

# ОНДУЛЯТОРНОЕ И ИЗГИБНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЗАРЯДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ИЗОГНУТОЙ СПИРАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Я.М. Соболев

Радиоастрономический институт НАНУ, Харьков, Украина

E-mail: sobolev@ri.kharkov.ua

Для ультрарелятивистской заряженной частицы, движущейся по спиральной траектории, навивающейся на искривленную магнитную силовую линию, вклад в излучение происходит от двух типов движений: движения с релятивистской скоростью вдоль искривленной магнитной силовой линии (изгибное излучение) и вклада в излучение от многих оборотов частицы вокруг дрейфовой траектории (ондуляторное излучение). Характерные частоты для этих двух механизмов существенно различны. Изгибное излучение линейно поляризовано, ондуляторное излучение имеет круговую поляризацию.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для релятивистского электрона, движущегося по винтовой траектории в прямом магнитном поле существует два режима излучения: синхротронное излучение, когда вклад в диаграмму направленности происходит с малого участка траектории, и ондуляторное излучение, когда вклад в излучение происходит со всей траектории [1, 2]. В криволинейном магнитном поле появляется еще режим изгибного излучения (curvature radiation), когда электрон, излучив поперечную энергию, движется вдоль магнитной силовой линии. Изгибное излучение описывается формулами синхротронного излучения, в которые вместо радиуса ларморовской окружности подставлен радиус кривизны магнитной силовой линии. В работе [3] были получены формулы, описывающие излучение в режиме синхротронного излучения ультрарелятивистской заряженной частицы, движущейся по изогнутой спиральной траектории. Авторы назвали механизм излучения синхро-изгибным, и он в предельных случаях достаточно больших (малых) питч-углов переходит в синхротронное (изгибное) излучение. В [4] была уточнена траектория заряженной частицы в круговом магнитном поле, учтен центробежный дрейф частицы, получены новые особенности синхро-изгибного излучения в области малых питч-углов, связанные с изменением радиуса кривизны траектории, когда скорость центробежного дрейфа сравнима с ларморовской скоростью. В работах [5-7] был предложен механизм излучения заряженной частицы, движущейся по изогнутой спиральной траектории, когда вклад в диаграмму направленности происходит от многих витков вокруг силовой линии (режим ондуляторного излучения). В [7] механизм излучения был назван ондуляторно-изгибным. Частица одновременно излучает изгибное и ондуляторное излучение на разных частотах.

В настоящей работе проводится дальнейшее обобщение ондуляторно-изгибного механизма излучения. Уточняется траектория частицы. Выясняется влияние кривизны магнитного поля, начальной фазы частицы на свойства ондуляторного излучения.

Характерным свойством рассматриваемого механизма излучения является то, что частица одно-

временно излучает на различных частотах. Хотя относительный вклад в общее излучение может значительно отличаться, свойства излучения на этих частотах существенно различаются. На низких частотах имеем поляризационные характеристики (эллиптическая поляризация с выраженной линейной поляризацией) и широкополосное излучение со степенным спектром ( $\sim \omega^{1/3}$ ), присущие изгибному механизму излучения. На частоте значительно превышающей характерную частоту изгибного излучения (множитель равен числу оборотов вокруг дрейфовой траектории) имеем узкополосное ондуляторное излучение, с круговой поляризацией. Кривизна магнитной силовой линии приводит к дополнительному вкладу в поляризационные компоненты ондуляторного излучения в сравнении с ондуляторным излучением в прямом магнитном поле.

## 2. ТРАЕКТОРИЯ ЧАСТИЦЫ

Магнитную силовую линию аппроксимируем окружностью с радиусом, равным радиусу кривизны силовой линии. В цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ , связанной с соприкасающейся плоскостью магнитной силовой линии, магнитное поле представим в виде

$$\mathbf{B} = -B_0 \mathbf{e}_\varphi \quad (1)$$

(магнитная силовая линия лежит в плоскости  $x, y$  декартовой системы координат).

Решения уравнений движения в магнитном поле (1) находим методом Боголюбова-Митропольского [8] в виде разложения по малому отношению ларморовского радиуса  $r_B$  к радиусу кривизны магнитной силовой линии  $R$ :  $\varepsilon = r_B/R \ll 1$ .

С учетом лишь первого порядка по  $\varepsilon$  имеем [9]

$$\begin{aligned} r &= R + R \cos(\omega t + \theta) \varepsilon, \\ \varphi &= \frac{\pi}{2} - \Omega t + 2 \frac{\Omega \varepsilon \sin(\omega t + \theta)}{\omega} - \frac{\Omega \varepsilon \sin \theta}{\omega}, \\ z &= -\frac{R \Omega^2}{\omega_B} t - \frac{\omega_B R \sin(\omega t + \theta) \varepsilon}{\omega}, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь  $\Omega = \frac{v_{0\varphi}}{R}$  – угловая скорость движения ведущего центра заряженной частицы;  $v_{0\varphi}$  – начальная

азимутальная скорость;  $\omega^2 = \omega_B^2 + 3\Omega^2$ ;  $\omega_B = \frac{eB_0}{\gamma mc}$ ;  
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ;  $\beta = \frac{v}{c}$ ;  $v$  – скорость;  $e, m$  – заряд и мас-

са частицы. Постоянные интегрирования для координат  $(r, \varphi, z)$  выбраны таким образом, что в начальный момент времени  $t = 0$  центр ларморовской окружности имеет координаты  $(R, \pi/2, 0)$ , а радиус ларморовской окружности образует угол  $\theta$  с положительным направлением оси  $Oy$ . (В работе [7] рассмотрен случай  $\theta = \pi/2$ , и не учитывался центробежный дрейф заряженной частицы в поле (1)).

Для квадрата скорости получаем выражение:

$$v^2 = \Omega^2 R^2 + \frac{\Omega^4 R^2}{\omega_B^2} + \omega^2 r_B^2. \quad (3)$$

Отметим, что для получения выражения (3) необходимо знать траекторию заряженной частицы, как минимум, с точностью до второго порядка по  $\varepsilon$ . Вклад в квадрат полной скорости частицы (3) дают: квадрат азимутальной скорости, квадрат скорости центробежного дрейфа вдоль оси  $z$  и квадрат скорости ларморовского вращения с частотой  $\omega$ .

Траектория частицы образована движением ведущего центра вдоль дрейфовой траектории (получается отбрасыванием в выражениях (2) осциллирующих слагаемых) и вращением вокруг этого центра с угловой частотой  $\omega$  (ниже, при рассмотрении спектрально-углового распределения излучения, частоту  $\omega$  заменяем на  $\omega_B$ ).

Рассматриваем режим движения, при котором азимутальная (вдоль магнитного поля) скорость – релятивистская,  $\Omega R \approx c$ . Дрейфовая траектория наклонена под углом  $\psi_D = \frac{v_D}{v_{0\varphi}} = \frac{\Omega}{\omega_B} \ll 1$  к оси  $Ox$ .

Вектор скорости образует с дрейфовой траекторией угол  $\psi_L = \frac{\omega_B r_B}{\Omega R} \ll 1$ . Параметр  $q = \frac{\omega_B^2 r_B}{\Omega^2 R}$ , равный отношению скорости движения по ларморовской окружности  $\omega_L = \omega_B r_B$  к дрейфовой скорости  $|v_D| = \frac{\Omega^2 R}{\omega_B}$ , определяет характер изменения радиуса кривизны траектории частицы [4], а также соотношение между углами  $\psi_L$  и  $\psi_D$ .

Излучение ультррелятивистской частицы, движущейся по окружности радиуса  $R$  происходит с дуги длиной  $R/\gamma$ . Это расстояние частица проходит за время  $R/(\gamma c)$ , совершив при этом  $\frac{\omega_B R}{2\pi\gamma c} = \frac{\omega_B}{2\pi\gamma\Omega}$  оборотов вокруг дрейфовой траектории. Таким образом, для реализации режима ондуляторного излучения, когда вклад в диаграмму направленности излучения происходит от многих витков траектории, необходимо выполнение условия

$$N \equiv \frac{\omega_B}{\gamma\Omega} \gg 1. \quad (4)$$

При выполнении этого условия из определения лоренц-фактора и выражения (3) для квадрата ско-

рости частицы следует, что  $\frac{1}{\gamma} \gg \psi_L$ ,  $\frac{1}{\gamma} \gg \psi_D$  и далее  $\gamma \approx \gamma_{||}$ , где  $\gamma_{||} = \frac{1}{\sqrt{1-\Omega^2 R^2/c^2}}$ .

### 3. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Для вычисления распределения энергии  $\mathcal{E}$ , излучаемой заряженной частицей в телесный угол между  $o$  и  $o+do$  и интервал частот между  $\omega$  и  $\omega+d\omega$ , воспользуемся выражением [10]:

$$d\mathcal{E} = \frac{cR_0^2}{4\pi^2} |\mathbf{E}(\omega)|^2 do d\omega, \quad (5)$$

где  $\mathbf{E}(\omega)$  – фурье-компонента электрического поля в дальней зоне,

$$\mathbf{E}(\omega) = \frac{-i\omega e}{cR_0} \exp\left\{\frac{i\omega R_0}{c}\right\} \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{n}[\mathbf{n}, \boldsymbol{\beta}]] \exp\{i\omega(t - \mathbf{nr}/c)\} dt. \quad (6)$$

Здесь  $R_0$  – расстояние до наблюдателя;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, соответствующий направлению потока энергии на наблюдателя;  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$ ;  $\mathbf{v}$  – скорость заряженной частицы;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор траектории частицы (2).

Для вычисления электрического поля (6) поступим следующим образом. В каждой точке траектории (2) вводим естественный трехгранник, состоящий из ортов касательной  $\boldsymbol{\tau}_D$ , нормали  $\mathbf{v}_D$  и бинормали  $\mathbf{b}_D$  к дрейфовой траектории. Выбираем такую точку дрейфовой траектории в момент времени  $t_0$ , что орт  $\mathbf{n}$  лежит в спрямляющей плоскости (плоскость касательной  $\boldsymbol{\tau}_D$  и бинормали  $\mathbf{b}_D$ ). При этом орт  $\mathbf{n}$  и орт нормали  $\mathbf{v}_D$  перпендикулярны. Условие для выбора момента времени  $t_0$  принимает вид:

$$\mathbf{n} \mathbf{v}_D(t_0) = 0. \quad (7)$$

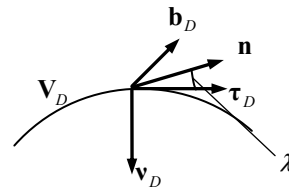


Рис.1. Естественный трехгранник к дрейфовой траектории

Вектор  $\mathbf{n}$  лежит в плоскости  $(\boldsymbol{\tau}_D, \mathbf{b}_D)$  и может быть записан в виде (см. Рис.1):

$$\mathbf{n} = \cos \chi \boldsymbol{\tau}_D + \sin \chi \mathbf{b}_D, \quad (8)$$

где  $\chi$  – угол между ортами  $\boldsymbol{\tau}_D$  и  $\mathbf{n}$ , вектором скорости и направлением на наблюдателя. (Отметим отличие в выборе естественного трехгранника в сравнении с работой [7], в которой орт  $\mathbf{n}$  задан в плоскости  $xOz$  под углом  $\vartheta$  к положительному направлению оси  $Ox$ ). Определением (8) задается положительное направление для угла  $\chi$  (от  $\boldsymbol{\tau}_D$  к  $\mathbf{b}_D$ ). По существу, направление орта  $\mathbf{n}$  задается моментом времени  $t_0$  и углом  $\chi$ .

Для исследования поляризационных свойств излучения нужно найти компоненты вектора электри-

ческого поля  $\mathbf{E}(\omega)$  в плоскости, перпендикулярной направлению на наблюдателя  $\mathbf{n}$ . Выберем один из ортов  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{n}$ , вдоль направления нормали,  $\mathbf{e}_\sigma = \mathbf{v}_D$ . Орт  $\mathbf{e}_\sigma$  направлен вдоль ускорения в данной точке к центру соприкасающейся окружности. В случае кругового движения это соответствует  $\sigma$ -поляризации ( $E_\perp$  – в обозначениях [3]). Второй орт  $\mathbf{e}_\pi = [\mathbf{e}_\sigma, \mathbf{n}]$  лежит в плоскости ( $\boldsymbol{\tau}_D, \mathbf{b}_D$ ) и характеризует поляризационные свойства излучения над и под соприкасающейся плоскостью. Орты  $\mathbf{e}_\pi, \mathbf{e}_\sigma, \mathbf{n}$  образуют правую тройку.

$$\mathbf{e}_\sigma = \mathbf{v}_D, \quad \mathbf{e}_\pi = \sin \chi \boldsymbol{\tau}_D - \cos \chi \mathbf{b}_D. \quad (9)$$

Разлагая Фурье-компоненту электрического поля (6) по ортам (9), находим:

$$E_i(\omega) = \frac{e}{cR_0} \exp\{i\omega R_0/c\} b_i(\omega), \quad (10)$$

где

$$b_i(\omega) = i\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_i \exp\{i\omega(t - \mathbf{nr}/c)\} dt, \quad (11)$$

$$\beta_i = (\boldsymbol{\beta}, \mathbf{e}_i), \quad i = \pi, \sigma.$$

Подставляя выражения (10) в формулу (5), находим спектрально-угловое распределение излучения для двух поляризаций:

$$\frac{d\mathcal{E}_i}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} |b_i(\omega)|^2, \quad i = \pi, \sigma. \quad (12)$$

Воспользовавшись выражениями (2), (8), (9), запишем выражения для интегралов (11) в виде:

$$b_i(\omega) = i\omega \int_{-\infty}^{\infty} \beta_i \exp\left\{i\omega \left[ (1 - \beta_{\parallel} \cos \chi) t + \frac{\beta_{\parallel} \cos \chi \Omega^2 t^3}{6} - \frac{\beta_{\perp} \sin \chi \sin(\omega_B t + \theta)}{\omega_B} - \frac{\beta_{\perp} \cos \chi \cos(\omega_B t + \theta)}{\omega_B} \right] \Omega t\right\} dt, \quad (13)$$

где

$$\beta_\pi = \beta_{\parallel} \sin \chi - \beta_{\perp} \cos \chi \cos(\omega_B t + \theta), \quad (14)$$

$$\beta_\sigma = \beta_{\parallel} \Omega t + \beta_{\perp} \sin(\omega_B t + \theta).$$

Здесь  $\beta_{\parallel} = \Omega R/c$ ,  $\beta_{\perp} = \omega_B r_B/c$ .

Поскольку при релятивистской продольной скорости,  $\beta_{\parallel} \rightarrow 1$ , вклад в излучение происходит с участка траектории длиной  $R/\gamma_{\parallel}$ , который частица преодолевает за время  $1/(\gamma_{\parallel} \Omega)$ , в выражениях (13), (14) проведено разложение по  $\Omega t \ll 1$ . Также положили  $t_0 = 0$ .

На временах  $t \sim \frac{1}{\gamma_{\parallel} \Omega}$  третье и четвертое слагаемые в показателе экспоненты в (13) значительно меньше первых двух слагаемых и на характерных частотах по абсолютной величине меньше единицы.

Поэтому при вычислении интегралов (13) поступаем следующим образом. Разлагаем экспоненты, соответствующие третьему и четвертому слагаемым в показателе экспоненты (13) в ряд, сохраняя лишь слагаемые первого порядка малости. Затем перемножаем эти ряды с предэкспоненциальными множителями (14) и оставляем в качестве предэкспоненциальных множителей слагаемые нулевой и первой гармоники по частоте  $\omega_B$ .

В результате находим:

$$b_\pi = \frac{i\pi v}{1 - \beta_{\parallel} \cos \chi} \left\{ 2\beta_{\parallel} \sin \chi \frac{\text{Ai}\left(\frac{v}{f^{1/3}}\right)}{f^{1/3}} - e^{-i\theta} \beta_{\perp} \left[ \frac{\cos \chi - \beta_{\parallel} (\cos^2 \chi + v \sin^2 \chi)}{1 - \beta_{\parallel} \cos \chi} \frac{\text{Ai}\left(\frac{v-1}{f^{1/3}}\right)}{f^{1/3}} + \frac{\beta_{\parallel} v \sin \chi \cos \chi}{\gamma_{\parallel} N (1 - \beta_{\parallel} \cos \chi)} \frac{\text{Ai}'\left(\frac{v-1}{f^{1/3}}\right)}{f^{2/3}} \right] \right\}, \quad (15)$$

$$b_\sigma = \frac{\pi v}{1 - \beta_{\parallel} \cos \chi} \left\{ 2\beta_{\parallel} \frac{\Omega}{\omega_B} \frac{\text{Ai}\left(\frac{v}{f^{1/3}}\right)}{f^{1/3}} + e^{-i\theta} \beta_{\perp} \left[ (1 - 2v) \frac{\text{Ai}\left(\frac{v-1}{f^{1/3}}\right)}{f^{1/3}} + \frac{v \beta_{\parallel} \sin \chi}{\gamma_{\parallel} N (1 - \beta_{\parallel} \cos \chi)} \frac{\text{Ai}'\left(\frac{v-1}{f^{1/3}}\right)}{f^{2/3}} \right] \right\}. \quad (16)$$

Здесь  $v = \frac{\omega(1 - \beta_{\parallel} \cos \chi)}{\omega_B}$ ,  $f = \frac{v \beta_{\parallel} \cos \chi}{2\gamma_{\parallel}^2 (1 - \beta_{\parallel} \cos \chi) N^2}$ ,

$\text{Ai}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(xt + t^3/3)] dt$  – функция Эйри,

$\text{Ai}'(x) \equiv \frac{d \text{Ai}(x)}{dx}$  – производная функции Эйри. Формулы (15), (16) записаны для положительного знака заряда.

Выражения в фигурных скобках в формулах (15) и (16) описывают два вклада в электрическое поле излучения: первое слагаемое описывает изгибное излучение, второе слагаемое (в квадратных скобках) описывает вклад ондуляторного излучения. Множитель  $e^{-i\theta}$  перед квадратной скобкой связан с начальной фазой частицы. Если в первом слагаемом в квадратных скобках в множителе перед функцией Эйри положить  $v = 1$  (излучение на первой гармонике) и отбросить второе слагаемое, то получаем описание вклада ондуляторного механизма излучения без учета третьего и четвертого слагаемых в показателе экспоненты фурье-компоненты электрического поля (13).

В этом случае выражение становится похожим на формулы ондуляторного излучения в прямом магнитном поле. Сравнение графиков, построенных для выражений (15), (16) и укороченных выражений, показывает, что значительные отличия появляются при увеличении угла  $\psi$ . Особенно это касается выражения для  $\pi$ -поляризации: выражение в однородном магнитном поле при  $\chi \sim 1/\gamma_{\parallel}$  обращается в нуль, а для (15) за счет вклада из-за кривизны силовой линии отлично от нуля.

Подставляя выражения (15), (16) в (12) и ограничивая рассмотрение малыми углами  $\chi \sim 1/\gamma_{\parallel}$ , полу-

чаем выражения для спектрально-углового распределения энергии:

$$\frac{d\xi_{\pi}}{d\omega d\theta} = \frac{e^2 v^2 \gamma_{\parallel}^2}{c(1+\psi^2)^2} \left( \frac{N^2(1+\psi^2)}{\nu} \right)^{2/3} \left\{ 4\psi^2 \text{Ai}(\zeta_0)^2 - 4 \cos\theta \frac{\psi\beta_{\perp}\gamma_{\parallel}}{1+\psi^2} \right. \\ \times \text{Ai}(\zeta_0) \left[ (1+(1-2\nu)\psi^2) \text{Ai}(\zeta_1) + \frac{2\psi\nu^{2/3}(1+\psi^2)^{1/3}}{N^{1/3}} \text{Ai}'(\zeta_1) \right] + \\ \left. + \frac{\beta_{\perp}^2 \gamma_{\parallel}^2}{(1+\psi^2)^2} \left[ (1+(1-2\nu)\psi^2) \text{Ai}(\zeta_1) + \frac{2\psi\nu^{2/3}(1+\psi^2)^{1/3}}{N^{1/3}} \text{Ai}'(\zeta_1) \right]^2 \right\}, \quad (17)$$

$$\frac{d\xi_{\sigma}}{d\omega d\theta} = \frac{e^2 v^2 \gamma_{\parallel}^2}{c(1+\psi^2)^2} \left( \frac{N^2(1+\psi^2)}{\nu} \right)^{2/3} \left\{ 4 \frac{(1+\psi^2)^{2/3} \text{Ai}'(\zeta_0)^2}{N^{2/3} \nu^{2/3}} \right. \\ + 4 \cos\theta \frac{\beta_{\perp} \gamma_{\parallel} (1+\psi^2)^{1/3}}{N^{1/3} \nu^{1/3}} \times \\ \times \text{Ai}'(\zeta_0) \left[ (1-2\nu) \text{Ai}(\zeta_1) + \frac{2\psi\nu^{2/3}}{(1+\psi^2)^{2/3} N^{1/3}} \text{Ai}'(\zeta_1) \right] + \\ \left. + \beta_{\perp}^2 \gamma_{\parallel}^2 \left[ (1-2\nu) \text{Ai}(\zeta_1) + \frac{2\psi\nu^{2/3}}{(1+\psi^2)^{2/3} N^{1/3}} \text{Ai}'(\zeta_1) \right]^2 \right\}, \quad (18)$$

где  $\psi = \gamma_{\parallel} \chi$ ,  $\zeta_n = N^{2/3} (1+\psi^2)^{1/3} \frac{(\nu-n)}{\nu^{1/3}}$ ,  $n=0,1$ ,

$$\nu = \frac{\omega(1+\psi^2)}{2\gamma_{\parallel}^2 \omega_B}.$$

В формулах (17), (18) первые слагаемые в фигурных скобках описывают изгибное излучение. Если функции Эйри выразить через функции Макдональда, то получим классические формулы для синхротронного излучения заряда, движущегося по окружности радиуса  $R$  [7]. Третьи слагаемые описывают ондуляторное излучение. Второе слагаемое, содержащее множитель  $\cos\theta$  описывает интерференцию вкладов от изгибного и ондуляторного излучений.

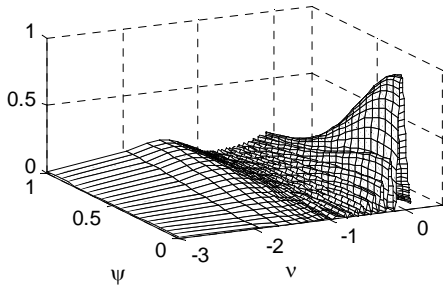


Рис.2. Потери энергии в  $\pi$ -поляризации (в относительных единицах, логарифмический масштаб по частоте  $\nu$ ), ф-ла (17);  $N=20$ ,  $\gamma_{\parallel}=10^3$ ,  $\beta_{\perp}=0.1/\gamma_{\parallel}$ ,  $\theta=\pi/2$

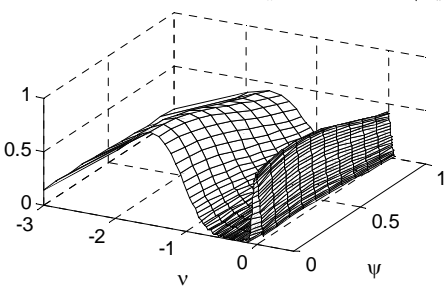


Рис.3. Потери энергии в  $\sigma$ -поляризации, ф-ла (18) Значения параметров такие же, как на Рис.2

На Рис.2 и Рис.3 построены графики правых частей выражений (17), (18) в зависимости от частоты излучения  $\nu$  и угла  $\psi$ . Изгибный механизм излучения имеет характерную частоту  $\omega_C \sim \gamma_{\parallel}^3 \Omega$ , первая гармоника  $\nu=1$  ондуляторного излучения приходится на частоту  $\omega_U \sim 2\gamma_{\parallel}^2 \omega_B / (1+\psi^2)$ . Частота 1-й гармоники ондуляторного излучения в  $N$  раз превосходит характерную частоту изгибного излучения. Фаза  $\theta$  начального положения частицы приводит к заметным осцилляциям в области частот  $\omega > \omega_C$  на экспоненциальном спаде функции изгибного излучения. При построении Рис.2 и Рис.3 положили  $\cos\theta = 0$ , чтобы не усложнять графики. При увеличении числа оборотов  $N$  вокруг дрейфовой траектории, которые вносят вклад в формирование излучения, относительная величина максимума первой гармоники значительно увеличивается. Однако, характерные частоты сильно различаются и на каждой частоте преобладает свой механизм излучения.

Вектор электрического поля для изгибного излучения принимает вид:

$$\mathbf{E} \propto i\psi \sqrt{1+\psi^2} K_{1/3} \left( \frac{2}{3} N \sqrt{1+\psi^2} \nu \right) \mathbf{e}_{\pi} - (1+\psi^2) K_{2/3} \mathbf{e}_{\sigma},$$

характерный для излучения релятивистской заряженной частицы, движущейся по окружности.

Для вклада ондуляторного механизма излучения получаем:

$$\mathbf{E} \propto -i \left[ (1-(2\nu-1)\psi^2) \text{Ai}(\zeta_1) + f(\psi, \zeta_1) \right] \mathbf{e}_{\pi} + \\ + \left[ (1-2\nu)(1+\psi^2) \text{Ai}(\zeta_1) + f(\psi, \zeta_1) \right] \mathbf{e}_{\sigma}, \quad (19)$$

$$\text{где } f(\psi, \zeta_1) = \frac{2\nu^{2/3} \psi (1+\psi^2)^{1/3}}{N^{1/3}} \text{Ai}(\zeta_1).$$

В случае ондуляторного излучения кривизна магнитной силовой линии приводит к поляризационным свойствам, отличным от ондуляторного излучения в прямом магнитном поле. Если в выражении (19) положить  $\nu=1$  и  $f(\psi, \zeta_1)=0$ , то получим выражение, описывающее поляризацию в прямом магнитном поле [2]. Видно, что за счет кривизны магнитного поля появляются поправки, они становятся существенными при  $\psi > 0$ . Изгибное излучение эллиптически поляризовано. Ондуляторное излучение при  $\psi=0$  имеет круговую поляризацию, причем вектор электрического поля излучения вращается в том же направлении, что и заряженная частица в магнитном поле.

Таким образом, ультрарелятивистская заряженная частица, движущаяся по изогнутой спиральной траектории с релятивистской скоростью вдоль магнитной силовой линии, при выполнении условия (4) теряет энергию по двум каналам излучения: за счет изгибного излучения с характерной частотой  $\omega_C = \gamma_{\parallel}^3 \Omega$  и за счет ондуляторного излучения на

$$\text{частоте } \omega_U = \frac{\omega_B}{1 - \beta_{\parallel} \cos \chi}.$$

В настоящей работе получены формулы, описывающие спектрально-угловое распределение лишь для первой гармоники ондуляторного излучения.

Как видно из проведенного исследования, для получения спектрально-углового распределения на 2-й гармонике ( $\omega = 2\omega_U$ ) ондуляторного излучения необходимо использовать траекторию частицы с точностью до  $\varepsilon^2$ .

Условие (4), которое необходимо для осуществления режима ондуляторного излучения, можно записать в виде  $N = 6 \cdot 10^{-4} \frac{BR}{\gamma_{\parallel}^2} \gg 1$ . В работе [11]

рассмотрена модель пульсара, в которой для областей магнитосферы с величиной магнитного поля порядка  $B = 10^6 \dots 10^7$  Гс, релятивистские ( $\gamma \leq 10^5$ ) заряженные частицы с малыми питч-углами движутся по винтовой траектории с радиусом кривизны  $R \sim 10^8$  см. Для таких параметров условие (4) выполняется. Как и в модели [11] радиоизлучение может формироваться за счет когерентного изгибного излучения, а рентгеновское излучение на частоте  $\omega_U$  – за счет ондуляторного излучения. Обнаружение круговой поляризации рентгеновского излучения пульсаров могло бы служить в поддержку рассмотренного механизма излучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И.М. Тернов, В.В. Михайлин. *Синхротронное излучение. Теория и эксперимент*. М.: «Энергоатомиздат», 1986, 296 с.
2. М.М. Никитин, В.Я. Эпп. *Ондуляторное излучение*. М.: «Энергоатомиздат», 1988, 152 с.
3. K.S. Cheng, J.L. Zhang. General radiation formulae for a relativistic charged particle moving in curved magnetic field lines: The synchrocurvature radiation mechanism // *Astrophys. J.* 1996, v.463, №1, p.271-283.
4. Я.М. Соболев. Дрейфовая траектория и синхротронное излучение ультрарелятивистского электрона, движущегося в магнитном поле с искривленными силовыми линиями // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения»*. 2000, №1, с.27-30.
5. V. Epp, T.G. Mitrofanova. Radiation of relativistic particles in a quasi-homogeneous magnetic field // *Proceedings of the ninth Lomonosov conference on elementary physics. Particle physics at the start of the new millennium, 20-26 September 1999*. Moscow; «World Scientific», 2001.
6. Ya.M. Sobolev. New radiation formulae of relativistic electrons in curved magnetic field lines // *Proceedings of IAU Symp. 199. The Universe at Low Radio Frequencies, Nov.30 - Dec.4, 1999, Pune, India*. Michigan: «ASP», 2002, p.400-401.
7. Я.М. Соболев. К теории излучения релятивистской заряженной частицы в магнитном поле с искривленными силовыми линиями // *Радиофизика и радиоастрономия*. 2000, т.5, в.2, с.137-147.
8. Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. М.: «Наука», 1974, 504 с.
9. Ya.M. Sobolev. Synchrotron radiation of relativistic electrons moving at small pitch-angles in inhomogeneous magnetic field // *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Plasma Electronics and New Acceleration Methods"*. 2006, №5, p.267-272.
10. Л.Д. Ландау, И.М. Лифшиц. *Теория поля*. М.: «Наука», 1973, 504 с.
11. I. Contopoulos. The pulsar synchrotron: coherent radio emission // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* 2009, v.396, №1, p.L6-L10.

Статья поступила в редакцию 31.05.2010 г.

## UNDULATOR AND CURVATURE RADIATION OF A RELATIVISTIC CHARGE MOVING ALONG THE CURVED SPIRAL TRAJECTORY

Ya.M. Sobolev

For the ultrarelativistic charged particle having a spiral trajectory, revolving around the curved magnetic field line, the contribution to radiation occurs from two types of motions: the motion with relativistic speed along the curved magnetic field line (curvature radiation) and the contribution to radiation from many revolutions of particle round a drift trajectory (undulator radiation). Characteristic frequencies for these two mechanisms are essentially various. Curvature radiation is linearly polarized, undulator radiation has circular polarization.

## ОНДУЛЯТОРНЕ ТА ЗГІННЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ЗАРЯДУ, ЩО РУХАЄТЬСЯ ПО ЗГІНЕНІЙ СПІРАЛЬНІЙ ТРАЄКТОРІЇ

Я.М. Соболев

Для ультрарелятивістської зарядженої частинки, яка рухається повздовж спіральної траєкторії, що намотується на покритвену магнітну силову лінію, внесок в випромінювання відбувається за рахунок двох типів руху: руху с релятивістською швидкістю вздовж викривленої магнітної силової лінії (згінне випромінювання) і внеску в випромінювання за рахунок багатьох обертів навколо дрейфової траєкторії (ондуляторне випромінювання). Характерні частоти для цих двох механізмів істотно відмінні. Згінне випромінювання лінійно поляризовано, ондуляторне випромінювання має кругову поляризацію.