

К ПРОБЛЕМЕ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ РАЗРЯДА: ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

В.Ф. Туганов

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия;

ГНЦ РФ ТРИНИТИ, Троицк, Россия

E-mail: princet@rambler.ru

Используя уравнения баланса для концентраций заряженных частиц и плотностей их энергий, найдены условия, необходимые для существования пороговых напряжений (параметров). Получено аналитическое выражение для вольт-амперной характеристики (ВАХ) в плазме токамака и выявлена существенная зависимость пороговых параметров от отношения объемов плазмы и камеры, времени жизни плазмы и начальной концентрации нейтральных атомов. Выявлены два (по уровню мощности СВЧ-нагрева) разных режима ВАХ.

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Известно, что электрическое поле в грозовых облаках никогда не достигает величин, необходимых для обычного разряда в атмосфере [1,2]. На это и ссылаются авторы [3], предполагая, что в активный период лишь в локальных областях (например, в стволе лидера) электрические поля E превышают пороговые значения E_b (для воздуха при атмосферном давлении $E_b = 23$ кВ/см), в то время как в широкой зоне поле $E < E_b$ на порядок.

И поскольку ситуация с разрядом в токамаках почти аналогична, то эти факты следует учесть, выявляя и неопределенность напряжения пробоя в плазме токамака, где цена данного вопроса – экономия вольтсекунд на этой стадии – как раз существенна. А потому вся эта проблема – оптимизация ввода тока и управление начальной стадией разряда, своей актуальности не исчерпала. Ведь здесь, в отличие от грозовых разрядов, есть прямая или косвенная возможность управлять процессом: на стадии проектирования установки или при вводе тока.

Связано это с тем, что после образования электронейтральной плазмы дальнейший рост тока происходит в условиях, когда плазма локализована не во всем объеме вакуумной камеры, а плотность плазмы n ($n = n_e = n_i$) пока еще ниже начальной плотности нейтральных атомов N ($n \ll N$).

Имеющиеся на сегодня подходы как раз и рассматривают предельные случаи по параметру

$$\varepsilon = V_p / V_v, \quad (1.1)$$

где V_p и V_v – объемы плазмы и камеры. Так, в [4, 5] полагают, что размер плазменного шнура определен областью лавинного пробоя ($\varepsilon < 1$), в то время как в работе [6], наоборот, объемы плазмы и камеры – совпадают ($\varepsilon = 1$). Однако, как справедливо отмечено в [7], нет каких-либо оснований считать, что лавинный пробой, задав своей областью размер шнура, оставит его неизменным на всей стадии подъема тока. Реально ведь на всей стадии подъема тока происходит как сильный разогрев плазмы и газа нейтральных атомов, так и снижение концентрации последних в камере токамака (или в межобласть грозовых облаков). Разрядный канал расширяется – параметр ε растет, что в условиях грозовых разрядов и вызывает гром.

Следовательно, выявив зависимость напряжения $U(I)$ от тока I – вольт-амперную характеристику (ВАХ) – в условиях стационарного разряда, необходимо теоретически исследовать ее как функцию этого параметра ε , равно как и других параметров планируемой установки. А это и время жизни плазмы τ (одинаковое в [7-9] для потерь энергии и частиц), начальная плотность нейтрального газа N и, вообще говоря, – пороговая температура ионов T_b , через которую, в силу условия пороговости

$$dU(I)/dI = 0, \quad (1.2)$$

задана и соответствующая температура электронов (ток $I = I(T_e, T_i)$, T_e и T_i – температуры электронов и ионов).

Приведенная в [7-9] формула для порогового напряжения (электрического поля E_b)

$$U_b = 2\pi R E_b \propto N / \varepsilon^{1/2} T_b^{0.1}, \quad (1.3)$$

такие зависимости выявляет; R – большой радиус токамака. Однако имеются факты, не позволяющие рассчитывать на адекватность формулы типа (1.3), полученной из системы уравнений [4, 5] (см. [7]), а именно:

1) Отсутствие в (1.3) зависимости U_b от времени жизни плазмы τ . Ведь то, что вывод (1.3) произведен в условиях стационара и в предположении $\tau \rightarrow \infty$ оправданием быть не может. В балансе температур плазмы τ -потерями, которые $\propto 1/\tau$, можно пренебречь, ограничив расчеты пределом $\tau \rightarrow \infty$, поскольку доминируют другие механизмы. Но нельзя забывать, что именно этим же временем τ заданы в работах [7-9] еще и потери частиц (баланс плотностей плазмы), причем других механизмов оттока частиц нет. Значит, без этих τ -потерь здесь не обойтись, и конечность времени τ должна быть учтена ($\tau < \infty$). Поэтому, именно отсюда, из уравнения баланса плотностей, температуры заряженных частиц T_e , T_i и обретают зависимости от τ , а также от ε и N . То есть в (1.3) вместо T_b должна быть функция $T_b = T_b(\varepsilon, \tau, N)$. Следовательно, взамен формулы (1.3) необходимо найти более общую и, прежде всего, правильную зависимость $U_b = U_b(\varepsilon, \tau, N)$. Существенно расширив возможности оптимизации параметров установки, это позволит тогда, меняя ε , τ , N , управлять напряжением U_b как функцией $U_b(\varepsilon, \tau, N)$, даже

не прибегая к дополнительному ВЧ- или СВЧ-нагреву, рассмотренному в [10]. Это, однако, не исключает и совместное с дополнительным ВЧ- и СВЧ-нагревом управление: и установкой, и процессом оптимизации.

2) В ошибочности формулы (1.3) можно убедиться, рассмотрев, например, формулу (6) в [10]. Из нее никак не следует параметр малости по мощности дополнительного СВЧ-нагрева P , который заведомо должен иметь вид

$$\zeta \propto P/P_{\Lambda}, \quad (1.4)$$

следуя из баланса мощностей в уравнении для электронов. Ведь здесь (при $\tau \rightarrow \infty$) с мощностью СВЧ-нагрева электронов P конкурирует мощность P_{Λ} передачи их энергии к ионам. Допустим и другой вариант: так как баланс энергии ионов (при $\tau \rightarrow \infty$) определен равенством этой мощности P_{Λ} и мощности перезарядки P_{ex}

$$P_{\Lambda} = P_{ex}, \quad (1.5)$$

то параметр ζ может быть задан и отношением

$$\zeta \propto P/P_{ex}. \quad (1.6)$$

Однако из формулы (6) работы [10] формулы типа (1.4) или (1.6) – не следуют. Значит, новое рассмотрение необходимо и для этих вопросов, связанных с дополнительным нагревом.

3) Вывод формулы (3) сделан (см. [7-9]) в предположении, что в энергопотерях ионов существенна только мощность перезарядки P_{ex} . А это, при пренебрежении τ -потерями, неизбежно ведет к условию (1.5): ионы теряют энергию, отдавая ее со скоростью P_{ex} атомам, а получают – от электронов со скоростью P_{Λ} . Но тогда необходимо выполнить условие $P_{\Lambda} \propto T_e - T_i > 0$ [11], что в силу сделанного в [7-9] предположения $T_e \approx T_i$ проблематично. Строго говоря, такое условие не столько нефизично ($P_{\Lambda} > 0$ – единственный приток энергии ионов), сколько математически излишне: температуры заряженных частиц и связь между ними определяются из баланса энергии ионов (1.5) и из баланса энергии электронов при чисто джоулевом нагреве, т. е. из условия порога (1.2). В этом случае оба условия предполагают $T_e > T_i$.

4) Ошибочность формулы (1.3) подтверждает и факт корневой зависимости величины порогового поля

$$E_b \propto N/\varepsilon^{1/2} \quad (1.9)$$

от параметра ε . Параметр ε , будучи отношением объемов плазмы и камеры (см. (1.1)), является чисто геометрическим фактором. Но микроскопическая величина – поле E_b (равно, как и плотность тока), никоим образом не должна зависеть от ε так, как это следует из формулы (1.9). Ведь электрическое поле в плазме E_b должно быть пропорционально

$$E_b \propto n \quad (1.10)$$

ее плотности n , а не плотности нейтральных атомов N . Но эти плотности связаны законом сохранения числа частиц в камере, который при достаточно высокой температуре плазмы имеет простой вид:

$$2nV_p = NV_V. \quad (1.11)$$

Отсюда и следует, в силу (1), совершенно иная, чем (1.9) зависимость:

$$E \propto N/2\varepsilon, \quad (1.12)$$

кстати, и получающаяся при расчетах (см. (4.6)).

И последнее, не связанное напрямую с формулой (1.3).

5) Из Рис.1 (см. [9]) следует очень интересная ВАХ: с превышением некоторого давления нейтрального газа (плотности N) в зависимости от тока $I(U)$ как функции напряжения U появляются два экстремума – минимум и максимум при соответствующих значениях U . А это или должно быть объяснено (так как похоже на фазовый переход), или следует признать чисто расчетным эффектом, а Рис.1 в [9] – не адекватным физической реальности.

Здесь опять важна функция $U(I)$ и зависимость $dU(I)/dI$ в уравнении (1.2): на Рис.1 в [9] экстремумы должны быть определены условием

$$dI(U)/dU = 1/dU(I)/dI = 0. \quad (1.13)$$

Любого из этих пяти факторов достаточно, чтобы возникла необходимость в новом, более корректном рассмотрении проблемы на основе все тех же уравнений, предложенных в [4, 5] и используемых в [7-9]. Математическая задача состоит в том, чтобы найти функцию $U(I)$ и из (1.2), (1.5) выявить зависимость порогового напряжения $U_b(\varepsilon, \tau, N)$ от параметров ε , τ , N и от температуры ионов T_b как функции $T_b(\varepsilon, \tau, N)$ этих же параметров.

2. СИСТЕМА СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Поскольку речь пойдет только о стационарном решении системы уравнений из [7-9], то можно ограничиться лишь той ее частью, которая не зависит от производной по времени. Тогда из уравнений баланса для концентраций частиц

$$n[10^{20} n_a S_i(T_e) - 1/\tau] = 0, \quad (2.1)$$

учтя соответствующее выражение для скорости ионизации $S_i(T_e)$ [4,5,7-9], получим формулу для плотности нейтральных атомов $n_a = n_a(T_e)$ (в 10^{20} м^{-3}) при температуре электронов T_e :

$$n_a(T_e) = 5 \cdot 10^{-8} (T_e/Ry + 6)/(T_e/Ry)^{1/2} \exp(Ry/T_e)/\tau. \quad (2.2)$$

Здесь τ – время жизни плазмы, одинаковое для всех эволюционных процессов, $Ry = 0.0136 \text{ кэВ}$.

Для оставшихся переменных: температуры ионов T_i , напряжения на обходе тора U и тока I , имеются три уравнения. Они определены законом Ома (ρ – сопротивление плазменного шнура):

$$U = \rho I \quad (2.3)$$

и балансом плотностей энергии электронов при джоулевом нагреве:

$$I^2 \rho/V_p = P_{\Lambda} + P_{ion} + 3/2 n T_e 1/\tau, \quad (2.4)$$

обусловленных ее потерями на ионизацию (P_{ion}) и передачу ионам при кулоновских столкновениях (P_{Λ}), где V_p – объем плазменного шнура. Аналогично и для ионов

$$P_{\Lambda} = P_{ex} + 3/2 n T_i 1/\tau, \quad (2.5)$$

которые, приобретая энергию от электронов (P_{Λ}), теряют ее со скоростью P_{ex} при перезарядке. К это-

му же ведут и последние члены в (1.13). и (1.14), связанные с τ -потерями. Причем (см. [7-9]):

$$\rho = 2R/a^2 \cdot 1.65 \cdot 10^{-3} \cdot L/T_e^{3/2} \equiv Q/T_e^{3/2}, \quad (2.6)$$

$$P_\Lambda = 0.24 n^2 (T_e - T_i)/T_e^{3/2}, \quad (2.7)$$

$$P_{\text{ион}} = 1.6 \cdot 10^{-2} n W_i \cdot 10^{20} n_a S_i(T_e) \equiv 1.6 \cdot 10^{-2} n W_i / \tau; \quad (2.8)$$

$$P_{\text{ex}} = 2.4 \cdot 10^5 n n_a (T_i - T_a) T_i^{0.327}. \quad (2.9)$$

Здесь L – кулоновский логарифм; $W_i = 0.03$ кэВ, температура атомов $T_a = 2.59 \cdot 10^{-5}$ (температура, кэВ; напряжение, В; ток, кА).

Учитывая (2.7), (2.9), получим из (2.5) связь температур заряженных частиц с температурой T_a :

$$T_e - T_i = [10^6 n_a / n (T_i - T_a) T_i^{0.327} + 3/2 \cdot T_i / 0.24 n \tau] T_e^{3/2}. \quad (2.10)$$

Из (2.10) следует, что рассматриваемая система уравнений даже при $T_i - T_a \geq 0$ не ведет к тепловому равновесию ($T_e = T_i$) заряженных частиц. Поскольку $T_e - T_i > 0$, то проведенный в [7-9] (в предположении $T_e \approx T_i$) расчет порогового напряжения U_b нуждается в новом рассмотрении, желательно, без каких-либо упрощений в системе (2.1)-(2.10).

3. ОБЩИЕ УСЛОВИЯ ПОРОГОВЫХ ПАРАМЕТРОВ

Вясним общие условия существования такого порога, выявив решение уравнения (1.2), не прибегая пока к приближению $\tau \rightarrow \infty$ в уравнениях баланса энергий заряженных частиц (см. (2.4), (2.10)). Считая $\rho = \rho(T_e, T_i, n)$, а T_e , T_i и n – функциями тока I , получим формально из (1.2)

$$dU/dI = \rho + I [\partial \rho / \partial T_e dT_e/dI + \partial \rho / \partial T_i dT_i/dI + \partial \rho / \partial n dn/dI]. \quad (3.1)$$

Откуда, учитывая (2.6) ($\partial \rho / \partial T_i = 0$ и $\partial \rho / \partial n = 0$), получаем

$$dU/dI = \rho [1 - 3/2 I/T_e \cdot dT_e/dI]. \quad (3.2)$$

Используя (2.4), (2.6)-(2.8), находим

$$dU/dI \propto \frac{A(3T_i - 2T_e) - 1/2 BT_e^{5/2} - 3/2 C T_e^{3/2}}{AT_e + 5/2 BT_e^{5/2} + 3/2 C T_e^{3/2}}, \quad (3.3)$$

где $A = 0.24 n$; $B = 3/2 \cdot 1/\tau$; $C = 1.6 \cdot 10^{-2} W_i / \tau$. С учетом (3.3) решение (1.2), очевидно, существует при

$$T_i \geq \frac{2}{3} T_e + \frac{BT_e + 3C}{6A} T_e^{3/2}, \quad (3.4)$$

т.е. при $T_i \geq 2/3 T_e$. Но в силу (2.10) $T_i < T_e$ (при $T_i \geq T_a$), следовательно, используемые в [7-9] уравнения (здесь уравнения (2.1)-(2.10)) допускают существование порогового напряжения U_b только в узком диапазоне температуры ионов T_i , когда

$$2/3 T_e < T_i < T_e. \quad (3.5)$$

Предельный случай $T_e = T_i$ в силу наличия τ -потерь вообще не возможен, даже если $T_i = T_a$ (см. (2.10)). Зато другой предел $T_i = 2/3 T_e$ может быть реализован, например, при $\tau \rightarrow \infty$, когда $B \rightarrow C \rightarrow 0$.

Из уравнения (3.3), где не сделаны пока никакие упрощения, решим вопрос относительно ВАХ, полученных численным методом (см. Рис. 1 в [7]). Там, в функции $I(U)$ с превышением некоторого давления атомов появляются два экстремума, т.е. $dI/dU = 0$ при двух значениях напряжения U . Но, как следует из (3.3), условию $dI/dU = 0$ отвечает уравнение

$$AT_e + 5/2 BT_e^{5/2} + 3/2 C T_e^{3/2} = 0. \quad (3.6)$$

А оно в силу положительности коэффициентов

A, B, C (см. (3.3)) не может иметь ни одного положительного корня. Следовательно, система уравнений (2.1)-(2.9), будучи тождественной имеющейся в [7-9], не приводит к экстремумам ВАХ $I(U)$. Скорее всего, этот эффект, наблюдающийся в работе [7], носит чисто расчетный характер.

4. ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА, ПОРОГОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ (ПРИ $\tau \rightarrow \infty$)

Показав из общих уравнений (2.1)-(2.10) само существование пороговых напряжений U_b и выявив необходимые при этом условия, получим простое аналитическое выражение для ВАХ $U = U(I)$, рассмотрим случай $\tau \rightarrow \infty$ в уравнении для тока I (2.4) и в (3.3), (3.4), где $B = C = 0$. Из (3.4) следует связь между значениями температур плазмы в условиях порога: $T_e = 3/2 \cdot T_b$. А из (2.4) (при $\tau \rightarrow \infty$) – связь тока I и температур плазмы T_e и T_i :

$$T_e = T_i + D I^2, \quad (4.1)$$

где (см. (2.6))

$$D = Q/0.24 V_p n^2. \quad (4.2)$$

С учетом (2.3), (2.6) и (4.1) получим ВАХ разряда

$$U(I) = \frac{QI}{(T_i + DI^2)^{3/2}}. \quad (4.3)$$

При малых токах ($I \ll (T_i/2D)^{1/2}$) напряжение (4.3), очевидно, растет ($U(I) \propto I$), а при больших, когда $I \gg (T_i/2D)^{1/2}$, наоборот, снижается ($U(I) \propto 1/I^2$), достигнув порогового значения ($T_i = T_b$)

$$U_b = 2\pi R \cdot E_b = 2\pi R \cdot (8/9 \cdot 16.5 \cdot L)^{1/2} \cdot N/\epsilon T_b 10^3 \quad (4.4)$$

при пороговом токе

$$I_b = (T_b/2D)^{1/2} \quad (4.5)$$

и электрическом поле

$$E_b = U_b/2\pi R = (8/9 \cdot 16.5 \cdot L)^{1/2} \cdot N/\epsilon T_b 10^3. \quad (4.6)$$

Здесь $L \approx 10$ – кулоновский логарифм, N – начальная плотность атомов (в 10^{20} м^{-3}). Выражение для тока I_b , полученное при исследовании функции (4.3) на экстремум, проще получить и непосредственно из (4.1), подставив в него соотношение $T_e = 3/2 T_b$. Пороговая температура ионов T_b задана уравнением (2.10), которое при $T_a \ll T_b$ и $\tau \rightarrow \infty$ имеет вид:

$$T_b = 3^{3/2} / 2^{1/2} 10^6 T_b^{1.327} n_a^{3/2} (3/2 T_b) / n, \quad (4.7)$$

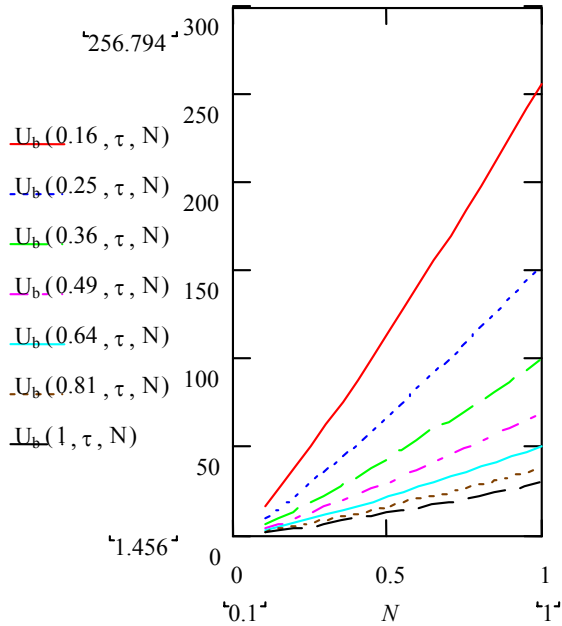
где $n_a = n_a(T_e)$ (см. (2.2)), а плотность n связана с N и ϵ уравнением (1.11).

Из (4.7) хорошо видно, что температура ионов T_b зависит от ϵ , τ , N , т.е. действительно, как и отмечалось выше (см. разд. 1), оказывается функцией $T_b = T_b(\epsilon, \tau, N)$ этих параметров.

Кстати, столь сильная зависимость поля (4.6) от ϵ (Рисунок) может касаться и отмеченной в [1-3] ситуации в грозном разряде. Повысив ϵ на порядок (от 0.1 до 1), можно соответственно раз в 10 (см. Рисунок) снизить пороговое значение поля E_b : в той же широкой зоне против его значения в локальных областях (в стволе лидера). Хотя здесь не все так просто, и аналогия слишком груба: что «камера», что «шнур» нуждаются в уточнении. Но есть общая эмпирическая закономерность, отмеченная в [1-3], и она, по крайней мере, качественно объяснима формулами (4.4), (4.6), с той лишь разницей, что в грозных разрядах пороговые электрические поля E_b на

порядки выше. А это соответственно отвечает здесь и большей плотности атомов N , и линейной непосредственно от нее зависимости поля (4.6). Но поскольку и в (4.4), и в (4.6) температура $T_b = T_b(\varepsilon, \tau, N)$, то в целом эта зависимость оказывается несколько большей, чем линейная, что хорошо видно из рисунка.

Очевидно, что развиваемый подход к решению уравнений, предложенных в [4, 5], эффективен и в случае дополнительного ВЧ- и СВЧ-нагрева, используемого для создания плазмы токамака, причем независимо от предложенных методов снижения порога U_b как функции $U_b(\varepsilon, \tau, N)$, и совместно с ними. Формально это сводится лишь к учету мощностей нагрева ионов (P_i) и электронов (P) соответственно в уравнениях (2.10) и (2.4).



Снижение порогового напряжения U_b с уменьшением плотности N при следующих значениях параметров: $\tau=5$, $\varepsilon=0.16-1$

5. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ СВЧ-НАГРЕВ

Включение, в дополнение к джоулеву, еще и СВЧ-нагрева, изменит некоторые из уравнений (2.1)-(2.10). Так в уравнении (2.4) к мощности джоулева нагрева добавится СВЧ-мощность P

$$I^2 \rho / V_p + P = P_\Lambda + P_{\text{ион}} + 3/2 \cdot n T_e \cdot 1/\tau, \quad (5.1)$$

что лишь изменит коэффициент

$$C = 1.6 \cdot 10^{-2} W_i / \tau - P/n \quad (5.2)$$

в формуле (3.3), которая в пределе $\tau \rightarrow \infty$ примет вид ($A = 0.24 n$):

$$dU/dI = \rho \left[\frac{3T_i - 2T_e + 3/2 \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2}}{T_e - 3/2 \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2}} \right]. \quad (5.3)$$

Соответственно температуры заряженных частиц в условиях порога будут связаны теперь условием

$$T_e = 3/2 \cdot T_b + 3/4 \cdot P / 0.24n^2 \cdot T_e^{3/2}. \quad (5.4)$$

То есть полностью, соответствуя качественному анализу, все влияние СВЧ-нагрева определено безразмерным параметром типа ζ (см. (1.4)).

При этом никак не меняется уравнение баланса энергий ионов. И их температура T_b по-прежнему задана уравнением (2.10), но с учетом (4.1). При температуре атомов $T_a \ll T_b$ следует уравнение для T_b :

$$3^{3/2} / 2^{1/2} \cdot 10^6 \cdot T_b^{1.327} \cdot T_b^{3/2} \cdot n_a(T_e) / n = T_b + 3/2 \cdot P / 0.24n^2 \cdot T_e^{3/2}, \quad (5.5)$$

где пороговая температура электронов $T_e = T_e(T_b)$ задана уравнением (4.1), а плотность атомов $n_a(T_e)$ – формулой (2.2).

Из уравнения (5.1) получается связь тока I , мощности P и температур плазмы T_e и T_i , в том числе и в условиях порога ($T_i = T_b$):

$$I_b = \frac{1}{\sqrt{D}} \left(T_e - T_b - \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2} \right)^{1/2}, \quad (5.6)$$

где D определено в (4.2).

Подставив в (5.6) выражение для T_e (5.4), получим пороговый ток

$$I_b = \frac{1}{\sqrt{2D}} \left(T_b - \frac{1}{2} \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2} \right)^{1/2}, \quad (5.7)$$

который при $P=0$ совпадает с его значением (4.5), найденным для чистоджоулевого нагрева плазмы. Но из условия положительности тока (5.7)

$$I_b > 0, \quad (5.8)$$

следует неравенство

$$T_b > \frac{1}{2} \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2}, \quad (5.9)$$

которое в силу (5.4) дает важное ограничение для пороговой температуры электронов

$$T_e > \frac{3}{2} \frac{PT_e^{3/2}}{0.24n^2}. \quad (5.10)$$

Во-первых, из него опять получается некоторый параметр типа ζ (см. (1.4) и (5.4)), накладывающий ограничения на мощность P :

$$P < \frac{2}{3} \frac{0.24n^2}{T_e(P)^{1/2}}. \quad (5.11)$$

В условиях порога температура электронов $T_e = T_e(P)$ зависит от P и напрямую, в силу уравнения (5.4), и косвенно: входящая в (5.4) температура ионов $T_b = T_b(\varepsilon, \tau, N, P)$ зависит не только от параметров ε , τ , N , но и от мощности P (см. (5.5)). А во-вторых, из неравенства (5.10) следует, что отличный от нуля знаменатель выражения (5.3) – это не что иное, как условие

$$dI(U)/dU \equiv 1/dU(I)/dI \neq 0. \quad (5.12)$$

Значит, ВАХ $I(U)$ и при СВЧ-нагреве ($P \neq 0$), и в его отсутствие (при $P=0$, см. формулы (3.6) и (3.7)) не имеет экстремумов.

Более детальное исследование ВАХ $U(I)$ при $P \neq 0$ явно сложнее, чем при $P=0$ (см. уравнения (5.4), (5.5) и (5.6)). Из безчисленных расчетов не удастся провести полный анализ различных механизмов снижения порогового напряжения U_b . Однако, предварительно эти исследования, не лишне провести общий анализ решений уравнения (5.4). Введя безразмерные переменные

$$\psi = (T_e/T_b)^{1/2} \quad (5.13)$$

и

$$\mathcal{G} = \frac{4 \cdot 0.24 n^2}{9 P T_b^{1/2}}, \quad (5.14)$$

сведем (5.4) к виду

$$\chi^3 + \pi\chi + q = 0, \quad (5.15)$$

где

$$\pi = -3\mathcal{G}^2 > 0, \quad q = 2\mathcal{G}\left(\frac{9}{4} - \mathcal{G}^2\right), \quad (5.16)$$

а искомое соотношение температур (5.13)

$$\psi = \chi + \mathcal{G}. \quad (5.17)$$

Этого достаточно, чтобы выявить различные режимы ВАХ $U(I)$. Так, если $q > 0$, $\mathcal{G} < 3/2$ (см. (5.17)), а

$$P > P_{cr}, \quad (5.18)$$

то уравнение (5.15) имеет по теореме Декарта три положительных корня. Если, наоборот, $q < 0$, что возможно при $P < P_{cr}$, когда $\mathcal{G} > 3/2$, то положительным будет лишь одно решение уравнения (5.16). Критическая мощность P_{cr} определяется здесь сильно нелинейным и сложным уравнением (поскольку $T_b = T_b(P)$ – см. (5.4), (5.6))

$$P_{cr} = \frac{8}{27} \frac{0.24 n^2}{T_b(P_{cr})^{1/2}}. \quad (5.19)$$

Применительно к ВАХ $U(I)$ это означает, что ее форма качественно меняется с ростом СВЧ-мощности P : начиная с критического значения P_{cr} ($P \geq P_{cr}$) вместо одного экстремума функции $U(I)$ появляются три-два максимума и один минимум. Вопрос о срыве тока оказывается куда более неопределенным, чем это имело место при $P=0$. Поэтому не исключено, что придется решать и более сложную, нестационарную задачу, по крайней мере, на временах, включающих моменты срыва разрядного тока. А именно, это и важно выяснить: увеличится или уменьшится вероятность срыва при такой тройственности экстремумов напряжения (равно как и других пороговых параметров).

THE PROBLEM ONSET DISCHARGE: BASIC EQUATIONS, PARAMETERS AND CHARACTERISTICS

V.F. Tuganov

Using the balance equation for the concentration of charged particles and their energy density, we find the conditions necessary for the existence of threshold voltages (parameters). An analytical expression for the volt-ampere characteristics (VAC) in a tokamak plasma and found a significant dependence of the threshold parameters on the ratio of plasma volume and the camera, the lifetime of the plasma and the initial concentration of neutral atoms. Identified two (in terms of power microwave heating) of different modes of the VAC.

ДО ПРОБЛЕМИ ПОЧАТКОВОЇ СТАДІЇ РОЗРЯДУ: ОСНОВНІ РІВНЯННЯ, ПАРАМЕТРИ І ХАРАКТЕРИСТИКИ

В.Ф. Туганов

Використовуючи рівняння балансу для концентрацій заряджених частинок і густин їх енергій, знайдено умови, що необхідні для існування порогових напруг (параметрів). Отримано аналітичний вираз для вольт-амперної характеристики (ВАХ) у плазмі токамака і виявлена суттєва залежність порогових параметрів від співвідношення об'ємів плазми і камери, часу життя плазми та початкової концентрації нейтральних атомів. Виявлено два (за рівнем потужності НВЧ-нагріву) різних режими ВАХ.

Автор благодарит Гладуша Г.Г., Ерохина Н.С. и Зеленого Л.М. за обсуждение проблемы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. T.C. Marshall, et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2008, v.32, p. L03813.
2. M. Stolsenburg. *Geophys. Res. Lett.* 2007, v. 34, p.L04804.
3. А.В. Гуревич, А.Н. Краштин, А.А. Рябов, А.П. Чубенко, А.А. Щепетов // *УФН.* 2009, т.179, №7, с.779.
4. V. Lloyd, P.G. Carolan, C.D. Warrick // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 1996, v.38, p.1627.
5. В.А. Беляков, В.И. Васильев, К.И. Лобанов, Л.П. Макарова, А.Б. Минеев // *VII Международная конференция "Инженерные проблемы термоядерных реакторов"*. С.-Петербург, 28-31 октября 2002, с.178.
6. Ю.Н. Днестровский, Д.Н. Костомаров. Г.В. Перевезев: *Препринт ИАЭ 2980.* М., 1978.
7. T.A. Azizov, A.D. Barkalov, G.G. Gladush, and R.R. Khayrutdinov // *Problems of Atomic Science and Technology. Series «Plasma Physics».* 2005, №2, p.14-16.
8. T.A. Azizov, A.D. Barkalov, G.G. Gladush and R.R. Khayrutdinov // *Proc. of the Int. Conf. and School on Plasma Physics and Controlled Fusion.* Alushta, Ukraine, September 16-21, 2002.
9. T.A. Azizov, A.D. Barkalov, G.G. Gladush, and R.R. Khayrutdinov // *Problems of Atomic Science and Technology. Series «Plasma Physics».* 2003, №1, p.49-51.
10. А.Д. Баркалов, Г.Г. Гладуш, Р.Р. Хайрутдинов. *Теоретические и экспериментальные исследования, выполненные в 2004 г.*: Препринт ГНЦ РФ ТРИНИТИ, отделение физики токамаков-реакторов. 2005, с.103-108.
11. L.D. Landau // *Phys. Zs. Sovjet.* 1936, v.10, p.154. (Л.Д. Ландау // *ЖЭТФ.* 1937, т.7, с.203).

Статья поступила в редакцию 02.06.2010 г.