

КУБИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ДВУХПОТОКОВЫХ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С Н-УБИТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

В.В. Кулиш, А.В. Лысенко¹, М.Ю. Ромбовский¹

Национальный авиационный университет, Киев, Украина;

¹Сумской государственной университет, Сумы, Украина

E-mail: kulish2001@ukr.net; lysenko_@ukr.net

Построена нелинейная кубическая теория электронно-волновых двухпоточковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой. Проведен анализ уровней и механизмов насыщения. Получено, что рассматриваемые приборы имеют существенно меньшие длины насыщения по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ при аналогичных уровнях насыщения. Показана перспективность использования данных систем как высокоэффективных усилителей мощности мм-ИК-диапазонов.

ВСТУПЛЕНИЕ

Впервые теоретическая модель электронно-волновых двухпоточковых лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) была предложена в работе [1]. Было показано, что такие приборы могут быть достаточно перспективными для практики. А именно, на основе этих устройств можно создать мощные усилители мм-ИК-диапазонов с низким уровнем собственных шумов.

Основное отличие электронно-волновых двухпоточковых ЛСЭ от традиционных состоит в том, что в данной системе реализуются два связанных между собой параметрических резонанса. Первый резонанс имеет место между поперечной электромагнитной волной сигнала, поперечным Н-убитронным магнитным полем (или поперечной электромагнитной волной накачки) и продольной волной пространственного заряда (ВПЗ). Второй резонанс происходит между тремя продольными волнами ВПЗ, одна из которых является электронной волной накачки. Причем частота электронной волны накачки намного меньше частоты усиливаемой электромагнитной волны сигнала. Оба резонанса связаны между собой общей рабочей волной ВПЗ. Как показал анализ, такие системы характеризуются достаточно высокими инкрементами нарастания высокочастотного электромагнитного сигнала в мм-ИК-диапазоне волн.

Дальнейшее исследование этих систем было продолжено в [2,3]. В этих работах в рамках квадратичного приближения был проведен анализ инкрементов нарастания волн в электронно-волновом двухпоточковом ЛСЭ для разных типов параметрически-резонансных взаимодействий волн ВПЗ. Найден ряд привлекательных с экспериментальной точки зрения режимов работы прибора. Выяснено, что такие системы также имеют ряд других интересных для практики свойств.

В данной работе представлена нелинейная кубическая теория электронно-волновых ЛСЭ, проведен анализ уровней и механизмов насыщения. Получено, что рассматриваемые приборы имеют уровни насыщения, аналогичные эквивалентным параметрическим ЛСЭ, но при этом длина насыщения является существенно меньшей.

МОДЕЛЬ

Рассматриваем следующую модель электронно-волнового двухпоточкового ЛСЭ. Вдоль оси Z прибора движется релятивистский электронный пучок 1 (Рис.1), который состоит из двух взаимно проникающих электронных потоков, характеризующихся близкими по значению парциальными релятивистскими скоростями $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$. Плазменные частоты парциальных электронных пучков считаем одинаковыми, $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$, пространственный заряд пучка скомпенсирован ионным фоном, в поперечной плоскости пучок принимаем однородным.

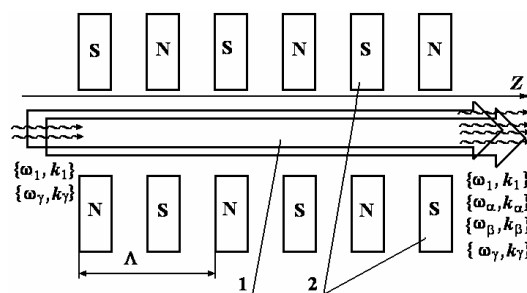


Рис.1. Схема электронно-волнового двухпоточкового ЛСЭ: 1 - двухскоростной релятивистский электронный пучок; 2 - ондулятор

Двухскоростной релятивистский электронный пучок проходит через Н-убитронное магнитное поле, которое создается периодически реверсивной системой магнитов 2 с периодом ондуляции Λ (или волновым числом $k_2 = 2\pi/\Lambda$). Магнитное поле ондулятора 2 в приборе играет роль первой накачки.

Электронный пучок 1, подаваемый на вход в систему, предварительно модулируется так, что в нем создается продольная волна пространственного заряда с частотой ω_γ и волновым числом k_γ . Эта электронная волна играет роль второй (электронно-волновой) накачки. Также на вход в систему подается усиливаемая поперечная электромагнитная волна сигнала с частотой ω_1 и волновым числом k_1 .

В результате параметрически-резонансного взаимодействия поперечной электромагнитной вол-

ны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и поперечного Н-убитронного магнитного поля накачки $\{k_2\}$ в электронном пучке возбуждается продольная волна пространственного заряда с частотой ω_α и волновым числом k_α , которую будем, в соответствии с [1], называть рабочей. Частоты и волновые числа двух поперечных полей и одной продольной волны, которые находятся в волновом параметрическом резонансе (первый резонанс), связаны между собой соотношениями:

$$\omega_\alpha = \omega_1, \quad k_\alpha = k_1 + k_2. \quad (1)$$

Благодаря соответствующему выбору параметров, в исследуемой системе созданы условия для реализации еще одного параметрического резонанса между продольными волнами ВПЗ (второй резонанс). А именно, между волной ВПЗ электронной накачки $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$ и рабочей волной ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, в результате чего возбуждается ВПЗ с частотой ω_β и волновым числом k_β , которую, в соответствии с [1], будем называть холостой. Частоты и волновые числа этих продольных волн ВПЗ удовлетворяют следующим условиям параметрического резонанса:

$$\omega_\alpha = \omega_\beta + \omega_\gamma, \quad k_\alpha = k_\beta + k_\gamma. \quad (2)$$

Как известно, в релятивистском двухскоростном пучке возможно реализовать несколько видов параметрически-резонансных взаимодействий между продольными волнами ВПЗ [4]. Условия второго резонанса выбираем так, чтобы частота ω_α рабочей волны ВПЗ была наибольшей среди частот холостой волны ω_β и волны накачки ω_γ , а частота накачки ω_γ – наименьшей. Также продольные волны, участвующие во втором параметрическом резонансе, выбираем так, чтобы они имели разный знак энергии. В этом случае параметрическое резонансное взаимодействие протекает в форме взрывной неустойчивости [5-7], появляется возможность усиления всех трех волн одновременно за счет перехода части кинетической энергии пучка в энергию волн ВПЗ. Для реализации выше указанных требований рабочую волну $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ выбираем так, чтобы она была быстрой, а волна накачки и холостая волна ВПЗ были медленными. Выбирая в качестве рабочей быструю (а не медленную) волну ВПЗ, мы формируем систему с низким уровнем собственных шумов [1].

В параметрическом резонансе же поперечных волн (электромагнитная волна сигнала $\{\omega_1, k_1\}$, магнитное поле ондулятора $\{k_2\}$, продольная рабочая волна ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$) принимают участие волны, имеющие только положительную энергию. Это означает, что усиление электромагнитной волны сигнала возможно лишь за счет энергии рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, которая усиливается за счет взаимодействия продольных волн ВПЗ. То есть в данном устройстве принципиально необходим процесс, который бы обеспечивал рост рабочей волны ВПЗ. Этот дополнительный механизм обеспечивается параметрическим резонансом продольных волн $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$, $\{\omega_\beta, k_\beta\}$, $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$. Таким образом, в исследуемом приборе реализуется конкуренция меха-

низмов нарастания и затухания рабочей волны ВПЗ: резонанс поперечных волн приводит к затуханию рабочей волны ВПЗ, резонанс продольных волн ВПЗ – к нарастанию. Усиление электромагнитной волны сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ в данной системе возможно только тогда, когда увеличение энергии рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ преобладает над ее уменьшением.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Считаем, что волна электромагнитного сигнала, продольные электронные волны и магнитное поле накачки имеют мультигармоническую природу.

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= E_1 \vec{e}_x = \sum_{m=1}^N [E_{1,m} \exp(im p_1) + c.c.] \vec{e}_x, \\ \vec{B}_1 &= B_1 \vec{e}_y = \sum_{m=1}^N [B_{1,m} \exp(im p_1) + c.c.] \vec{e}_y, \\ \vec{B}_2 &= B_2 \vec{e}_y = \sum_{m=1}^N [B_{2,m} \exp(im p_2) + c.c.] \vec{e}_y, \\ \vec{E}_\chi &= E_\chi \vec{e}_z = \sum_{m=1}^N [E_{\chi,m} \exp(im p_\chi) + c.c.] \vec{e}_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где индекс χ принимает значения α, β, γ ; N – количество гармоник, которое принимается во внимание при решении задачи: m – тут и далее номер соответствующей гармоники; $p_2 = k_2 z$; $p_{\chi 1} = \omega_{\chi 1} t - k_{\chi 1} z$ ($\chi_1 = \alpha, \beta, \gamma, 1$). Таким образом, электрические и магнитные поля в рабочем объеме исследуемого ЛСЭ имеют вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_\alpha + \vec{E}_\beta + \vec{E}_\gamma; \quad \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (4)$$

В качестве исходных используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение [5]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_q \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \frac{v}{\gamma_q^2} \right) \vec{v}_q &= \frac{e}{m_e \gamma_q} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_q \vec{B}] - \frac{\vec{v}_q}{c^2} (\vec{v}_q \vec{E}) \right\} - \\ - \frac{v_T^2}{n_q \gamma_q} \left[\frac{\partial n_q}{\partial \vec{r}} - \frac{\vec{v}_q}{c^2} \left(\vec{v}_q \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) n_q \right], \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение непрерывности и уравнения Максвелла. В этих уравнениях \vec{v}_q – вектор скорости q -й компоненты пучка ($q=1,2$); v – частота столкновений частиц; γ_q – релятивистский фактор парциального q -го пучка; n_q – концентрация частиц q -й компоненты пучка; v_T – среднеквадратичная скорость теплового движения частиц; \vec{r} – радиус-вектор; c – скорость света в вакууме; $e = -|e|$, m_e – заряд и масса электрона соответственно. В данной работе будем считать, что столкновениями частиц между собой и тепловым разбросом электронов можно пренебречь, то есть $v=0$, $v_T=0$.

Для решения задачи движения и нахождения концентрации электронов пучков используем иерархический асимптотический подход к теории колебаний и волн [8]. Для решения задачи о возбуждении электромагнитных полей используем метод медленно меняющихся амплитуд.

В результате проведенных вычислений получаем для амплитуд напряженности электрического поля, волны сигнала, волн пространственного заряда систему дифференциальных уравнений в кубически-нелинейном приближении:

$$\begin{aligned}
C_{1,1,m} dE_{1,m}/dz + D_{1,m}E_{1,m} &= C_{1,3,m}E_{\alpha,m}B_{2,m} + F_{1,m}, \\
C_{\alpha,1,m} dE_{\alpha,m}/dz + D_{\alpha,m}E_{\alpha,m} &= C_{\alpha,3,m}E_{1,m}B_{2,m}^* + \\
+ C_{\alpha,3,m}^{\text{II}}E_{\beta,m}E_{\gamma,m} + C_{\alpha,4,m} \langle E_{\alpha} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} &+ F_{\alpha,m}, \\
C_{\beta,1,m} dE_{\beta,m}/dz + D_{\beta,m}E_{\beta,m} &= \\
= C_{\beta,3,m}^{\text{II}}E_{\alpha,m}E_{\gamma,m}^* + C_{\beta,4,m} \langle E_{\beta} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\beta}} &+ F_{\beta,m}, \\
C_{\gamma,1,m} dE_{\gamma,m}/dz + D_{\gamma,m}E_{\gamma,m} &= \\
= C_{\gamma,3,m}^{\text{II}}E_{\alpha,m}E_{\beta,m}^* + C_{\gamma,4,m} \langle E_{\gamma} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\gamma}} &+ F_{\gamma,m}. \quad (6)
\end{aligned}$$

В этих уравнениях

$$\begin{aligned}
D_{1,m} &= (m^2/c^2) \left[k_1^2 c^2 - \omega_1^2 - \sum_q (\omega_{p,q}^2/m^2 \bar{\gamma}_q) \right], \\
D_{\chi,m} \equiv D(m\omega_{\chi}, mk_{\chi}) &= -i(mk_{\chi}) \cdot \left(1 - \sum_{q=1,2} \frac{\omega_{p,q}^2}{\Omega_{\chi,q}^2 m^2 \bar{\gamma}_q^3} \right), \\
C_{1,1,m} &= \partial D_{1,m} / \partial (-imk_1), \quad C_{\chi,1,m} = \partial D_{\chi,m} / \partial (-imk_{\chi}), \\
C_{1,3,m}^{\text{I}} &= \sum_{q=1,2} \frac{\omega_{p,q}^2 \omega_1 e}{2m^2 \Omega_{\alpha,q} m_e \bar{\gamma}_q^4 k_1 k_2 c^3} \left(\frac{\bar{v}_q \bar{\gamma}_q^2}{c^2} - \frac{k_{\alpha}}{\Omega_{\alpha,q}} \right), \\
C_{\alpha,3,m}^{\text{I}} &= \sum_{q=1,2} \left(\frac{\omega_{p,q}^2 e k_{\alpha}}{m^2 \Omega_{\alpha,q} m_e \bar{\gamma}_q^2 c^2 k_2} \left(\frac{\bar{v}_q}{c} - \frac{k_{\alpha} c}{\omega_{\alpha}} \right) \right), \\
C_{\alpha,3,m}^{\text{II}} &= -k_{\alpha} \sum_{q=1,2} \frac{\omega_{p,q}^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,q} \Omega_{\beta,q} \Omega_{\gamma,q} \bar{\gamma}_q^6 m^2} \times \\
&\times \left(\frac{k_{\alpha}}{\Omega_{\alpha,q}} + \frac{k_{\beta}}{\Omega_{\beta,q}} + \frac{k_{\gamma}}{\Omega_{\gamma,q}} - 3\bar{v}_q \bar{\gamma}_q^2 / c^2 \right), \\
C_{\beta,3,m}^{\text{II}} &= -k_{\beta} C_{\alpha,3,m}^{\text{II}} / k_{\alpha}, \quad C_{\gamma,3,m}^{\text{II}} = -k_{\gamma} C_{\alpha,3,m}^{\text{II}} / k_{\alpha}, \\
C_{\chi,4,m} &= \sum_{q=1,2} \frac{3\omega_{p,q}^2 e k_{\chi}}{im \Omega_{\chi,q}^3 m_e \bar{\gamma}_q^6} \left(\frac{k_{\chi}}{\Omega_{\chi,q}} - \frac{\bar{v}_q \bar{\gamma}_q^2}{c^2} \right), \\
\Omega_{\chi,q} &= \omega_{\chi} - k_{\chi} \bar{v}_q, \quad \bar{\gamma}_q = \frac{1}{\sqrt{1 - (\bar{v}_q/c)^2}}, \quad \omega_{p,q}^2 = \frac{4\pi \bar{n}_q e^2}{m_e}.
\end{aligned}$$

Индекс χ принимает значения α, β, γ .

$$\begin{aligned}
\langle \dots \rangle_{mp_{\chi_2}} &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int_0^{2\pi} \dots \exp(-imp_{\chi_2}) dp_1 dp_2 dp_{\alpha} dp_{\beta} dp_{\gamma}, \\
E_{\chi_2}^{\text{int}} &= \sum_{m=1}^N \left[E_{\chi_2,m} \frac{\exp(im p_{\chi_2})}{im} + c.c. \right], \quad (\chi_2 = \alpha, \beta, \gamma, 1, 2).
\end{aligned}$$

Отметим, что $D_{\chi,m}$ является дисперсионной функцией m -й гармоники волны ВПЗ. В уравнениях (6) $F_{1,m}$, $F_{\chi,m}$ – функции, содержащие кубические нелинейные слагаемые, имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}
F_{1,m} &= -C_{1,2,m} (d^2 E_{1,m} / dz^2) + C_{1,5,m} E_{\alpha,m}^{\text{int}} B_{2,m} + \\
&+ C_{1,6,m} B_{2,m} \langle E_{\alpha} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} + C_{1,7,m} B_{2,m} \langle E_{\alpha}^{\text{int}} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} + \\
&+ C_{8,1,m} \langle E_1 E_1^{\text{int}} E_1^{\text{int}} \rangle_{mp_1} + C_{1,9,m} B_{2,m} E_{\beta,m} E_{\gamma,m} + \\
&+ \left\langle E_1 \sum_{l=1}^N (C_{1,10,m,l} E_{\alpha,l} B_{2,l} e^{ilp_1} + c.c.) \right\rangle_{mp_1} + \\
&+ E_{1,m} \sum_{l=1}^N \left(C_{1,11,m,l} |E_{\alpha,l}|^2 + C_{1,12,m,l} |E_{\beta,l}|^2 + \right. \\
&\left. + C_{1,13,m,l} |E_{\gamma,l}|^2 + C_{1,14,m,l} |B_{2,l}|^2 \right), \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\alpha,m} &= K_{\alpha,m} + C_{\alpha,8,m} E_{\beta,m}^{\text{int}} E_{\gamma,m} + C_{\alpha,9,m} E_{\gamma,m}^{\text{int}} E_{\beta,m} + \\
&+ E_{\beta,m} \left(C_{\alpha,10,m} \langle E_{\gamma}^{\text{int}} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\gamma}} + C_{\alpha,11,m} \langle E_{\gamma} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\gamma}} \right) + \\
&+ E_{\gamma,m} \left(C_{\alpha,12,m} \langle E_{\beta}^{\text{int}} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\beta}} + C_{\alpha,13,m} \langle E_{\beta} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\beta}} \right) + \\
&+ C_{\alpha,14,m} \langle E_{\alpha} E_{\alpha}^{\text{int}} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} + C_{\alpha,15,m} E_{1,m}^{\text{int}} B_{2,m}^* + \\
&+ \left\langle E_{\alpha} \sum_{l=1}^N (C_{\alpha,16,m,l} E_{\beta,l} E_{\gamma,l} e^{ilp_{\alpha}} + c.c.) \right\rangle_{mp_{\alpha}} + \\
&+ E_{\alpha,m} \sum_{l=1}^N \left(C_{\alpha,17,m,l} |E_{1,l}|^2 + C_{\alpha,18,m,l} |E_{\beta,l}|^2 + \right. \\
&\left. + C_{\alpha,19,m,l} |E_{\gamma,l}|^2 + C_{\alpha,20,m,l} |B_{2,l}|^2 \right) + \\
&+ \left\langle E_{\alpha} \sum_{l=1}^N (C_{\alpha,21,m,l} E_{1,l} B_{2,l}^* e^{ilp_{\alpha}} + c.c.) \right\rangle_{mp_{\alpha}}, \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\beta,m} &= K_{\beta,m} + C_{\beta,8,m} E_{\alpha,m}^{\text{int}} E_{\gamma,m}^* + C_{\beta,9,m} E_{\gamma,m}^{\text{int}} E_{\alpha,m} + \\
&+ E_{\alpha,m} \left(C_{\beta,10,m} \langle E_{\gamma}^{\text{int}} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{-mp_{\gamma}} + C_{\beta,11,m} \langle E_{\gamma} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{-mp_{\gamma}} \right) + \\
&+ E_{\gamma,m}^* \left(C_{\beta,12,m} \langle E_{\alpha}^{\text{int}} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} + C_{\beta,13,m} \langle E_{\alpha} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} \right) + \\
&+ C_{\beta,14,m} \langle E_{\beta} E_{\beta}^{\text{int}} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\beta}} + C_{\beta,15,m} E_{\gamma,m}^* E_{1,m} B_{2,m}^* + \\
&+ \left\langle E_{\beta} \sum_{l=1}^N (C_{\beta,16,m,l} E_{\alpha,l} E_{\gamma,l}^* e^{ilp_{\beta}} + c.c.) \right\rangle_{mp_{\beta}} + \\
&+ E_{\beta,m} \sum_{l=1}^N \left(C_{\beta,17,m,l} |E_{1,l}|^2 + C_{\beta,18,m,l} |E_{\alpha,l}|^2 + \right. \\
&\left. + C_{\beta,19,m,l} |E_{\gamma,l}|^2 + C_{\beta,20,m,l} |B_{2,l}|^2 \right), \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{\gamma,m} &= K_{\gamma,m} + C_{\gamma,8,m} E_{\alpha,m}^{\text{int}} E_{\beta,m}^* + C_{\gamma,9,m} E_{\beta,m}^{\text{int}} E_{\alpha,m} + \\
&+ E_{\alpha,m} \left(C_{\gamma,10,m} \langle E_{\beta}^{\text{int}} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{-mp_{\beta}} + C_{\gamma,11,m} \langle E_{\beta} E_{\beta}^{\text{int}} \rangle_{-mp_{\beta}} \right) + \\
&+ E_{\beta,m}^* \left(C_{\gamma,12,m} \langle E_{\alpha}^{\text{int}} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} + C_{\gamma,13,m} \langle E_{\alpha} E_{\alpha}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\alpha}} \right) + \\
&+ C_{\gamma,14,m} \langle E_{\gamma} E_{\gamma}^{\text{int}} E_{\gamma}^{\text{int}} \rangle_{mp_{\gamma}} + C_{\gamma,15,m} E_{\beta,m}^* E_{1,m} B_{2,m}^* +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\langle E_\gamma \sum_{l=1}^N \left(C_{\gamma,16,m,l} E_{\alpha,l} E_{\beta,l}^* e^{ip_\gamma} + c.c \right) \right\rangle_{mp_\gamma} + \\
& + E_{\gamma,m} \sum_{l=1}^N \left(C_{\gamma,17,m,l} |E_{1,l}|^2 + C_{\gamma,18,m,l} |E_{\alpha,l}|^2 + \right. \\
& \left. + C_{\gamma,18,m,l} |E_{\beta,l}|^2 + C_{\gamma,19,m,l} |B_{2,l}|^2 \right), \quad (10)
\end{aligned}$$

В соотношениях (7)-(10) использованы обозначения:

$$\begin{aligned}
K_{\chi,m} &= -C_{\chi,2,m} (d^2 E_{\chi,m} / dz^2) + C_{\chi,5,m} \langle E_\chi E_\chi^{\text{int}} \rangle_{mp_\chi} + \\
& + C_{\chi,6,m} \langle E_\chi E_\chi^{\text{int}} \rangle_{mp_\chi} + C_{\chi,7,m} \langle E_\chi^{\text{int}} E_\chi^{\text{int}} \rangle_{mp_\chi}; \\
E'_{\chi_1} &= \sum_{m=1}^N \left[\frac{dE_{\chi_1,m}}{dz} \exp(im p_{\chi_1}) + c.c. \right], \quad (\chi_1 = \alpha, \beta, \gamma, 1).
\end{aligned}$$

Коэффициенты C зависят от волновых чисел, частот, постоянных составляющих скоростей \bar{v}_q и концентраций \bar{n}_q пучков. Систему (6) дополним уравнениями для постоянных составляющих:

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{v}_q}{dz} &= V_{1,q} \langle E'_1 E_1 \rangle_0 + \sum_{l=1}^N (V_{2,q,l} E_{\alpha,l} E_{\beta,l}^* E_{\gamma,l}^* + c.c) + \\
& + \sum_{l=1}^N (V_{3,q,l} E_{\alpha,l} E_{1,l}^* B_{2,l} + c.c) + \sum_{\chi}^{\alpha,\beta,\gamma} (V_{4,q,\chi} \langle E'_\chi E_\chi \rangle_0 + \\
& + V_{5,q,\chi} \langle E_\chi E_\chi^{\text{int}} E_\chi^{\text{int}} \rangle_0 + V_{6,q,\chi} \langle E_\chi E_\chi E_\chi^{\text{int}} \rangle_0), \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{n}_q}{dz} &= N_{1,q} \langle E'_1 E_1 \rangle_0 + \sum_{l=1}^N (N_{2,q,l} E_{\alpha,l} E_{\beta,l}^* E_{\gamma,l}^* + c.c) + \\
& + \sum_{l=1}^N (N_{3,q,l} E_{\alpha,l} E_{1,l}^* B_{2,l} + c.c) + \sum_{\chi}^{\alpha,\beta,\gamma} (N_{4,q,\chi} \langle E'_\chi E_\chi \rangle_0 + \\
& + N_{5,q,\chi} \langle E_\chi E_\chi^{\text{int}} E_\chi^{\text{int}} \rangle_0 + N_{6,q,\chi} \langle E_\chi E_\chi E_\chi^{\text{int}} \rangle_0). \quad (12)
\end{aligned}$$

Коэффициенты V и N зависят от волновых чисел, частот, постоянных составляющих скоростей и концентраций парциальных пучков.

Полученную систему кубически-нелинейных уравнений (6)-(12) анализируем численно. Эта система уравнений описывает нелинейные процессы в электронно-волновом двухпотоковом ЛСЭ, позволяя определить параметры исследуемого устройства.

АНАЛИЗ

Рассматриваем систему, параметры которой представлены в таблице. Свойства системы подбираем таким образом, чтобы, с одной стороны, длина усиливаемой электромагнитной волны сигнала принадлежала субмиллиметровому диапазону длин волн, а с другой стороны, частота электронной волны накачки ω_γ была бы достаточно невысокой (в десять и более раз меньше частоты сигнала). Как показывают расчеты [2-4], частота электронной волны накачки определяется параметрами системы:

$$\omega_\gamma = 3\omega_p / (2\delta\gamma_0^{3/2}), \quad (13)$$

где $\delta = (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) / (\bar{v}_1 + \bar{v}_2)$, $\gamma_0 = (\bar{\gamma}_1 + \bar{\gamma}_2) / 2$.

Параметр	Значение
Длина волны сигнала, мм	0,08
Период ондуляции Λ , мм	5
Индукция магнитного поля накачки $B_{2,1}$, Гс	200
Парциальная ленгмюровская частота пучка ω_p , c^{-1}	$3 \cdot 10^{10}$
Среднее значение релятивистского фактора γ_0	6
Разность релятивистских факторов двух электронных пучков $\Delta\gamma$	0,7

Полагаем, что в исследуемой системе имеет место рамановский режим взаимодействия. Однако, в системах, которые характеризуются высокими инкрементами нарастания, возможны и иные механизмы взаимодействия, например, квазикомптоновский режим взаимодействия [5] или режим, при котором происходит хаотизация движения частиц и развивается стохастическая неустойчивость [9, 10]. Так как исследуемый в данной работе электронно-волновой ЛСЭ имеет высокие инкременты нарастания, то рассмотрим этот вопрос более детально.

Как известно, квазикомптоновский режим взаимодействия, равно как и стохастическая неустойчивость, реализуется, когда имеет место перекрытие нелинейных резонансов [5, 9, 10]. В этом случае ширина резонанса, которая определяется инкрементом нарастания волны Γ , превышает спектральное расстояние между соседними волнами $\Delta k = |k_{i+1} - k_i|$, то есть $S = \Gamma / \Delta k \geq 1$. Проведем оценку константы связи S для исследуемой системы. Инкремент нарастания первых гармоник волн на начальном этапе взаимодействия волн в электронно-волновом ЛСЭ определим из системы (6), в которой слагаемые, связанные с кубической нелинейностью, считаем малыми (пренебрегаем $F_{\chi_1,m}$):

$$\Gamma' = \sqrt{\frac{C_{\alpha,3,1}'' C_{\beta,3,1}''}{C_{\alpha,1,1} C_{\beta,1,1}} |E_{\gamma,1}|^2 + \frac{C_{\alpha,3,1}' C_{1,3,1}'}{C_{1,1,1} C_{\alpha,1,1}} |B_{2,1}|^2}. \quad (14)$$

Подставив численные значения в (14), определим, что величина Γ' имеет значение $\sim 0,02 \tilde{\omega}^{-1}$. Как уже говорилось выше, в исследуемой системе имеет место эффект взрывной неустойчивости. Это значит, что при развитии взаимодействия волн инкремент нарастания будет увеличиваться. Оценки, полученные из анализа динамики волн (см., например, Рис.2 и 3) показывают, что вследствие взрывной неустойчивости инкремент нарастания в электронно-волновом ЛСЭ увеличивается приблизительно в 3 раза. Поэтому максимальный инкремент нарастания имеет следующее значение: $\Gamma \sim 3 \cdot \Gamma' = 0,06 \tilde{\omega}^{-1}$.

Определим спектральное расстояние Δk между волнами в исследуемой системе. Как известно, волновые числа и частоты волн определяются дисперсионными уравнениями $D = 0$. Когда частота волны превышает критическую, волновые числа продоль-

ных волн можно записать в виде (см., например, [4]):

$$k_\chi \approx \frac{\omega_\chi}{v_0(1 + \sigma_\chi \delta)} + r_\chi \frac{\omega_p}{v_0 \gamma_0^{3/2}}, \quad (15)$$

где $v_0 = (\bar{v}_1 + \bar{v}_2)/2$; $\sigma_\chi, r_\chi = \pm 1$ – знаковые функции. Из анализа (15) следует, что спектральное расстояние между ближайшими продольными волнами определяется соотношением:

$$\Delta k \approx \frac{2\omega_p}{v_0 \gamma_0^{3/2}}. \quad (16)$$

Поперечные волны характеризуются большим спектральным расстоянием, чем в (16). Подставив числовые значения в (16), получим, что $\Delta k \approx 0,14 \text{ н}^{-1}$.

Таким образом, константа связи в рассматриваемом в данной работе электронно-волновом ЛСЭ меньше единицы ($S = \Gamma / \Delta k \approx 0,44 < 1$). Это значит, что в изучаемом устройстве взаимодействие между волнами имеет рамановский характер. Тем не менее, как следует из выше приведенных оценок, константа связи не намного меньше единицы, и поэтому в электронно-волновых ЛСЭ при других параметрах системы возможна реализация квазикомптоновского режима взаимодействия и эффекта стохастической неустойчивости.

Далее проведем анализ нелинейной динамики волновых процессов в электронно-волновом лазере на свободных электронах, которые описываются системой нелинейных уравнений (6)-(12), с использованием стандартных численных методов.

На Рис. 2 показана зависимость нормированной амплитуды 1-й гармоники электромагнитной волны сигнала $E_{1,1}$ от нормированной длины $T = z/L$ ($L = 300 \text{ см}$) в электронно-волновом ЛСЭ (кривая 1) в сравнении с аналогичной зависимостью для эквивалентного традиционного параметрического ЛСЭ (кривая 2). В эквивалентном параметрическом ЛСЭ используется однопоточковый электронный пучок с такой же силой тока, как и в случае двухпоточкового пучка, который используется в электронно-волновом ЛСЭ. Параметры магнитного поля накачки, электромагнитной волны сигнала как для электронно-волнового ЛСЭ, так и для эквивалентного параметрического ЛСЭ выбираем одинаковыми.

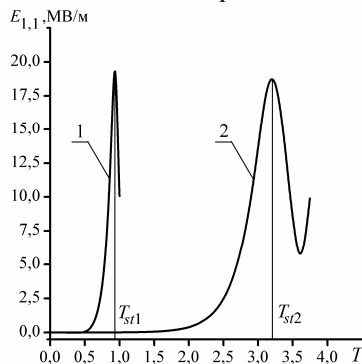


Рис.2. Зависимость амплитуды первой гармоники электромагнитной волны сигнала $E_{1,1}$ от нормированной длины системы T . Кривая 1 построена для электронно-волнового ЛСЭ; кривая 2 – для эквивалентного Н-убитронного ЛСЭ

Как видим, уровни насыщения электромагнитной волны сигнала и в электронно-волновом ЛСЭ, и в эквивалентном параметрическом ЛСЭ являются приблизительно одинаковыми. Однако длина насыщения электронно-волнового ЛСЭ T_{s1} является гораздо меньшей, чем в случае эквивалентного параметрического ЛСЭ T_{s2} (см. Рис.2). Таким образом, электронно-волновые ЛСЭ обладают более высокими инкрементами нарастания по сравнению с эквивалентными электронно-волновыми ЛСЭ.

На Рис.3 показана динамика продольных волн ВПЗ, между которыми осуществляется параметрически-резонансное взаимодействие (второй резонанс). Здесь представлены зависимости первых гармоник рабочей волны ВПЗ $E_{\alpha,1}$ (кривая 1), холостой волны ВПЗ $E_{\beta,1}$ (кривая 2) и электронной волны накачки $E_{\gamma,1}$ (кривая 3) от нормированной длины системы T . Видим, благодаря тому, что в параметрическом резонансе продольных волн принимают участие волны ВПЗ с разным знаком энергии, амплитуды всех взаимодействующих волн ВПЗ, включая волну электронной накачки, нарастают. Поэтому, используя достаточно мощную низкочастотную электронно-волновую накачку $\{\omega_\gamma, k_\gamma\}$ (кривая 3), удается создать мощную рабочую волну ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ (кривая 1), через которую передается энергия двухскоростного электронного пучка высокочастотной электромагнитной волне сигнала $\{\omega_1, k_1\}$. При этом уровень амплитуды рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ оказывается меньше уровня амплитуд холостой волны и волны накачки. Это связано с тем, что динамика рабочей волны ВПЗ $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$ определяется двумя конкурирующими механизмами: резонанс продольных волн ВПЗ приводит к ее нарастанию, а резонанс поперечных волн – к затуханию.

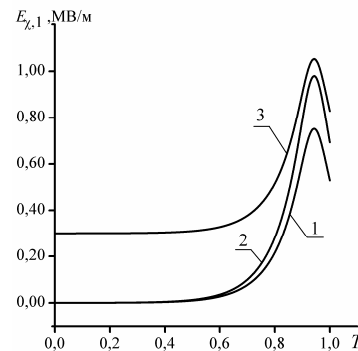


Рис.3. Зависимость амплитуд первых гармоник рабочей волны ВПЗ $E_{\alpha,1}$ (кривая 1), холостой волны ВПЗ $E_{\beta,1}$ (кривая 2) и электронной волны накачки $E_{\gamma,1}$ (кривая 3) от нормированной длины системы T электронно-волнового ЛСЭ ($\chi = \alpha, \beta, \gamma$)

Как показывает анализ, выполненный с помощью системы уравнений (6), постоянные составляющие парциальных скоростей релятивистского электронного пучка из-за взаимодействия волн в электронно-волновом ЛСЭ уменьшаются. С одной стороны, благодаря этому имеет место рост амплитуд всех взаимодействующих волн, то есть идет перекачка энергии релятивистского электронного пучка

ка в энергию электромагнитной волны сигнала. С другой стороны, уменьшение постоянных составляющих скоростей парциальных пучков приводит к нарушению условий параметрического резонанса (1), (2). Дело в том, что волновые числа, которые входят в условия параметрического резонанса (1), (2), находятся как решения соответствующих дисперсионных уравнений, которые зависят от частот волн и скоростей парциальных пучков. В случае изменения скоростей пучков, естественно, меняются и соответствующие волновые числа, то есть резонансные условия (1), (2) нарушаются. Такой тип насыщения называют нелинейным сдвигом частоты [5-7]. Причем чувствительность к нелинейному сдвигу частоты оказывается более высокой для волн ВПЗ, которые участвуют во втором параметрическом резонансе (волны α , β , γ).

Отметим, уравнения (6)-(12) описывают поведение также и высших гармоник взаимодействующих волн. Численный анализ динамики высших гармоник показывает, что их амплитуды в 100 и более раз меньше основной гармоники. То есть высшие гармоники слабо влияют на динамику основных гармоник, и это является особенностью исследуемой системы. Таким образом, в изучаемом электронно-волновом ЛСЭ формируются волны, имеющие достаточно высокий уровень монохроматичности.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе построена кубически-нелинейная теория электронно-волновых двухпоточковых лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой. Проведен сравнительный анализ исследуемого устройства с эквивалентными параметрическими ЛСЭ. Получено, что электронно-волновые двухпоточковые ЛСЭ имеют существенно меньшие длины насыщения по сравнению с эквивалентными параметрическими ЛСЭ при практически одинаковых уровнях насыщения. Выяснено, что насыщение в исследуемых электронно-волновых двухпоточковых ЛСЭ определяется нелинейным сдвигом частоты. Показана перспективность использования данных систем как высокоэффективных усилителей мощности мм-ИК-диапазонов с достаточно высоким уровнем монохроматичности.

THE NONLINEAR CUBIC THEORY OF THE ELECTRON-WAVE TWO-STREAM FREE ELECTRON LASERS WITH H-UBITRON PUMPING

V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Yu. Rombovsky

The nonlinear cubic theory of the electron-wave two-stream FEL with H-ubitron pumping has been created. The analysis of saturation levels and saturation mechanisms has been made. The considered devices have the saturation levels similar compared with the equivalent parametrical FEL but at essentially smaller lengths of saturation. Perspectives of using of the given system as highly effective capacity amplifiers of mm-IR range has been proved.

КУБИЧНО-НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРОННО-ХВИЛЬОВИХ ДВОПОТОКОВИХ ЛАЗЕРІВ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З Н-УБІТРОННОЮ НАКАЧКОЮ

В.В. Куліш, О.В. Лисенко, М.Ю. Ромбовський

Побудовано нелінійну кубічну теорію електронно-хвильових двопотокових лазерів на вільних електронах з Н-убітронною накачкою. Проведено аналіз рівнів та механізмів насичення. Отримано, що розглянуті прилади мають істотно менші довжини насичення у порівнянні з еквівалентними параметричними ЛВЕ при аналогічних рівнях насичення. Показано перспективність використання таких систем у якості високоєфективних підсилювачів потужності мм-ІЧ-діапазонів.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Кулиш. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах // *Український фізичний журнал*. 1991, т.36, №5, с.686-693.
2. В.В. Куліш, О.В. Лисенко, М.Ю. Ромбовський. До теорії електронно-хвильових супергетеродинних лазерів на вільних електронах з Н-убітронною накачкою // *Вісник Сумського державного університету. Серія «Фізика, математика, механіка»*. 2004, в.8(67), с.128-138.
3. В.В. Куліш, О.В. Лисенко, М.Ю. Ромбовський. Теорія електронно-хвильових двопотокових лазерів на вільних електронах з Н-убітронною накачкою // *Вісник Сумського державного університету. Серія «Фізика, математика, механіка»*. 2005, в.4(76), с.58-70.
4. В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, М.Ю. Ромбовский. Параметрический резонанс пучковых волн в двухскоростном электронном пучке // *Прикладная физика*. 2009, в.1, с.71-78.
5. V.V. Kulish. *Hierarchical methods. V.II. Undulative electrodynamic systems*. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
6. М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. *Плазменная релятивистская СВЧ-электроника*. М.: «МГТУ им. Баумана», 2002.
7. Х. Вильгельмссон, Я. Вейланд. *Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме*. М.: «Энергоиздат», 1981.
8. V.V. Kulish. *Hierarchical methods: Vol. I. Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics*. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
9. Г.М. Заславский, Б.В. Чириков. Стохастическая неустойчивость нелинейных колебаний // *УФН*. 1971, т.105, в.1, с.3-39.
10. В.А. Буц, В.В. Огнивенко. Стохастическая неустойчивость движения частиц в лазерах на свободных электронах // *Письма в ЖЭТФ*. 1983, т.38, №9, с.434-436.

Статья поступила в редакцию 19.02.2010 г