УДК 004.94:658.01

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Тимченко А.А., Бойко В.В., Скоробрещук В.В.
Черкаський державний технологічний університет,
18006, Черкаси, бул. Шевченка, 460
tymchenko@uch.net

В статті поданий до розгляду порівняльний аналіз методів розв'язання задач ідентифікації. Були розглянуті три підходи: детермінований підхід в основі якого лежить метод обраних точок, статистичний підхід, що включає в себе метод найменших квадратів, а також – індуктивний підхід – метод групового врахування аргументів. Був проведений ряд експериментів в основі якого лежить структурна оптимізація моделі. В процесі аналізу отриманих моделей була знайдена модель оптимальної складності. Розглянута системна технологічна схема може успішно застосовуватися для розв'язання складних аналітичних задач.

In the article a comparative analysis of the methods of identification tasks solution is made. Three approaches are considered determinate approach based on the method of selected points; statistical approach which includes least-squares method; and inductive approach - Group Method of Data Handling. A number of experiments based on model structural optimization are carried out. In the process of the analysis of obtained models the method of optimal complexity is found. The examined system flow diagram can be successfully for intricate analytical problems solution.

В статье предоставленный к просмотру сравнительный анализ методов решения задач идентификации. Были рассмотрены три подхода: детерминированный подход в основе которого лежит методы избранных точек, статистический подход, что включает в себя метод наименьших квадратов, а также – индуктивный поход – метод группового учета аргументов. Был проведен ряд экспериментов, в основе которого лежит структурная оптимизация модели. В процессе анализа полученных моделей была найдена модель оптимальной сложности. Рассмотренная системная технологическая схема может успешно использоваться для решения сложных аналитических задач.

Вступ

В основі побудови моделей сучасних об'єктів автоматизації частіше всього лежить використання поняття «*функція*» (в самому широкому розумінні цього слова). Це базується на визначенні функції як *закону,* по якому ставиться до відповідності значенню аргументу значення функції. Застосовують такі методи та алгоритми, які складають основу інформаційної технології побудови моделей (пошуку законів функціонування в самому широкому розумінні цього слова): метод обраних точок, метод регресійного аналізу (найменших квадратів), алгоритм безперервного визначення статичної характеристики об'єкту управління (фільтра Габора), метод екстраполяції (прогнозування), метод групового врахування аргументів (МГВА) для побудови складних моделей та систем та інші [1, 2, 3]. Автор методу групового врахування аргументів А.Г. Івахненко пише: «Здійснюється цілеспрямований перебір багатьох моделей-претендентів різної складності по ряду критеріїв. В результаті знаходиться модель оптимальної структури у вигляді одного рівняння або системи рівнянь. Мінімум критерію селекції визначає модель оптимальної структури» [4, 5].

Метою дослідження є визначення об’єкта керування, що знаходиться під впливом декількох вхідних величин.

Відповідно до загальносистемних підходів можна виділити дві схеми діяльності [8].

Інженерний підхід

*<замовлення>→<існуючий стан>→<визначення потреби>→<виробка концепції>→ →<аналіз концепції>→<перевірка коректності концепції>→<**виробництво**>→<перевірка споживачем>→<споживання>*

Науковий підхід

*<інформація>→<існуючі знання>→<наукова зацікавленість>→<гіпотези>→ →<логічний аналіз гіпотез>→<перевірка коректності гіпотез>→<**доведення**>→ →<перевірка дієвістю>→<наукова громадськість>*

1. Методика наукових досліджень

Детермінований підхід – метод обраних точок [4]**.** Одним з найпростіших методів визначення формального виразу. Наприклад, статичних характеристик системи є метод обраних точок. Даному методу відповідають поліном Лагранжа чи Ньютона. Статичну характеристику системи можна задати в вигляді кривої будь-якого порядку, наприклад 2-го

$$\Phi = a_0 + a_1\lambda + a_2\mu + a_3\lambda^2 + a_4\mu^2 + a_5\lambda\mu \, , \qquad (1)$$

але якщо спроба виявиться невдалою то порядок рівняння потрібно підвищити. Вводячи нові змінні:

$$x_1 = \mu, \;\; x_2 = \lambda, \;\; x_3 = \mu^2, \;\; x_4 = \lambda^2, \;\; x_5 = \mu\lambda, \qquad (2)$$

отримаємо рівняння статичної характеристики в лінійному вигляді

$$\Phi = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \qquad (3)$$

Алгоритм розв’язку задачі ідентифікації за допомогою методу обраних точок зображено на рис. 1.

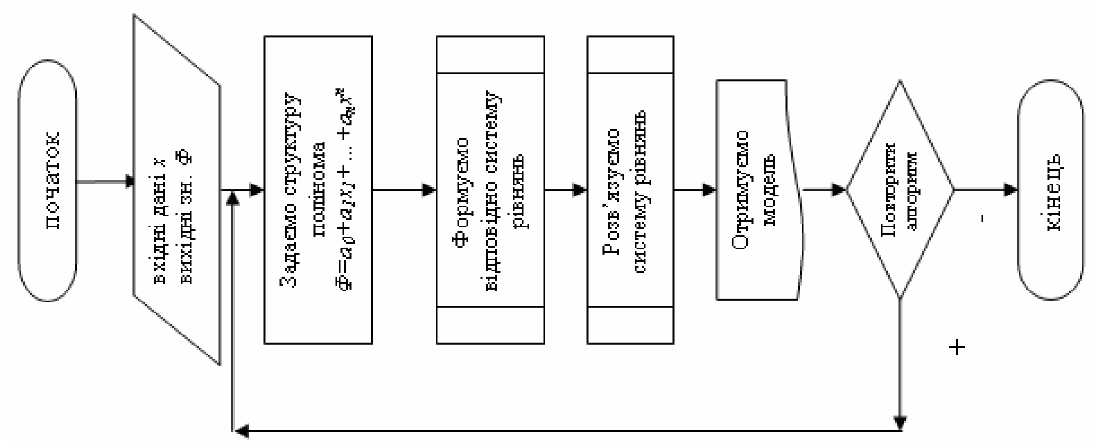


Рис. 1. Блок-схема алгоритму методу обраних точок

Підставляючи значення до даного рівняння, отримаємо систему рівнянь (4)

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}\right\}, \tag{4}$$

або в матричній формі: $A\vec{x} = \vec{b}$,

де $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}$ – матриця коефіцієнтів системи; $\vec{b} = [b_1, b_2, \ldots b_n]$ – вектор вільних членів; $\vec{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$ – вектор невідомих.

Чисельне розв'язування СЛАР за *методом Гауса* побудовано на зведенні матриці коефіцієнтів системи A до трикутного вигляду, що досягається послідовним вилученням невідомих із рівнянь системи. Розглянемо схему єдиного ділення. Спочатку за допомогою першого рівняння вилучається невідома x_1 з усіх наступних рівнянь. Для чого перше рівняння ділиться на головний елемент a_{11} (при умові – $a_{11} \neq 0$), а потім з останніх рівнянь системи віднімається це рівняння, помножене на відповідний коефіцієнт при x_1 – a_{i1}. Отримується проміжна матриця $A^{(1)}$. Потім за допомогою другого рівняння вилучається невідома x_2, отримується проміжна матриця $A^{(2)}$, і так далі, доки в останньому рівнянні не залишиться лише одна невідома x_n. Таким чином отримується еквівалентна система:

$$\left.\begin{array}{r} x_1 + c_{12}x_2 + \ldots + c_{1n}x_n = d_1, \\ x_2 + \ldots + c_{2n}x_n = d_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = d_n \end{array}\right\}, \tag{5}$$

розв'язавши яку отримаємо значення змінних, котрі і будуть характеризувати модель.

2. Статистичний підхід (метод найменших квадратів). Ident

Метод найменших квадратів дозволяє визначати параметри моделей статичних і динамічних систем, виходячи з критерію мінімуму середньоквадратичної похибки.

Статична система задається системою функцій багатьох змінних, що подаються у вигляді степеневих розкладень до 9-го степеня включно:

$$f_i(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_l), \quad i = 1, \ldots, n. \tag{6}$$

Статистичну характеристику системи з одним збурюючим впливом і одним регулюючим впливом можна представити у вигляді кривої другого порядку:

$$\Phi = a_0 + a_1\lambda + a_2\mu + a_3\lambda^2 + a_4\mu^2 + a_5\lambda\mu . \qquad (7)$$

Якщо сума квадратів відхилень експериментальних значень від розрахованих буде більша деякого наперед заданого числа, то порядок рівняння необхідно підвищити. Задача визначення коефіцієнтів рівняння є задачею параметричної оптимізації. Якщо необхідно визначити вигляд рівняння, то така ідентифікація є структурною. Визначення коефіцієнтів рівняння відбувається методом найменших квадратів, тобто шляхом мінімізації функції:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{l} (\Phi_i^{теор} - \Phi_i^{експ})^2 , \qquad (8)$$

де $\Phi_i^{теор}$ – розраховані значення функції $\hat{O}$,

$\Phi_i^{експ}$ – експериментальні (апріорні) значення, i=$\overline{i,l}$.

Програма «IDENT» [6, 7], що входить до ПМК «FACTOR+», знаходить найкраще середньоквадратичне наближення функції декількох змінних поліномами заданого виду. Завдання найменших квадратів, яке ми тут розглядаємо, в різних наукових дисциплінах називається по-різному. Наприклад, математики можуть підійти до неї як до завдання відшукання для заданої точки функціонального простору найближчої точки в заданому підпросторі. Статистики вводять в свою постановку завдання імовірнісні розподіли і використовують для опису цієї області терміни типу регресійний аналіз. Інженери приходять до цього завдання, займаючись такими предметами, як оцінювання параметрів або фільтрація.

Головне полягає в наступному: коли ці завдання (сформульовані в будь-якому із названих контекстів) досягають стадії конкретних розрахунків, вони містять в собі одну і ту ж центральну проблему, а саме послідовність лінійних завдань найменших квадратів.

Головне полягає в наступному: коли ці завдання (сформульовані в будь-якому іе названих контекстів) досягають стадії конкретних розрахунків, вони містять в собі одну і ту ж центральну проблему, а саме послідовність лінійних завдань найменших квадратів.

Це основне лінійне завдання найменших квадратів можна сформулювати таким чином: хай дані дійсні mxn-матриця A рангу k < min (m, n) і дійсний *m*-вектор b. Знайти дійсний n-вектор x_0, що мінімізує евклідову довжину вектора Ax-b.

Розглянемо як важливий приклад випадок, коли лінійне завдання найменших квадратів походить з нелінійної і вектор рішення *0 повинен використовуватися як поправка, що додається до поточного номінального рішення нелінійної задачі. Лінеаризоване завдання буде корисним наближенням до нелінійної лише в деякій обмеженій околиці. Якщо є різні вектори, достатньо мала нев'язність, що дає, в лінійному завданні, то можна віддати перевагу тому, що має найменшу довжину. Це збільшує вірогідність залишитися в околиці, де розумне лінійне наближення.

Індуктивний підхід (МГВА)

Метод групового врахування аргументів, МГВА (Group Method of Data Handling, GMDH) [5] – метод породження і вибору регресійних моделей оптимальної складності, блок-схема якого наведена на рис. 2.

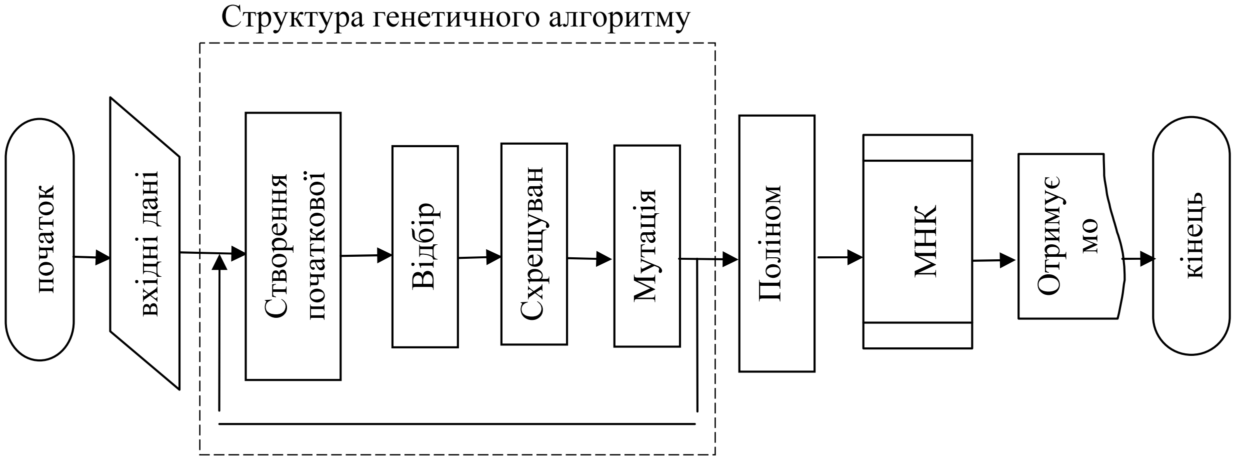


Рис. 2. Блок-схема алгоритму МГВА

Під складністю моделі в МГВА розуміється число параметрів. Для породження використовується базова модель, підмножина елементів якої повинна входити в шукану модель. Для вибору моделей використовуються зовнішні критерії, спеціальні функціонали якості моделей, обчислені на тестовій вибірці.

МГВА рекомендується до використання у тому випадку, коли вибірка містить декілька елементів. Тоді при побудові регресійних моделей використовувати статистичні гіпотези про щільність розподілу, наприклад, гіпотезу про розподіл Гауса, неможливо. Тому використовується індуктивний підхід, згідно якому послідовно породжуються моделі зростаючої складності до тих пір, поки не буде знайдений мінімум деякого критерію якості моделі. Цей критерій якості називається зовнішній критерій, оскільки при налаштуванні моделей і при оцінці якості моделей використовуються різні дані. Досягнення глобального мінімуму зовнішнього критерію при породженні моделей означає, що модель, яка досягла такого мінімуму, є шуканою.

4. Програмна експериментальна верифікація даних

Дослідження задачі оптимізації проведено за допомогою програми «IDENT». Розглянемо роботу програми в двовимірному просторі, тобто в декартовій системі координат. В таблиці 1 наведено дані для проведення експериментів з функцією від одної змінної.

Таблиця 1

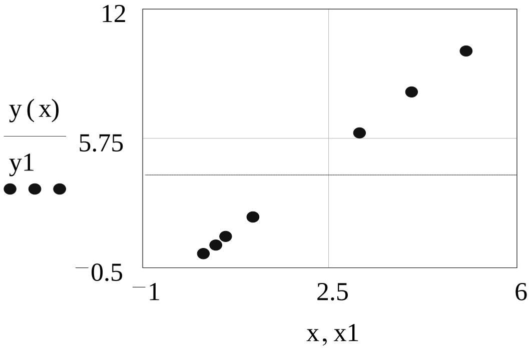
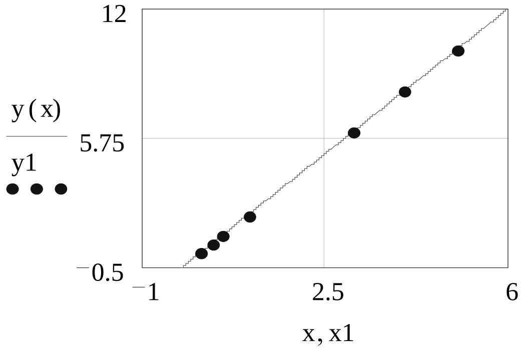
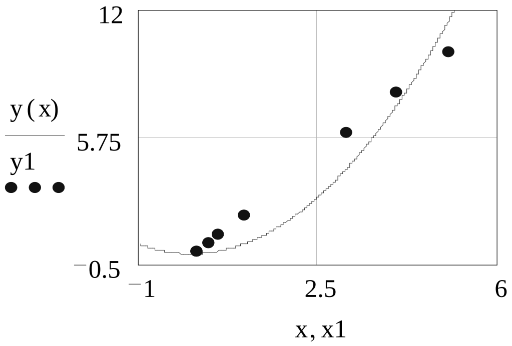
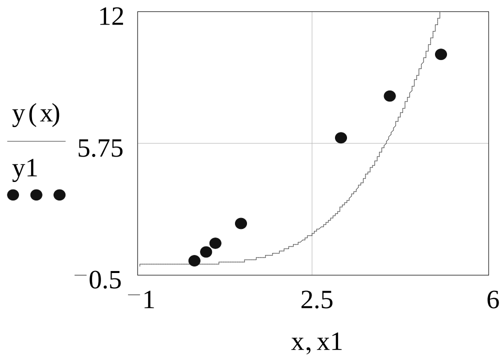
Вхідна вибірка даних

x	0,1	0,3	0,5	1	3	4	5
y	0,2	0,6	1	2	6	8	10

В табл.2 показано результати роботи програми для чотирьох варіантів структур полінома, що послідовно ускладнюються.

Таблиця 2

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному (функція одної змінної)

Експеримент 1. $y = C_0$	Експеримент 2. $y = C_0 x$
Коефіцієнти полінома: c(0)=3.971429 Помилка: **error=3.7** Значення полінома в точках: ff(0)=3.971429 ff(1)=3.971429 ff(2)=3.971429 ff(3)=3.971429 ff(4)=3.971429 ff(5)=3.971429 ff(6)=3.971429 Отриманий поліном: $y = 3.971429$ 	Коефіцієнти полінома: c(0)=2.000000 Помилка: **error=0** Значення полінома в точках: ff(0)=0.200000 ff(1)=0.600000 ff(2)=1.000000 ff(3)=2.000000 ff(4)=6.000000 ff(5)=8.000000 ff(6)=10.000000 Отриманий поліном: $y = 2 \cdot x$ 
Експеримент 3. $y = C_0 x^2$	Експеримент 4. $y = C_0 x^3$
Коефіцієнти полінома: c(0)=0.450960 Помилка: **error=1.2** Значення полінома в точках: ff(0)=0.004510 ff(1)=0.040586 ff(2)=0.112740 ff(3)=0.450960 ff(4)=4.058637 ff(5)=7.215354 ff(6)=11.273991 Отриманий поліном: $y = 0.450960 \cdot x^2$	Коефіцієнти полінома: c(0)=0.094183 Помилка: **error=1.9** Значення полінома в точках: ff(0)=0.000094 ff(1)=0.002543 ff(2)=0.011773 ff(3)=0.094183 ff(4)=2.542945 ff(5)=6.027722 ff(6)=11.772895 Отриманий поліном: $y = 0.094183 \cdot x^3$
	

В таблиці 3 наведено дані для проведення експериментів з функцією від двох змінних.

Таблиця 3

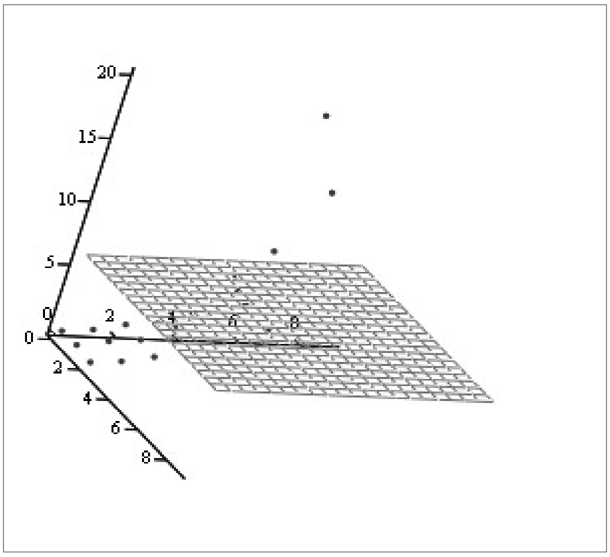
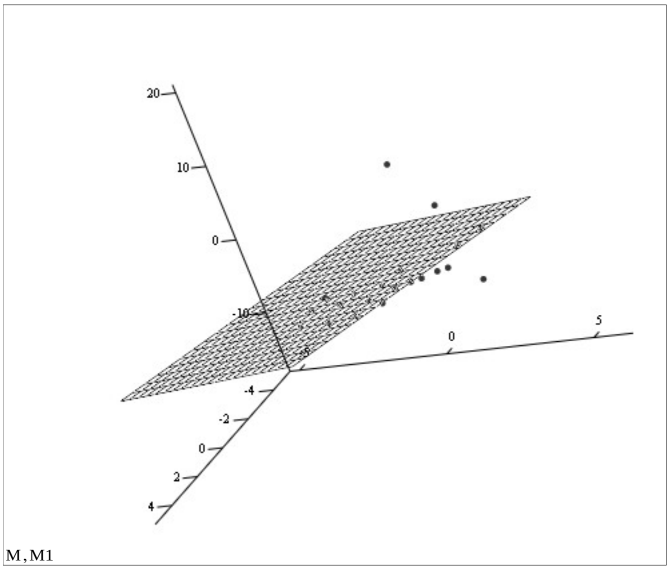
Вхідна вибірка даних

x_1	0,1	0,3	0,8	1	2	5	7
x_2	0,2	0,6	0.8	2	3	4	2
y	0,02	0,18	0,64	2	6	20	14

В табл.4 показано результати роботи програми для п'яти варіантів структур полінома, що послідовно ускладнюються.

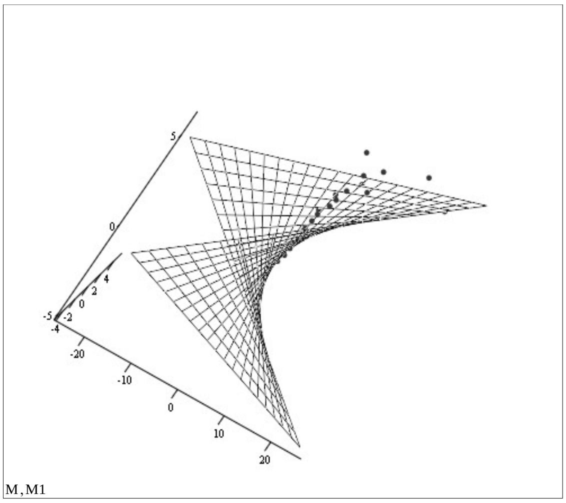
Таблиця 4

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному (функція від двох змінних)

<table>
<tr><td>Експеримент 1. $y = C_0$</td><td>Експеримент 2. $y = C_1 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2$</td></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=6.120000
Помилка: error=7.3
Значення полінома в точках:
ff(0)=6.120000 ff(1)=6.120000
ff(2)=6.120000 ff(3)=6.120000
ff(4)=6.120000 ff(5)=6.120000
ff(6)=6.120000
Отриманий поліном: $y = 3.971429$

y,m1</td><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=1.865445 c(1)=1.489670
Помилка: error=2.5
Значення полінома в точках:
ff(0)=0.484478 ff(1)=1.453435
ff(2)=2.684091 ff(3)=4.844784
ff(4)=8.199898 ff(5)=15.285901
ff(6)=16.037452
Отриманий поліном:
$y = 1.865445 \cdot x_1 + 1.48967 \cdot x_2$

</td></tr>
<tr><td>Експеримент 3. $y = C_0 x_1 \cdot x_2$</td><td>Експеримент 4. $y = C_0 x_1^2 \cdot x_2^2$</td></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=1.000000
Помилка: error=4.2e-17
Значення полінома в точках:
ff(0)=0.020000 ff(1)=0.180000
ff(2)=0.640000 ff(3)=2.000000
ff(4)=6.000000 ff(5)=20.000000</td><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=0.054916
Помилка: error=2.2
Значення полінома в точках:
ff(0)=0.000022 ff(1)=0.001779
ff(2)=0.022494 ff(3)=0.219664
ff(4)=1.976975 ff(5)=21.966392</td></tr>
</table>

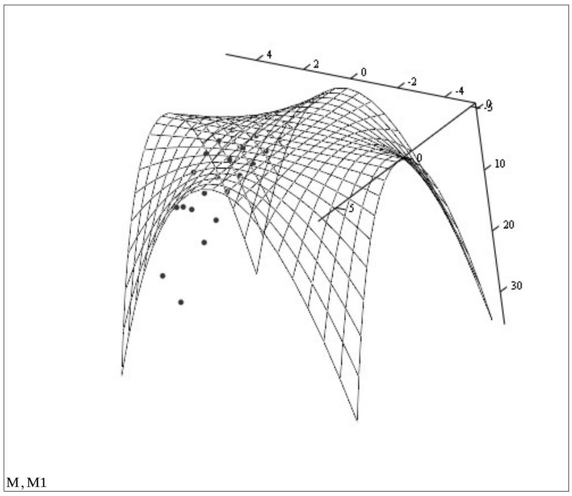
ff(6)=14.000000

Отриманий поліном: $y = x1 \cdot x2$



ff(6)=10.763532

Отриманий поліном: $y = 0.054916 \cdot x_1^{\ 2} x_2^{\ 2}$



Експеримент 5. $y = C_0 x_1^{\ 3} \cdot x_2^{\ 3}$

Коефіцієнти полінома:

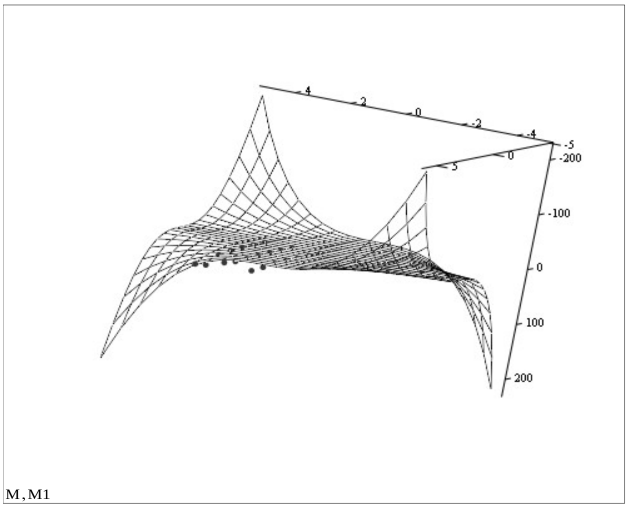
c(0)=0.013999

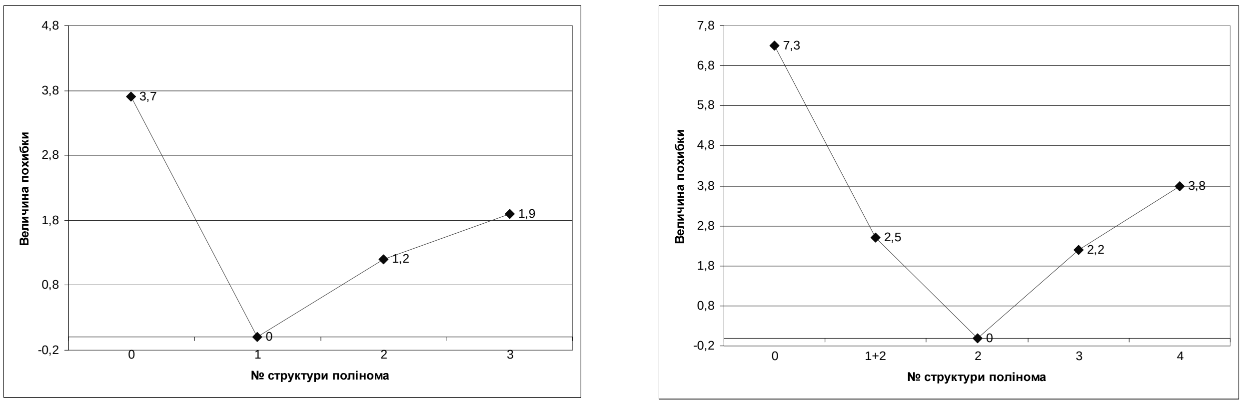
Помилка: **error=3.8**

Значення полінома в точках:

ff(0)=0.000001	ff(1)=0.000272
ff(2)=0.004587	ff(3)=0.111990
ff(4)=1.511870	ff(5)=22.398077
ff(6)=5.487529	

Отриманий поліном: $y = 0.013999x1^3 \cdot x2^3$

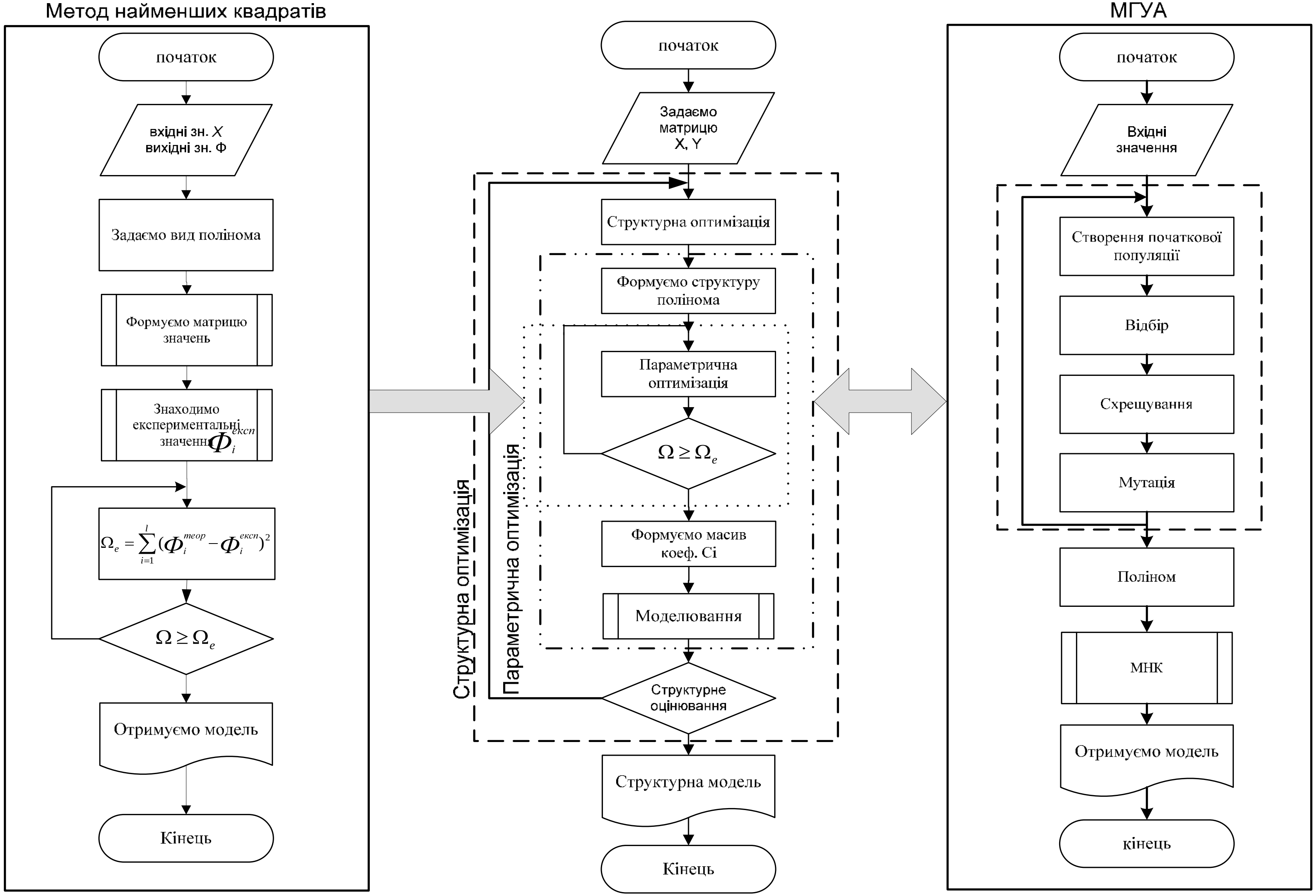




а) б)

Рис. 3. Функціональна залежність зміни величини похибки при ускладнені структури поліному: а) для однієї змінної; б) для двох змінних.

Рис. 4. Блок-схема взаємодії методів ідентифікації



На рис. 3 а) показано, як при ускладненні функції від однієї змінної в 2-гому експерименті був знайдений поліном, котрий найбільш точно відповідає заданій множині точок, при подальшому ускладненні полінома помилка почала зростати, що призвело до погіршення результату. Аналогічно був побудований графік рис. 3 б) для функції із двома змінними. Для даного випадку поліном з найменшою величною похибки був знайдений в третьому експерименті.

Рис. 4 зображує узагальнену блок-схему, яка показує взаємодію описаних задач ідентифікації. Зображена на графіку структурна оптимізація, повністю включає в себе параметричну оптимізацію, тобто метод найменших квадратів, а також показує функціональну взаємодію структурної оптимізації з методом групового врахування аргументів.

Висновки.

В статті порівнюються три методи розв'язання задач ідентифікації: детермінований підхід в основі якого лежить метод обраних точок, статистичний підхід, що включає в себе метод найменших квадратів, а також, індуктивний підхід – метод групового врахування аргументів.

На базі даних методів побудовано складна блок-схема, яка дає узагальнену характеристику взаємодії описаних задач. В центрі даної блок-схеми знаходиться структурна оптимізація, на базі якої були проведені експериментальні дослідження по ускладненні структури полінома і знаходженні моделі з найменшою величиною похибки.

Список використаних джерел

1. Стоун Р., Івахненко О.Г., Висоцький В.М., Сьоміна Л.П. Визначення поняття «закон» та метод його відкриття за експериментальними даними // Автоматика. – 1977. – № 6 – С. 27.

2. Стоун Р., Ивахненко А.Г., Высоцкий В.Н, Семина Л.П. Структурная идентификация // Автоматика. – 1979. – № 1. – С. 25.

3. А.Г. Ивахненко. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – К.: "Техніка", 1975.

4. Ивахненко А.Г. Кибернетические системы с комбинированным управлением. – К.: Техника, 1965. – 325 с.

5. Івахненко А.Г. Метод групового урахування аргументів – конкурент методу стохастичної апроксимації // Автоматика. – 1968. – № 3. – С. 58-72.

6. Тимченко А.А., Евдокимова И.К. Использование самообучающегося фильтра Габора для непрерывного определения статической характеристики объекта управления // «Автоматика» – 1965. – № 5. – С. 25-28.

7. Жук К.Д., Тимченко А.А. Автоматизоване проектування логіко-динамічних систем. – К.: Наукова думка, 1981. – 199 с.

8. Системні дослідження в науці та техніці. Частина II. Технологія наукових досліджень. – Черкаси: ЧДТУ, 2006. – 77 с.