КЭ модели лопаток с трещиной насчитывали от 195000 до 220000 степеней свободы. При расчете перо лопатки закреплялось по всем узлам на нижнем основании в направлении ее оси (нормали к основанию) и фиксировались три степени свободы в плоскости основания для исключения твердотельных трансляций в этой плоскости и вращения вокруг ее оси.

При анализе поликристаллической лопатки в КЭ расчетах использовались модели линейного упругого изотропного материала (для усталостных и частично термоусталостных трещин) и вязкоупругого материала с законом ползучести Нортона (для трещин ползучести и частично термоусталостных). Задачи решались в предположении малых деформаций.

Параметры материала определялись на основе данных работ [1, 36, 37]. В расчетах использовали значения основных механических характеристик материала для температуры 850°C, соответствующей рабочей температуре лопатки: модули Юнга $E^{\text{ст}} = 1,16 \cdot 10^5$ МПа, $E^{\text{длн}} = 1,52 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; плотность $\rho = 8400$ кг/м³; предел текучести $\sigma_{0,2} = 600$ МПа; предел прочности $\sigma_{\text{в}} = 750$ МПа; показатель степени в законе Париса (1) $m = 3,85$; множитель в законе Париса (1) $B = 8,92 \cdot 10^{-10}$ м/[цикл·(МПа·м^{1/2})^{3,85}]; пороговый размах КИН $\Delta K_{\text{th}}^{R=0} = 3,45$ МПа·м^{1/2}; показатель степени в законе Нортона (15) $n = 7,0$; константа ползучести в законе Нортона (15) $C_0 = 1,1 \cdot 10^{-25}$ (с·МПа⁷)⁻¹; показатель степени в законе роста трещины ползучести (10) $q = 1,12$; коэффициент в законе роста трещины ползучести (10) $A = 0,317$ м/[с·(МПа·м/с)^{1,12}]. Следует отметить, что в литературных источниках данные по трещиностойкости материала турбинных лопаток при усталости и ползучести встречаются достаточно редко. Поэтому для выполнения корректного анализа трещиностойкости, как правило, требуется проведение соответствующих экспериментов. В данных расчетах, выполненных в целях иллюстрации работоспособности предложенной методики, ориентировались на средние характерные значения параметров, типичные для материалов лопаток современных ГТУ. Значения коэффициентов уравнения (1) для определения скорости роста усталостной трещины выбирались по КДУР для сплава ЖС6Ф [36]. Значения коэффициентов уравнения (10) определялись по данным для сплава IN738LC [37]. Значения коэффициентов уравнения (20) принимались равными, используемым в выражениях (1) и (10).

2.1. Расчет кинетики роста усталостных трещин. В расчете принималось, что усталостная трещина расположена на высоте 15 мм (рис. 3) от корневого сечения пера в плоскости, ортогональной оси лопатки, имеет в начальный момент прямолинейный фронт длиной 4,44 мм, максимальное удаление точек которого от выходной кромки лопатки составляет 1 мм.

В качестве нагрузок в данной задаче рассматривались: действие центробежных сил ($\omega = 3000$ об/мин), давление газа на перо лопатки и вибрационные нагрузки. Расчет включал следующие этапы: модальный анализ, оценку амплитуд вибрационных нагрузок, пошаговый анализ кинетики роста усталостной трещины.

Распределение полей интенсивности условно-упругих напряжений по Мизесу σ_e в окрестности трещины для случая положительного направления приложения вибрационных нагрузок показано на рис. 4. Характер деформированного состояния и распределение полей напряжений указывают на реализацию раскрытия трещины по моде отрыва. При анализе распределения полей напряжений, показанных на рис. 4, следует учитывать, что в вершине трещины в теории имеет место сингулярность, а при использовании МКЭ наблюдаются относительно высокие конечные значения, возрастающие при сгущении сетки.

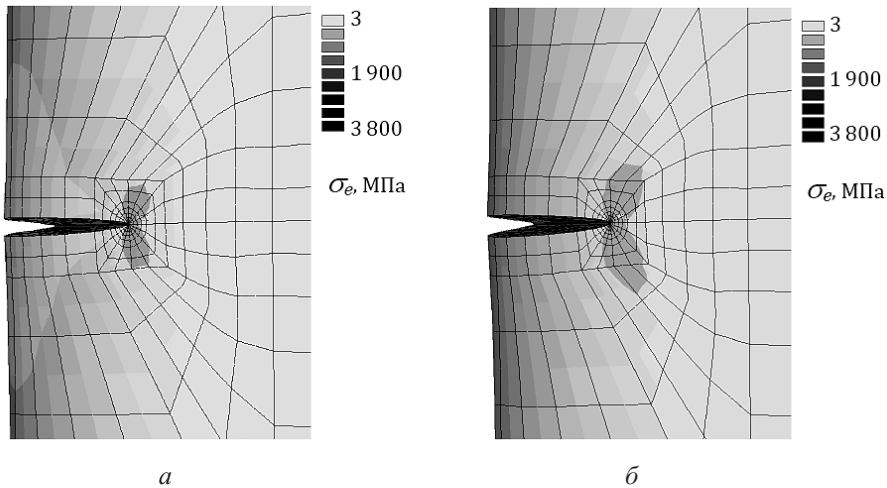


Рис. 4. Распределение полей интенсивности напряжений по Мизесу в лопатке с трещиной усталости начальной конфигурации $a_{0\max} = 1$ мм (а) и трещиной, проросшей за 10^7 цикл до длины $a_{1\max} = 1,7$ мм (б). ($\times 25$)

Значения КИН, вычисленные для случаев положительного (для определения K_{\max}) и отрицательного (для определения K_{\min}) направлений приложения вибрационных нагрузок для трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм), представлены в табл. 1 для всех угловых узлов КЭ сетки, лежащих на фронте трещины. Как видно из таблицы, наблюдается доминирование K_I в сравнении с величинами K_{II} и K_{III} . Поэтому трещина далее будет распространяться в прежнем направлении (в плоскости, ортогональной оси лопатки), и в качестве K_{\max} далее будет рассматриваться K_I . Значения КИН, вычисленные для случая отрицательного направления приложения вибрационных нагрузок, являются положительными ($R > 0$) и значительно меньшими K_{\max} . Указанное доминирование K_I , а также положительность всех КИН в фазе цикла, соответствующей отрицательному направлению приложения вибрационных нагрузок, позволяет использовать упрощенное выражение $\Delta K_{eff} = \Delta K_I$ в расчетах скорости роста трещины.

Значения размахов КИН ΔK_{eff} , вычисленные в соответствии с (2), представлены в табл. 2 для всех угловых узлов КЭ сетки, лежащих на фронте трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм). В данной таблице также указаны значения коэффициента асимметрии цикла R , скорости роста трещины da/dN , вычисленной в соответствии с (1), и приращение длины трещины Δa на базе 10^7 цикл. В скобках в табл. 2–5 выделены экстремальные значения. На основе полученных в расчете значений приращений длины трещины определялся в соответствии с (23) новый фронт трещины (рис. 5,б), производились модификация КЭ сетки и повторение предшествующих шагов расчета до достижения критической длины трещины.

Значения размахов КИН ΔK_{eff} , вычисленные на следующем шаге роста усталостной трещины после 10^7 цикл на модифицированной сетке (рис. 5,б) для трещины с максимальной длиной (глубиной) $a_{1\max} = 1,7$ мм, приведены в табл. 3. Там же представлены значения коэффициента R , скорости роста трещины da/dN и приращение длины трещины Δa . Для рассматриваемой длины трещины наблюдается, как и на предыдущем шаге роста, доминирование K_I в сравнении с величинами K_{II} и K_{III} , что приводит к сохранению прежнего направления роста (в плоскости, ортогональной оси лопатки).

Т а б л и ц а 1

Значения КИН для усталостной трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм)

Расстояние вдоль фронта трещины, мм	Положительное направление приложения вибрационных нагрузок (K_{\max})			Отрицательное направление приложения вибрационных нагрузок (K_{\min})		
	$K_I, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{II}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{III}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_I, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{II}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{III}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
0 (корыто)	5,66	0,60	0,05	0,10	0,13	0,03
0,56	11,15	0,83	0,06	0,09	0,17	0,08
1,11	12,54	0,84	0,06	0,02	0,14	0,13
1,67	13,12	0,85	0,07	0,16	0,06	0,17
2,22	12,92	0,82	0,06	0,30	0,03	0,19
2,78	12,17	0,76	0,03	0,44	0,12	0,17
3,33	10,76	0,66	0,04	0,54	0,17	0,13
3,89	8,92	0,51	0,05	0,60	0,19	0,09
4,44 (спинка)	4,20	0,27	0,02	0,38	0,13	0,04

Т а б л и ц а 2

Значения размаха КИН ΔK_{eff} , коэффициента асимметрии R и скорости роста трещины da/dN для усталостной трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм)

Расстояние вдоль фронта трещины, мм	$\Delta K_{eff} = \Delta K_I, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$R = K_{\min} / K_{\max}$	$da/dN, \text{мм/цикл}$	$\Delta a, \text{мм}$
0 (корыто)	5,56	0,018	$2,52 \cdot 10^{-9}$	0,025
0,56	11,07	0,008	$3,75 \cdot 10^{-8}$	0,375
1,11	12,52	0,002	$6,08 \cdot 10^{-8}$	0,608
1,67	(12,96)	0,012	($6,97 \cdot 10^{-8}$)	(0,697)
2,22	12,62	0,023	$6,28 \cdot 10^{-8}$	0,628
2,78	11,73	0,036	$4,71 \cdot 10^{-8}$	0,471
3,33	10,22	0,050	$2,74 \cdot 10^{-8}$	0,274
3,89	8,33	0,067	$1,23 \cdot 10^{-8}$	0,123
4,44 (спинка)	3,82	(0,091)	$5,79 \cdot 10^{-10}$	0,006

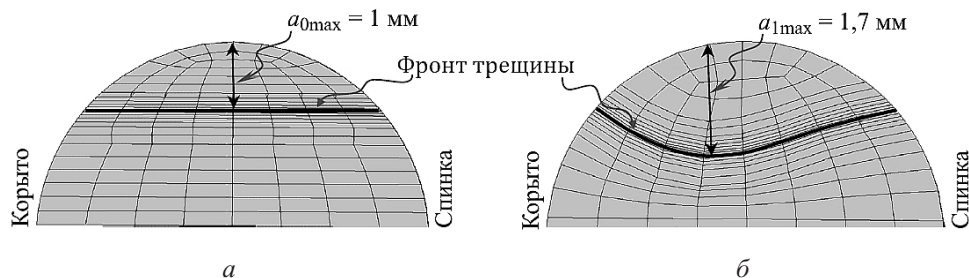


Рис. 5. Изменение фронта трещины (в плоскости ее распространения) с ростом числа циклов: а – начальная конфигурация; б – после 10^7 циклов.

Т а б л и ц а 3

Значения размаха КИН ΔK_{eff} , коэффициента асимметрии R и скорости роста трещины da/dN для усталостной трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1,7$ мм)

Расстояние вдоль фронта трещины, мм	$\Delta K_{eff} = \Delta K_I$, МПа · м ^{1/2}	$R = K_{\min} / K_{\max}$	da/dN , мм/цикл	Δa , мм
0 (корыто)	(16,51)	0,022	$(1,80 \cdot 10^{-7})$	(1,800)
0,59	15,89	0,012	$1,55 \cdot 10^{-7}$	1,550
1,18	14,46	0,002	$1,07 \cdot 10^{-7}$	1,070
1,77	13,80	0,007	$8,90 \cdot 10^{-8}$	0,890
2,36	13,93	0,015	$9,25 \cdot 10^{-8}$	0,925
2,95	14,04	0,023	$9,53 \cdot 10^{-8}$	0,953
3,54	14,07	0,033	$9,61 \cdot 10^{-8}$	0,961
4,13	11,36	0,049	$4,15 \cdot 10^{-8}$	0,415
4,72 (спинка)	6,14	(0,063)	$3,72 \cdot 10^{-9}$	0,037



Рис. 6. Эволюция фронта усталостной трещины с ростом числа циклов: ■ – начальный фронт трещины; ○ – фронт трещины на базе 10^7 цикл; ▲ – фронт трещины на базе $2 \cdot 10^7$ цикл. (Расстояние измеряется вдоль фронта трещины (от корыта к спинке).)

Изменение длины (глубины) трещины в зависимости от расстояния, измеряемого вдоль фронта, с ростом числа циклов показано на рис. 6. Изначально прямолинейный фронт трещины ($a_{0\max} = 1$ мм) после $N_1 = 10^7$ цикл становится по форме близким к полуэллиптическому ($a_{1\max} = 1,7$ мм), а при дальнейшем росте после $N_2 = 2 \cdot 10^7$ цикл наблюдается прогрессирующее развитие трещины в области, прилегающей к спинке ($a_{2\max} = 2,5$ мм). Данный эффект является следствием смещения экстремальных значений размахов КИН из серединной области фронта на край (ср. табл. 2 и 3), что обусловлено наличием локального максимума изгибных напряжений в области корыта (на рис. 7 показано для данного сечения лопатки без трещины).

Выше были детально рассмотрены основные этапы расчета для двух первых шагов роста трещины. Моделирование процесса дальнейшего распространения усталостной трещины выполняется аналогично.

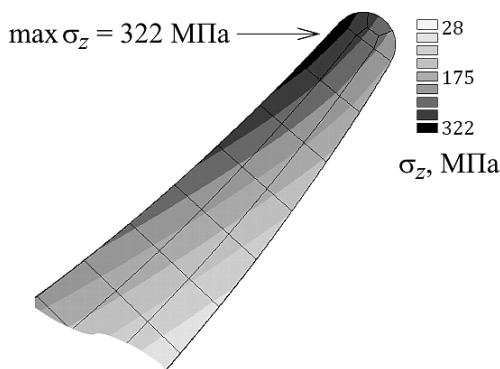


Рис. 7. Распределение полей осевых напряжений в сечении лопатки без трещины, находящейся на высоте 15 мм (в плоскости распространения трещины) при совместном действии центробежных сил ($\omega = 3000$ об/мин), давления газа и вибрационного воздействия.

2.2. *Расчет кинетики роста трещины ползучести.* В рассматриваемой модельной краевой задаче предполагалось, что трещина ползучести расположена на высоте 80 мм от корневого сечения пера в плоскости, ортогональной оси лопатки, имеет в начальный момент прямолинейный фронт, максимальное удаление точек которого от выходной кромки лопатки составляет 1 мм.

В качестве нагрузок в данной задаче рассматривались действие центробежных сил ($\omega = 3000$ об/мин) и давление газа на боковой поверхности. В расчетах для оценки поведения материала применялись определяющие уравнения (16) с использованием закона Нортон для описания деформаций ползучести.

Исследовался процесс роста трещины ползучести на суммарном интервале 100000 ч, что приблизительно соответствует 11 годам. При КЭ решении нелинейной краевой задачи использовались пошаговые инкрементально-итерационные процедуры. Величина начального размера шага по времени принималась равной 10^{-10} с. В процессе решения краевой задачи размер шага изменялся адаптивно, постепенно увеличиваясь, достигая значения $5 \cdot 10^6$ с на последнем шаге. Точность определения деформации ползучести принималась 10^{-6} , что приблизительно соответствует погрешности в вычислении напряжений менее 1%.

В лопатке с трещиной с течением времени наблюдался прогрессирующий рост зоны ползучести, которая определялась в данном исследовании как область, в которой эквивалентная деформация ползучести превышает 0,2%. При малых временах $t \ll t_T$ зона ползучести является локальной (рис. 8,а), $C(t)$ определяется величинами КИН. С течением времени зона ползучести увеличивается и при $t \gg t_T$ охватывает значительную часть конструкции (рис. 8,б). Деформации ползучести становятся доминирующими по сравнению с упругими, и $C(t)$ асимптотически приближается к C^* . Значение t_T варьировалось в зависимости от местоположения точки на фронте трещины и составило порядка 10^2 ч.

На основе полученных в результате КЭ решения нелинейной краевой задачи полей напряжений и перемещений (и их скоростей) определялись $C(t)$ -интегралы и соответствующие им асимптотические значения – C^* -интегралы. Для повышения точности для каждой точки фронта трещины производилось осреднение вычисленных $C(t)$ по пяти контурам различных радиусов. Изменение зависимости $C(t)$ от времени для пяти характерных точек на фронте трещины показано на рис. 9. Следует отметить, что выход зависимостей $C(t)$ на горизонтальные асимптоты происходит на начальных этапах.

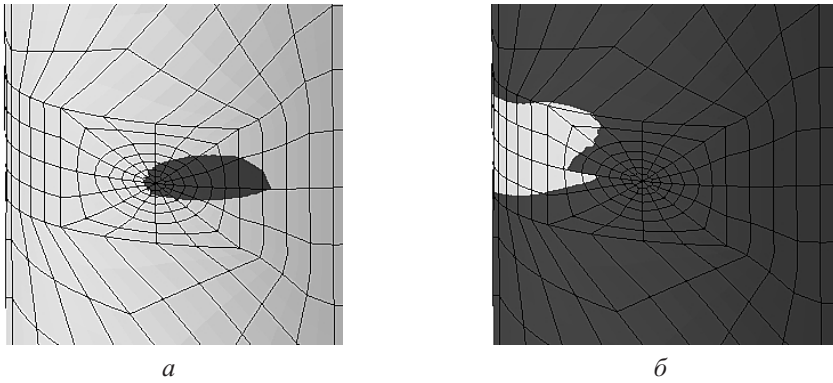


Рис. 8. Зоны ползучести в окрестности вершины трещины при $t \ll t_T$ (а) и $t \gg t_T$ (б).

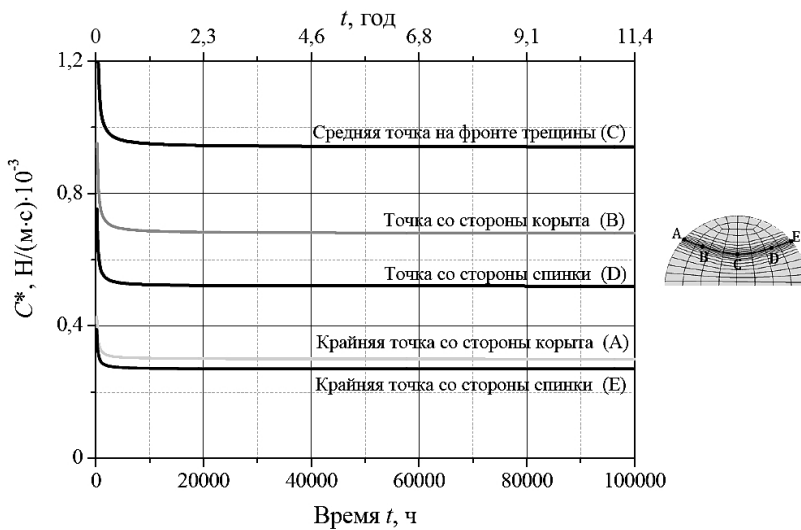


Рис. 9. Зависимость $C(t)$ -интеграла от времени для характерных точек на фронте трещины.

В соответствии с уравнением (10) на основе полученных значений C^* -интеграла по (26) были рассчитаны приращения длин трещин Δa и на основе (23) получены длины трещин $a(t)$ в зависимости от времени (рис. 10). В рассматриваемом примере трещина за год достигнет длины 1,9 мм, а за весь расчетный срок (100000 ч) она прорастет на 9,5 мм. С течением времени наблюдается ее прогрессирующий рост в средней части фронта.

2.3. Расчет кинетики роста термоусталостной трещины в поликристаллической лопатке. КЭ моделирование процесса роста термоусталостной трещины в поликристаллической лопатке было выполнено для трещины, изначально расположенной на высоте 50 мм от корневого сечения пера в плоскости, ортогональной оси лопатки. Фронт трещины в начальной конфигурации прямолинейный; максимальное удаление его точек от выходной кромки лопатки составляет 1 мм, как и для двух рассмотренных выше вариантов трещин (разд. 2.1 и 2.2).

В качестве нагрузок в данной задаче рассматривались: действие центробежных сил ($\omega = 3000$ об/мин), давление газа на боковой поверхности пера лопатки и переменное во времени и по пространству поле температур. Одной из определяющих причин термоусталостного разрушения являются переменные температурные напря-

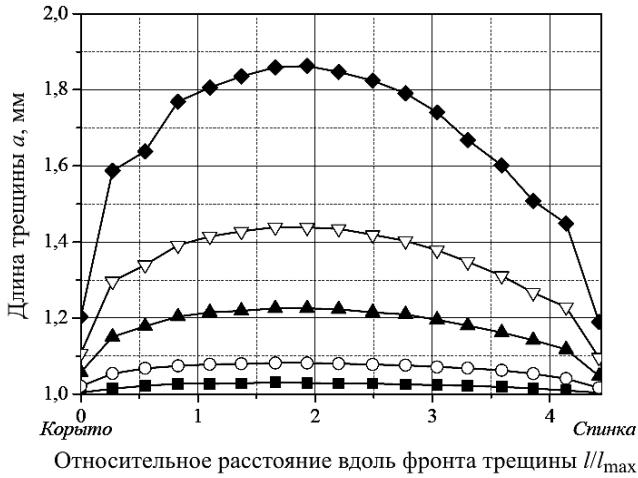


Рис. 10. Эволюция фронта трещины ползучести за неделю (■), месяц (○), квартал (▲), полугодие (▽) и год (◆). (Расстояние измеряется вдоль фронта трещины (от корыта к спинке).)

жения, возникшие из-за неоднородности распределения температурного поля в сечении лопатки при пуске и останове. Схематическое представление эффекта неоднородности температурного поля при пуске (нагреве) и останове (охлаждении) показано на рис. 11. При пусковом режиме точки во внутренней области лопатки являются более холодными, а при останове более нагретыми, чем точки на поверхности. Поэтому поверхностные трещины при пусковом режиме (в силу значительных сжимающих осевых напряжений) будут закрыты, а при останове будет наблюдаться их раскрытие и распространение. На стационарном режиме влияние термоупругих напряжений не столь заметно и ими для неохлаждаемых лопаток обычно пренебрегают. Однако на этапе выдержки возможно развитие трещин ползучести. Для определения момента реализации максимального уровня термонапряжений необходимо на основе нестационарного анализа температурного поля установить момент реализации наибольшего перепада температур для точек на поверхности и во внутренней области.

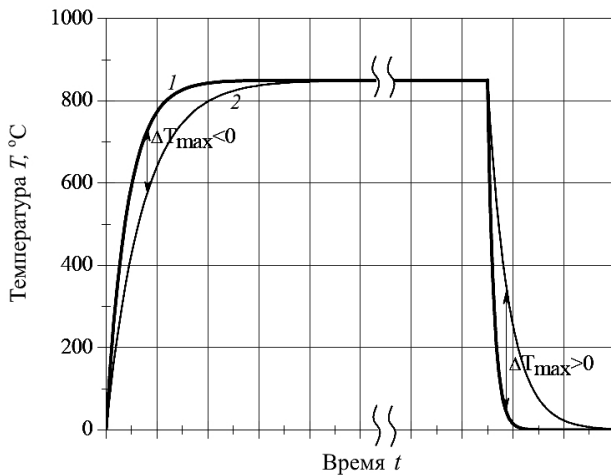


Рис. 11. Схематическое представление эффекта неоднородности температурного поля в лопатке ГТУ при пуске и останове: 1 – точка на поверхности; 2 – точка во внутренней области.

В данном расчете рассматривался идеализированный расчетный цикл вида, представленного на рис. 11, с выдержкой под нагрузкой в течение 100 ч. Длительность этапов нагрева и охлаждения намного меньше общей длительности цикла, поэтому вклады в рост термоусталостной трещины от переменного действия термонапряжений (малоциклового усталости) и высокотемпературной выдержки под нагрузкой (ползучести) принимались независимыми и определялись на основе решения двух различных краевых задач: термоупругой задачи для определения неоднородных полей напряжений периода пуска/останова и соответствующих КИН (разд. 2.1) и задачи ползучести на этапе выдержки для определения C^* (разд. 2.2).

Значения КИН, вычисленные при решении первой из рассматриваемых краевых задач (задачи термоупругости) для трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм) для случая *останова* (определение K_{\max}) представлены в табл. 4 для угловых узлов КЭ сетки, расположенных на фронте трещины. Наблюдается доминирование K_I в сравнении с величинами K_{II} и K_{III} . Поэтому трещина далее будет распространяться в первоначальном направлении (в плоскости, ортогональной оси лопатки), и в качестве K_{\max} можно использовать K_I . При *пуске* наблюдаются сжимающие термонапряжения, поэтому трещина остается закрытой, что позволяет принимать в расчетах $K_{\min} = 0$ и, следовательно, $R = 0$ и $\Delta K_{eff} = K_I$. Следует отметить, что условие распространения термоусталостной трещины $\Delta K_{eff} > \Delta K_{th}$ оказывается выполненным для всех узлов на фронте трещины.

Т а б л и ц а 4

Значения КИН при останове для термоусталостной трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм)

Расстояние вдоль фронта трещины, мм	K_I , МПа · м ^{1/2}	K_{II} , МПа · м ^{1/2}	K_{III} , МПа · м ^{1/2}
0 (корыто)	11,97	1,03	0,05
0,55	25,85	1,12	0,08
1,10	30,17	0,87	0,17
1,65	32,78	0,46	0,24
2,20	(33,61)	0,03	0,24
2,75	32,93	0,51	0,19
3,30	30,41	0,88	0,12
3,85	26,22	1,14	0,02
4,40 (спинка)	12,22	1,12	0,01

При решении второй краевой задачи определяется вклад ползучести в рост трещины на основе анализа НДС и вычисления C^* -интегралов для каждого узла на фронте трещины. Распределение полей интенсивности напряжений по Мизесу в окрестности трещины начальной конфигурации на стационарном режиме после выдержки в течение $t = 100$ ч показано на рис. 12.

Результатирующие параметры, характеризующие рост термоусталостной трещины и полученные в результате решения первой и второй краевых задач для трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм), представлены в табл. 5 для всех угловых узлов КЭ сетки, расположенных на фронте трещины. Скорость роста термоусталостной трещины (табл. 5), вычисленная в соответствии с (20), определяется алгебраической суммой составляющих при усталости и ползучести. Первая составляющая определяется размахом КИН, вторая – историей изменения значений C^* -интеграла.

Следует отметить, что в данном случае составляющая скорости роста трещины вследствие ползучести доминирует. Экстремальные значения рассматриваемых величин наблюдаются в средней точке фронта трещины.

В табл. 5 приводятся также величины приращения длины трещины Δa на базе $1,5 \cdot 10^4$ цикл, вычисленные с использованием уравнения (27). На основе полученных значений приращений длины трещины в соответствии с (23) определяется новый фронт трещины (рис. 13,б), проводятся модификация КЭ сетки и повторение предшествующих шагов расчета вплоть до достижения критической длины трещины.

Т а б л и ц а 5

Значения размахов КИН ΔK_{eff} , вкладов от усталости, ползучести и суммарное значение скорости роста трещины da/dN и приращение ее длины Δa на базе $1,5 \cdot 10^4$ цикл для термоусталостной трещины начальной конфигурации ($a_{0\max} = 1$ мм)

Расстояние вдоль фронта трещины, мм	ΔK_{eff} , МПа · м ^{1/2}	$da_{уст}/dN = B(\Delta K_{eff})^m$, мм/цикл	$da_{полз}/dN = A \int_0^{t_{ц}} (C^*)^q dt$, мм/цикл	da/dN , мм/цикл	Δa , мм
0 (корыто)	11,97	$0,05 \cdot 10^{-6}$	0	$0,1 \cdot 10^{-6}$	0,0008
0,55	25,85	$1,04 \cdot 10^{-6}$	$0,2 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	0,0180
1,10	30,17	$1,91 \cdot 10^{-6}$	$10,4 \cdot 10^{-6}$	$12,3 \cdot 10^{-6}$	0,1850
1,65	32,78	$2,65 \cdot 10^{-6}$	$23,8 \cdot 10^{-6}$	$26,5 \cdot 10^{-6}$	0,3970
2,20	(33,61)	($2,92 \cdot 10^{-6}$)	($30,7 \cdot 10^{-6}$)	($33,6 \cdot 10^{-6}$)	(0,5040)
2,75	32,93	$2,69 \cdot 10^{-6}$	$29,7 \cdot 10^{-6}$	$32,4 \cdot 10^{-6}$	0,4860
3,30	30,41	$1,97 \cdot 10^{-6}$	$17,9 \cdot 10^{-6}$	$19,9 \cdot 10^{-6}$	0,2980
3,85	26,22	$1,10 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$4,6 \cdot 10^{-6}$	0,0690
4,40 (спинка)	12,22	$0,06 \cdot 10^{-6}$	0	$0,1 \cdot 10^{-6}$	0,0008

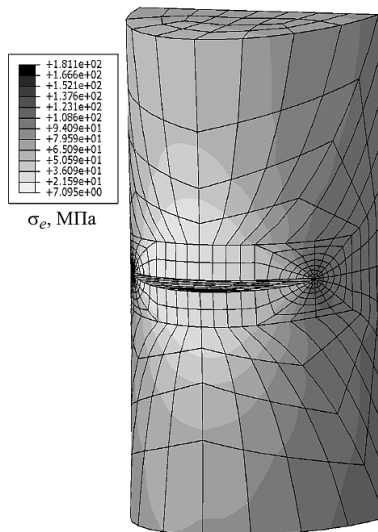


Рис. 12. Распределение полей интенсивности напряжений по Мизесу в лопатке с термоусталостной трещиной начальной конфигурации длиной $a_{0\max} = 1$ мм на стационарном режиме после выдержки в течение $t = 100$ ч. ($\times 100$)

Изменение длины (глубины) трещины в зависимости от расстояния, измеряемого вдоль фронта, с ростом числа циклов показано на рис. 14. Изначально прямолинейная форма фронта трещины ($a_{0\max} = 1$ мм) после $N_1 = 1,5 \cdot 10^4$ цикл становится близкой к полуэллиптической ($a_{1\max} = 1,5$ мм), в процессе дальнейшего роста после $N_2 = 3 \cdot 10^4$ цикл срединная часть фронта трещины приобретает очертание, близкое к прямолинейному, что свидетельствует о ее прогрессирующем росте ($a_{2\max} = 4,2$ мм) в сравнении с крайними областями, прилегающими к корыту и спинке. Форма фронта трещины на всех рассмотренных этапах роста близка к симметричной.

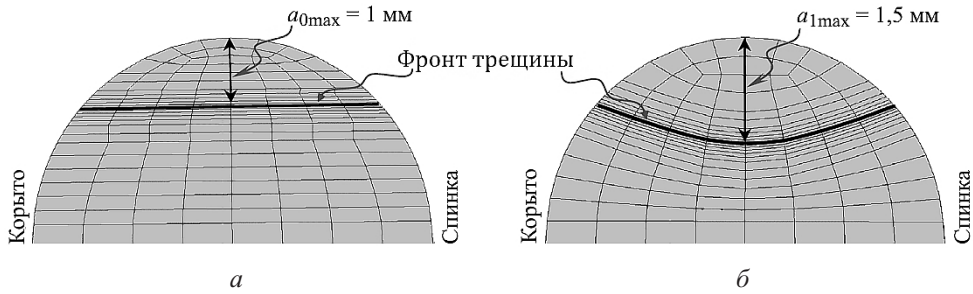


Рис. 13. Изменение фронта трещины (в плоскости ее распространения) с ростом числа циклов: *a* – начальная конфигурация; *б* – после 15000 цикл.

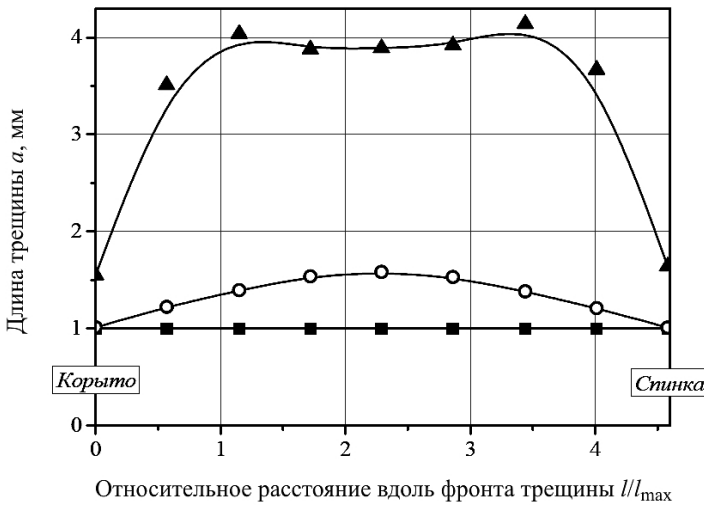


Рис. 14. Эволюция фронта термоусталостной трещины с ростом числа циклов: ■ – начальный фронт; ○ – фронт трещины на 15000-м цикле; ▲ – фронт трещины на 30000-м цикле. (Расстояние измеряется вдоль фронта трещины (от корыта к спинке).)

2.4. Расчет кинетики роста трещин в монокристаллической лопатке. В качестве иллюстрации возможностей разработанных методов расчета и программного обеспечения было проведено моделирование роста трещин ползучести и термической усталости в модельной неохлаждаемой монокристаллической лопатке, геометрически идентичной рассмотренной выше для поликристаллического материала. Особенностью выполненных КЭ расчетов является использование микромеханической модели неупругого деформирования материала, учитывающей, что неупругое деформирование монокристалла происходит по активным системам скольжения. Для исследуемого монокристаллического сплава на никелевой основе с ГЦК ячейкой учитывалось

наличие 12 октаэдрических $\{111\}[011]$ и 6 кубических $\{001\}[011]$ систем скольжения. Для описания процессов сложного циклического деформирования в модели учитывалось нелинейное изотропно-кинематическое и латентное упрочнение.

При проведении вычислительных экспериментов рассматривались кристаллографическая и некристаллографическая моды роста трещины в монокристаллической лопатке с исходной осевой кристаллографической ориентацией $[001]$ (рис. 15). Рост трещины кристаллографической моды осуществлялся в плоскости (111) , обладающей наибольшим фактором Шмида. Рост трещины некристаллографической моды задавался в горизонтальной плоскости, ортогональной направлению действия центробежной силы. Необходимость раздельного изучения мод роста трещины обусловлена не только различиями в направлении ее распространения, но и значительной разницей в скоростях роста различных мод. Следует отметить, что заданный режим термоциклирования соответствовал случаю реализации кристаллографической моды. Некристаллографическая мода рассматривалась исключительно в целях сравнительного анализа.

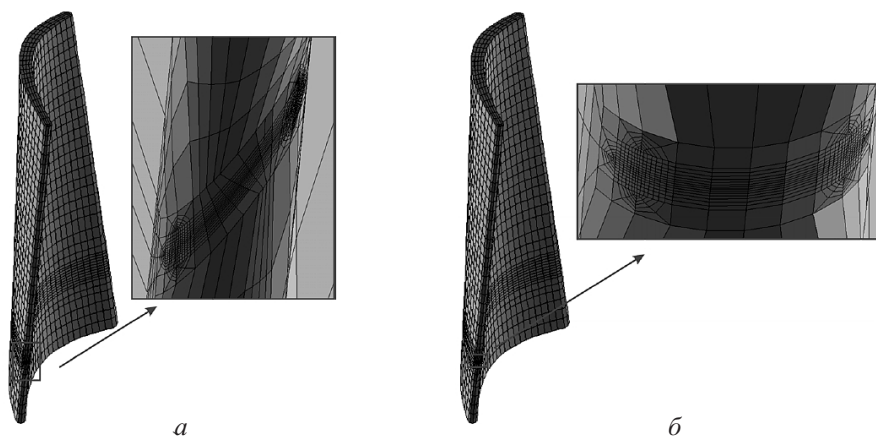


Рис. 15. Конечноэлементные модели пара монокристаллической лопатки с поперечной трещиной на выходной кромке, соответствующие кристаллографической (а) и некристаллографической (б) модам роста трещины.

Конечноэлементный расчет показывает, что прогрессирующий рост трещины кристаллографической моды наблюдается преимущественно в центральной части фронта монокристаллической лопатки. Изменения величин J - и C^* -интеграла вдоль фронта трещины представлены ранее [38]. Скорость роста термоусталостной трещины вычисляется с использованием уравнения (20), константы которого определяются на основе данных работ [37, 39].

Верификация рассматриваемой методики прогнозирования распространения термоусталостной трещины в монокристаллическом материале описана в [29] на основе сравнения результатов КЭ моделирования с данными экспериментов для плоских корсетных образцов из монокристаллического сплава ЖС36.

Выводы

1. Разработаны методики и алгоритмы расчетного определения трещиностойкости поли- и монокристаллических лопаток в условиях возникновения трещин усталости, ползучести и термоусталости и представлены результаты демонстрационных расчетов неохлаждаемой лопатки ГТУ.

2. Применение в расчетах трехмерных конечноэлементных моделей лопаток с трещинами позволяет детально описать кинетику роста трещины с учетом эволюции

фронта и изменения направления ее распространения. Результаты конечноэлементного моделирования показывают, что форма фронта трещин, имеющих различную природу, по мере накопления числа циклов и времени эксплуатации существенно меняется.

3. Описаны направления возможного практического использования разработанных методик и отмечается необходимость проведения экспериментальных проверок расчетных скоростей роста трещин в лопатках, например, путем использования результатов, полученных на газодинамическом стенде [40].

4. Практическая реализация расчетов трещиностойкости лопаток требует систематического накопления экспериментальных данных для лопаточных материалов по построению диаграмм $\Delta K - da/dN$, $C^* - da/dt$ при различных рабочих температурах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Грант 15-08-08779).

Резюме

Досліджується кінетика росту тріщин різної природи (утоми, повзучості і термоутоми) в лопатках газотурбінних установок на основі прямого скінченноелементного покровоного моделювання процесу розповсюдження тріщин у тривимірній постановці. Швидкість росту тріщин утоми, повзучості і термоутоми прогноують за допомогою критеріїв, що базуються на використанні коефіцієнтів інтенсивності напружень (або J -інтегралів), C^* -інтегралів та коефіцієнтів інтенсивності напружень (або J -інтегралів) і C^* -інтегралів відповідно. Розглядаються методи визначення довговічності полікристалічних лопаток та обговорюється специфіка розрахунків кінетики росту тріщин у монокристалічних лопатках. Представлено приклади результатів скінченноелементних розрахунків процесу росту тріщин утоми, повзучості і термоутоми в робочих лопатках газотурбінних установок.

1. *Гецов Л. Б.* Материалы и прочность деталей газовых турбин: В 2 т. – 4-е изд. – Рыбинск: “Газотурбинные технологии”, 2010–2011. – 610 с.
2. *Belytschko T. and Black T.* Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 1999. – **45**. – P. 601–620.
3. *Pommier S., Gravouil A., Moes N., and Combescure A.* Extended Finite Element Method for Crack Propagation. – John Wiley & Sons, 2011. – 256 p.
4. *Прокопенко А. В., Торгов В. Н., Ежов В. Н., Гецов Л. Б.* Влияние режима нагружения на скорость роста усталостных трещин в нержавеющей сталях на воздухе и растворе морской соли // *Пробл. прочности.* – 1983. – № 12. – С. 41–45.
5. *Балина В. С., Мадьяшас Г. Г.* Прочность, долговечность и трещиностойкость конструкций при длительном циклическом нагружении. – СПб: Политехника, 1994. – 204 с.
6. *Newman J. C., Jr.* A crack opening stress equation for fatigue crack growth // *Int. J. Fracture.* – 1984. – **24**. – P. 131–135.
7. *Walker K.* The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum // *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life.* – ASTM STP 462. – 1970. – P. 1–14.
8. *Forman R. G., Kearney V. E., and Engle R. M.* Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structure // *J. Basic Eng.* – 1967. – **89**. – P. 459–464.

9. *Erdogan F. and Ratwani M.* Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack // *Int. J. Fract. Mech.* – 1970. – **6**. – P. 379–392.
10. *Ярема С. Я., Микитишин С. И.* Аналитическое описание диаграмм усталостного разрушения материалов // *Физ.-хим. механика материалов.* – 1975. – № 6. – С. 47–54.
11. *Андрейкив А. Е.* Расчетная модель для определения периода зарождения усталостной макротрещины // *Там же.* – 1976. – № 6. – С. 27–31.
12. *Newman J. C., Jr.* A crack-closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading // *Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading.* – ASTM STP 748. – 1981. – P. 53–84.
13. *Landes J. D. and Begley J. A.* A fracture mechanics approach to creep crack growth // *Mechanics of Crack Growth.* – ASTM STP 590. – 1976. – P. 128–148.
14. *Riedel H. and Rice J. R.* Tensile cracks in creeping solids // *Fracture Mechanics (12th Conf.).* – ASTM STP 700. – 1980. – P. 112–130.
15. *Riedel H.* Creep deformation at crack tips in elastic-viscoplastic solids // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1981. – **29**. – P. 35–49.
16. *Saxena A.* Creep crack growth under non-steady state conditions // *ASTM STP 905.* – 1986. – P. 185–201.
17. *Марголин Б. З., Гуленко А. Г., Балакин С. М.* Инженерный метод расчета C^* -интеграла при термосиловом нагружении элементов конструкций // *Вопр. материаловедения.* – 2008. – № 4 (56). – С. 76–88.
18. *Марголин Б. З., Гуленко А. Г., Бучатский А. А., Балакин С. М.* Моделирование разрушения материалов при длительном статическом нагружении в условиях ползучести и нейтронного облучения. Сообщ. 3. Прогнозирование скорости роста трещины в аустенитных материалах // *Пробл. прочности.* – 2006. – № 6. – С. 5–16.
19. *Kim Y.-J., Kim J.-S., Huh N.-S., and Kim Y.-J.* Engineering C -integral estimates for generalised creep behaviour and finite element validation // *Int. J. Press. Vess. Piping.* – 2002. – **79**. – P. 427–443.
20. *Semenov A. S., Semenov S. G., Nazarenko A. A., and Getsov L. B.* Computer simulation of fatigue, creep and thermal-fatigue cracks propagation in gas-turbine blades // *Mater. Technol.* – 2012. – **46**, No. 3. – P. 197–203.
21. *Олькин С. И.* О методике прогнозирования долговечности при чередовании ползучести и усталости на стадиях образования и развития трещины // *Пробл. прочности.* – 1979. – № 12. – С. 19–24.
22. *Djavanroodi F.* Creep-fatigue crack growth interaction in nickel base super alloy // *Amer. J. Appl. Sci.* – 2008. – **5**, No. 5. – P. 454–460.
23. *Fissolo A., Amiabile S., Ancelet O., et al.* Crack initiation under thermal fatigue: An overview of CEA experience. Part I: Thermal fatigue appears to be more damaging than uniaxial isothermal fatigue // *Int. J. Fatigue.* – 2009. – **31**, No. 3. – P. 587–600.
24. *Fissolo A., Gourdin C., Ancelet O., et al.* Crack initiation under thermal fatigue: An overview of CEA experience: Part II (of II): Application of various criteria to biaxial thermal fatigue tests and a first proposal to improve the estimation of the thermal fatigue damage // *Ibid.* – No. 7. – P. 1196–1210.
25. *Семенов А. С.* Идентификация параметров анизотропии феноменологического критерия пластичности для монокристаллов на основе микромеханической модели // *Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Сер. Физ.-мат. науки.* – 2014. – № 2 (194). – С. 15–29.

26. *Cailletaud G. A.* Micromechanical approach to inelastic behaviour of metals // *Int. J. Plast.* – 1991. – **8**. – P. 55–73.
27. *Getsov L. B., Semenov A. S., and Staroselsky A.* A failure criterion for single-crystal superalloys during thermocyclic loading // *Mater. Technol.* – 2008. – **42**. – P. 3–12.
28. *Семенов А. С., Гецов Л. Б.* Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // *Пробл. прочности.* – 2014. – № 1. – С. 50–62.
29. *Getsov L. B., Semenov A. S., Semenov S. G., et al.* Thermal fatigue of single crystal superalloys: experiments, crack initiation and crack propagation criteria // *Mater. Technol.* – 2015. – **49** (in press).
30. *Chan K. S., Hack J. E., and Liverant G. R.* Fatigue crack growth in MAR-M200 single crystals // *Met. Trans.* – 1987. – **18**, No. 4. – P. 581–591.
31. *Reed P. A. S., Wu X. D., and Sinclair I.* Fatigue crack path prediction in UDIMET 720 nickel-based alloy single crystals // *Metall. Mater. Trans. A.* – 2000. – **31**. – P. 109–123.
32. *Ranjan S.* Development of a Numerical Procedure for Mixed Mode K-Solutions and Fatigue Crack Growth in FCC Single Crystal Superalloys. – Ph.D. Thesis. – University of Florida, 2005.
33. *Chen Q. and Liu H. W.* Resolved Shear Stress Intensity Coefficient and Fatigue Crack Growth in Large Crystals. – NASA Technical Report No. CR-182137. – Syracuse University, 1988.
34. *Telesman J. and Ghosn L. J.* The unusual near-threshold FCG behaviour of a single crystal superalloy and the resolved shear stress as the crack driving force // *Eng. Fract. Mech.* – 1989. – **34**, No. 5-6. – P. 1183–1196.
35. *Семенов А. С.* PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Тр. V Междунар. конф. “Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения”, – СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. – С. 466–480.
36. *Ножницкий Ю. А., Голубовский Е. П.* О прочностной надежности монокристаллических рабочих лопаток высокотемпературных турбин перспективных ГТД // *Прочность материалов и ресурс элементов энергооборудования: Тр. ЦКТИ.* – СПб, 2009. – Вып. 296. – С. 74–82.
37. *Tabuchi M., Kubo K., Yagi K., et al.* Results of Japanese round robin on creep crack growth evaluation methods for Ni-base superalloys // *Eng. Fract. Mech.* – 1999. – **62**, No. 1. – P. 47–60.
38. *Semenov S. G., Semenov A. S., Getsov L. B., and Melnikov B. E.* Application of linear and nonlinear fracture mechanics criteria for crack propagation analysis in single crystal bodies // *Proc. of XLI International Summer School–Conference “Advanced Problems in Mechanics”.* – St. Petersburg, 2013. – P. 74–81.
39. *Adair B. S., Johnson W. S., Antolovich S. D., and Staroselsky A.* Crystallographic orientation and temperature effects on the fatigue crack growth rate and resulting fracture surface morphology in PWA1484 single crystal superalloy // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2015. – **38**, No. 1. – P. 56–68.
40. *Третьяченко Г. Н., Кравчук Л. В., Куриат П. И., Волощенко А. П.* Несущая способность лопаток газовых турбин при стационарном тепловом и силовом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1975. – 295 с.

Поступила 15. 12. 2014