

**МОДЕЛЮВАННЯ КВАНТИЛЕЙ РОЗПОДІЛУ
ЙМОВІРНОСТЕЙ ВРОЖАЙНОСТІ В УМОВАХ
ЗМІНИ КЛІМАТУ (НА ПРИКЛАДІ КУКУРУДЗИ)**

Вступ. В умовах глобального потепління виникла нагальна потреба у адаптації аграрного сектору до кліматичних змін, яка, зокрема, передбачає адекватний вибір структури посівів. Для цього необхідно визначити які культури найбільш пристосовані до нових кліматичних умов, і науково обґрунтувати їх розміщення по території України. Традиційний підхід до відбору сільськогосподарських культур, який полягає у проведенні польових випробувань їх реакції на кліматичні зміни, вимагає багато часу. Альтернативою цьому мають стати методи математичного моделювання врожайності сільськогосподарських культур в нових кліматичних умовах. Моделюванню залежності врожайності сільськогосподарської культури від кліматичних параметрів присвячено багато наукових праць як вітчизняних, так і зарубіжних дослідників. Зокрема, динамічні моделі здійснюють імітацію процесів життєдіяльності рослин у системі «грунт – рослина – атмосфера» з урахуванням фаз розвитку рослин [1, 2]. Для моделювання врожайності сільськогосподарської культури лише на окремій ділянці поля вони потребують велику кількість параметрів, для оцінки яких необхідно проводити багато натурних експериментів. Тому використання динамічних моделей для відбору сільськогосподарських культур, пристосованих до нових кліматичних умов, є проблематичним.

До іншого класу математичних моделей, які встановлюють залежність показника врожайності від метеорологічних чинників, відносяться регресійні моделі [3–6]. До основного недоліку цих моделей можна віднести той факт, що вони можуть оцінювати лише середнє значення функції розподілу врожайності сільськогосподарської культури, чого замало в умовах значної невизначеності, яка характерна для прогнозування на перспективу. Крім того, використання класичної моделі лінійної регресії для прогнозування обґрунтоване тільки тоді, коли виконуються наступні вимоги щодо експериментальних даних: 1) відсутня

Запропоновано математичний інструментарій для прогнозування врожайності сільськогосподарських культур за умов кліматичних змін. Пропонується використовувати метод квантильної регресії для моделювання залежності врожайності від кліматичних параметрів. Такий підхід дозволяє оцінювати квантілі функції розподілу врожайності сільськогосподарської культури в умовах зміни клімату і визначити, які культури найкраще пристосовані до глобального потепління.

Ключові слова: адаптація до кліматичних змін, моделювання врожайності, квантильна регресія, міжфазні періоди.

кореляції залишків; 2) дисперсії випадкових складових не залежать від номера спостереження (гомоскедастичність); 3) випадкові відхилення є нормально розподіленими. Зважаючи на те, що території, для яких необхідно моделювати врожайність не є однорідними, використання класичної моделі лінійної регресії для прогнозування врожайності сільськогосподарської культури у більшості випадків не є обґрунтованим.

В цій статті пропонується для моделювання залежності врожайності від кліматичних параметрів використовувати більш гнучкий підхід, який дозволяє визначити будь-який квантиль функції розподілу цього показника, а не тільки одне значення (середнє), як у випадку із стандартною регресією. Метод квантильної регресії, запропонований у роботі [7], і є саме таким підходом. Ми використовуємо модель В.П. Дмитренка «Погода-врожай» [8, 9] як відправну точку при побудові моделі квантильної регресії врожайності сільськогосподарської культури.

Модель В.П. Дмитренка «Погода-врожай». В моделі В.П. Дмитренка вегетаційний цикл сільськогосподарської культури ділиться на чотири періоди. Наприклад, для кукурудзи використовуються наступні періоди і відповідні часові рамки (місяці) [8]: 1) передпосівний період (XII – III); 2) «сівба – сходи» (IV – V); 3) «третій листок – викидання волоті – цвітіння» (VI – VII); 4) «цвітіння – молочна стиглість» (VIII); 5) «молочна стиглість – воскова стиглість» (IX). Спрощена модель врожайності В.П. Дмитренка без врахування стихійних явищ має наступний вигляд:

$$Y = D \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_i \left\{ \exp \left[-\rho_i \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right)^{\nu_1} \cdot \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right)^{\nu_2} \right\},$$

де Y – врожайність сільськогосподарської культури; D – коефіцієнт, який залежить від біологічного потенціалу врожайності, родючості ґрунту і агротехнології; α_i – ваговий множник внеску міжфазного періоду i в врожай; n – кількість міжфазних періодів; T_i, T_{0i} – історична середня температура і біологічний оптимум температури повітря, відповідно, за міжфазний період i ; R_i, R_{0i} – історична середня і оптимальна кількість опадів, відповідно, за міжфазний період i ; $R_{\min i}, R_{\max i}$ – біологічний мінімум і біологічний максимум опадів, відповідно, за міжфазний період i ; ν_1, ν_2 – параметри. Параметр ρ_i приймає два значення в залежності від співвідношення між T_{0i} і T_i :

$$\rho_i = \begin{cases} \rho_{(1)}, & \text{при } T_i \leq T_{0i} \\ \rho_{(2)}, & \text{при } T_i > T_{0i} \end{cases}.$$

Для кукурудзи $\rho_{(1)} = 2$, $\rho_{(2)} = 4$, ([8], таблиця 6.7). В залежності від міжфазного періоду біологічний оптимум температури повітря для кукурудзи приймає такі значення: грудень–березень – $T_{01} = -1^\circ \text{C}$; квітень–травень – $T_{02} = 11^\circ \text{C}$; червень–липень – $T_{03} = 18^\circ \text{C}$; серпень – $T_{04} = 18^\circ \text{C}$; вересень – $T_{05} = 14^\circ \text{C}$ ([8], таблиця 6.7). Вважається, що значення біологічного мінімуму опадів $R_{\min} = 0$ мм. В залежності від міжфазного періоду параметри R_0 і R_{\max} для кукурудзи приймають такі значення: грудень–березень – $R_0 = 170$ мм, $R_{\max} = 480$ мм; квітень–травень – $R_0 = 100$ мм, $R_{\max} = 340$ мм; червень–липень – $R_0 = 80$ мм, $R_{\max} = 480$ мм; серпень – $R_0 = 70$ мм, $R_{\max} = 300$ мм; вересень – $R_0 = 10$ мм, $R_{\max} = 220$ мм ([8], таблиця 6.29).

Слід зауважити, що модель В.П. Дмитренка не враховує невизначеність у довгострокових прогнозах метеорологічних параметрів в умовах кліматичних змін. Водночас, урахування ризиків та невизначеності є необхідною умовою адаптації сільського господарства до змін клімату. Для цього

необхідно використовувати більш гнучкий підхід, який може моделювати будь-який квантиль функції розподілу врожайності, а не одне значення (середнє), як у випадку зі стандартною регресією. Метод квантильної регресії, який запропоновано в [7], є саме таким підходом. Квантильна регресія – це узагальнення класичної регресії. Вона (на відміну від класичної регресії) може використовуватися навіть у тих випадках, коли закон розподілу даних відрізняється від нормального. У цьому сенсі квантильна регресія є непараметричним методом. Більше того, для використання цього методу допускається, що дисперсія залишків може бути змінною величиною водночас, як класична регресія вимагає постійне значення для дисперсії.

Квантильна регресія. Нехай Y – випадкова величина, яка моделює врожайність певної сільськогосподарської культури, $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ – її функція розподілу, і γ – фіксоване число, $0 \leq \gamma \leq 1$. Визначимо γ -квантильну функцію:

$$Q_Y(\gamma) = F_Y^{-1}(\gamma) = \inf \{y | F_Y(y) \geq \gamma\}.$$

Значення врожайності цієї культури Y_1, \dots, Y_n , можна розглядати як випадкову вибірку з емпіричною функцією розподілу $\hat{F}_Y(y)$. Розглянемо емпіричну γ -квантильну функцію

$$\hat{Q}_Y(y) = \hat{F}_Y^{-1}(y) = \inf \{y | \hat{F}_Y(y) \geq \gamma\}$$

Цю функцію можна побудувати шляхом розв'язання наступної оптимізаційної задачі

$$\hat{Q}_Y = \arg \min \left\{ \sum_{i|Y_i \geq y} \gamma |Y_i - y| + \sum_{i|Y_i < y} (1 - \gamma) |Y_i - y| \right\}.$$

при різних значеннях γ з інтервалу $0 \leq \gamma \leq 1$.

Якби кількість спостережень Y_1, \dots, Y_n була досить великою, тоді б, використовуючи цю формулу при різних значеннях γ з інтервалу $0 \leq \gamma \leq 1$, можна було б побудувати емпіричну функцію розподілу $\hat{F}_Y(y)$ і визначити всі її параметри. У нашому випадку кількість спостережень (значень врожайності сільськогосподарської культури в окремому районі за окремий рік) не перевищує 14. Це пояснюється тим, що для актуальності даних ми збирали інформацію щодо врожайності тільки за останні 14 років. Тому безпосередньо цей підхід не можна застосовувати. Водночас, метод квантильної регресії дозволяє це зробити, оскільки для побудови γ -квантильної функції цей метод дозволяє використовувати результати спостережень у кількох районах. Об'єднуючи всі наявні результати спостережень можна суттєво збільшити обсяг вибірки і тим самим сприяти отриманню статистично значущої функції розподілу. Далі будемо вважати, що Y_1, \dots, Y_n позначають значення врожайності сільськогосподарської культури в декількох районах за останні 14 років.

У роботі [7] розглядалась γ -квантильна регресійна функція, яка узагальнює емпіричну γ -квантильну функцію на випадок, коли Y – лінійна функція від $K+1$ незалежних змінних $\vec{x}' = [1, x_1, \dots, x_K]$:

$$Y = \vec{x}'\vec{\beta} + \varepsilon, \tag{1}$$

де $\vec{\beta}' = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K]$ – вектор коефіцієнтів лінійної функції; ε – випадкова похибка, математичне сподівання якої дорівнює нулю. Випадкову похибку ε вводять в регресію для того, щоб змоделювати надмірну мінливість або розкид залежної змінної Y , яку неможливо пояснити за допомогою

незалежних змінних x_1, \dots, x_K . Ця похибка моделює кумулятивний вплив змінних, який неможливо виміряти чи передбачити. γ -квантильну регресійну функцію можна записати у вигляді:

$$Q_Y(\gamma|\bar{x}) = \inf \{y | F_Y(y|\bar{x}) \geq \gamma\} \equiv \bar{x}'\vec{\beta}_\gamma,$$

де $\bar{x}' = (1, x_1, \dots, x_{1K})$ – вектор незалежних змінних, $\vec{\beta}_\gamma = (\beta_0^\gamma, \beta_1^\gamma, \dots, \beta_K^\gamma)$ – вектор коефіцієнтів γ -квантильної регресійної функції (1), які можна знайти мінімізуючи нормалізовану похибку Коенкера – Бассета

$$\frac{1}{n} \left\{ \sum_{i: Y_i \geq \bar{x}_i' \vec{\beta}_\gamma} \frac{\gamma}{1-\gamma} |Y_i - \bar{x}_i' \vec{\beta}_\gamma| + \sum_{i: Y_i \leq \bar{x}_i' \vec{\beta}_\gamma} |Y_i - \bar{x}_i' \vec{\beta}_\gamma| \right\}. \quad (2)$$

Зведення моделі В.П. Дмитренка до вигляду квантильної регресії. Використовуючи нерівність Коші, отримуємо

$$\begin{aligned} Y &= D \cdot \sum_{i=1}^n \alpha_i \left\{ \exp \left[-\rho_i \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right)^{v_{1i}} \cdot \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right)^{v_{2i}} \right\} \geq \\ &\geq A \cdot \prod_{i=1}^n \left\{ \exp \left[-\frac{\rho_i}{n} \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right)^{\frac{v_{1i}}{n}} \cdot \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right)^{\frac{v_{2i}}{n}} \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $A = nD \left[\prod_{i=1}^n \alpha_i \right]^{\frac{1}{n}}$.

Із нерівності (3) випливає, що права частина цієї нерівності – нижня границя значення врожайності, отримана за моделлю В.П. Дмитренка, і тому її можна використовувати для побудови детермінованої «песимістичної» моделі врожайності:

$$Y = A \cdot \prod_{i=1}^n \left\{ \exp \left[-\frac{\rho_i}{n} \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right)^{\frac{v_{1i}}{n}} \cdot \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right)^{\frac{v_{2i}}{n}} \right\}. \quad (4)$$

Візьмемо логарифм від обох частин рівняння (4) і введемо у вираз для експоненти додаткові параметри μ_i . Отримаємо наступну (детерміновану) лінійну модель врожайності:

$$\ln(Y) = \ln(A) + \sum_{i=1}^n \left\{ \mu_i \left[-\frac{\rho_i}{n} \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2 \right] + v_{1i} \left[\frac{1}{n} \ln \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right) \right] + v_{2i} \left[\frac{1}{n} \ln \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right) \right] \right\},$$

в якій невідомими параметрами є $A, \mu_i, v_{1i}, v_{2i}, i = 1, \dots, n$. Слід зауважити, що значення середньої температури повітря T_i і кількості опадів R_i за міжфазний період $i, i = 1, \dots, n$, з року в рік змінюються випадковим чином. Отже вони за своєю суттю – випадкові величини. Введемо позначення: $y = \ln(Y), c = \ln(A)$,

$$\xi_i = -\frac{\rho_i}{n} \left(\frac{T_i - T_{0i}}{10} \right)^2, \quad \eta_{1i} = \frac{1}{n} \ln \left(1 + \frac{R_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right), \quad \eta_{2i} = \frac{1}{n} \ln \left(1 - \frac{R_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

Для моделювання залежності врожайності кукурудзи від погодних умов будемо використовувати наступну модель лінійної квантильної регресії:

$$y = c + \sum_{i=1}^n \{ \mu_i \xi_i + v_{1i} \eta_{1i} + v_{2i} \eta_{2i} \} + \varepsilon, \quad (5)$$

де $\xi_i, \eta_{1i}, \eta_{2i}, i=1, \dots, n$ – випадкові змінні, які залежать від випадкових сценаріїв температури повітря і опадів, y – випадкова змінна, яка моделює значення логарифму врожайності кукурудзи в залежності від метеорологічних чинників, ε – випадкова похибка, математичне сподівання якої дорівнює нулю. Параметри $c, \mu_i, v_{1i}, v_{2i}, i=1, \dots, n$ – невідомі, які треба оцінити ґрунтуючись на експериментальних даних. Використовуючи ці дані і мінімізуючи нормалізовану похибку Коенкера – Бассета (2) при фіксованому рівні квантиля $\gamma, (0 \leq \gamma \leq 1)$, можна отримати оцінки коефіцієнтів $\hat{c}(\gamma), \hat{\mu}_i(\gamma), \hat{v}_{1i}(\gamma), \hat{v}_{2i}(\gamma), i=1, \dots, n$ в формулі (5). Нехай \hat{T}_i, \hat{R}_i позначають прогнози відповідно середньої температури повітря і середньої кількості опадів за міжфазний період $i, i=1, \dots, n$, на деяку перспективу. Тоді оцінка γ -квантиля, q_γ , функції розподілу врожайності кукурудзи на цю перспективу визначається за формулою

$$q_\gamma = \exp \left[\hat{c}(\gamma) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} -\hat{\mu}_i(\gamma) \rho_i \left(\frac{\hat{T}_i - T_{0i}}{10} \right)^2 + \hat{v}_{1i}(\gamma) \ln \left(1 + \frac{\hat{R}_i - R_{0i}}{R_{0i} - R_{\min i}} \right) + \\ + \hat{v}_{2i}(\gamma) \ln \left(1 - \frac{\hat{R}_i - R_{0i}}{R_{\max i} - R_{0i}} \right) \end{array} \right\} \right]. \quad (6)$$

Вхідні дані. Розрахунки з використанням моделі квантильної регресії проводились для зони Лісостепу України, яка охоплює 33.6 % території України. Північна межа Лісостепу проходить вздовж лінії Луцьк – Рівне – Шепетівка – Київ – Ніжин – Батурин – Глухів, а південна – вздовж лінії Подільськ – Кропивницький – Кременчук – Красноград – Вовчанськ. Вхідні дані, необхідні для визначення коефіцієнтів квантильної регресії, охоплюють період з 2005 – 2018 роки і складаються з двох частин: інформації про врожайність кукурудзи і метеорологічних даних (сума місячних опадів і середня місячна температура). Для того, щоб збільшити розмір статистичної вибірки, була зібрана інформація в розрізі районів, розташованих в зоні Лісостепу. Розглядалися такі райони: Миронівський, Білоцерківський та Яготинський (Київської обл.); Гадяцький, Кобеляцький, Лубенський, Полтавський та Семенівський (Полтавської обл.); Жашківський, Звенигородський, Уманський, Черкаський та Чигиринський (Черкаської обл.); Вінницький та Могилів-Подільський (Вінницької області); Гайворонський, Знамянський, Кропивницький, Світловодський та Новомиргородський (Кіровоградської обл.); Бережанський, Кременецький, Тернопільський та Чортківський (Тернопільської обл.), Бродівський, Дрогобицький, Жовківський, Пустомитівський (Львівської обл.). Дані по урожайності кукурудзи в розрізі цих районів отримані в головних управліннях статистики у відповідних областях, за що висловлюємо їм подяку. Ми також вдячні авторам роботи [13] за надану можливість використовувати історичні кліматичні дані в нашій статті.

За цими даними були сформовані 238 сценаріїв, кожний із яких містить інформацію про урожайність кукурудзи, зібраної у певному районі за певний рік, а також метеорологічні параметри, які зафіксовано в цьому районі за цей рік. Детальніше структура цих даних наведена в табл. 1.

ТАБЛИЦЯ 1. Вхідні дані з врожайності й погодних умов

Scen #	Crop	Середня температура за період, °C					Середня сума опадів за період, мм				
		XII-III	IV-V	VI-VII	VIII	IX	XII-III	IV-V	VI-VII	VIII	IX
1	31.4	-0.3	11.5	18.8	20.2	13.0	110.0	129.0	136.0	48.0	136.0
2	70.9	-1.1	12.3	19.7	18.6	15.8	174.0	39.0	158.0	7.0	20.0
...
238	56.7	-1.2	12.7	21.4	21.6	18.7	156.0	95.0	178.0	2.0	8.0

В назві даної таблиці наведено інформацію про тип зібраних даних, а саме: номер сценарія (Scen#), врожайність кукурудзи (Crop), ц/га, в певному районі за певний рік; середнє значення температури повітря, °C, і суми опадів, мм, за кожний період вегетації кукурудзи в цьому районі за цей рік. Після назви міститься інформація про сценарії впливу погодних умов на врожайність кукурудзи. Для моделювання квантилей функції розподілу врожайності кукурудзи у близькій і віддаленій перспективі використані також і прогнози середніх місячних температури повітря і кількості опадів в Україні на найближчу (до 2030 р.) та більш віддалену (2031 – 2050 рр.) перспективи, які були отримані фахівцями Українського гідрометеорологічного інституту [10–12]. Зокрема, в роботі [12] територія України була поділена на 5 регіонів – захід, північ, схід, південь та центр. До центрального регіону були включені Вінницька, Черкаська, Полтавська, Кіровоградська та Дніпропетровська області. Слід зауважити, що ці області (крім Дніпропетровської) входять до зони Лісостепу, по якій зібрані дані та наведені в табл. 1. Для кожного із цих регіонів в [12] отримані оцінки середніх місячних температур та сум опадів на вказані перспективні періоди. В роботі [10] отримані аналогічні показники для Тернопільської області. Деякі результати цих досліджень, які використовувались для оцінки квантилей функції розподілу врожайності кукурудзи, наведені в табл. 2 і 3.

ТАБЛИЦЯ 2. Прогноз середніх місячних температур повітря у центральному регіоні та в Тернопільській області на 2011–2030 рр. і 2031–2050 рр. [10, 12]

Регіони	Період	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	XII
Центр	2011–2030 рр.	-3.3	-2.7	1.9	9.9	15.8	19.8	22.2	21.2	15.5	-1.4
Центр	2031–2050 рр.	-1.7	-1.8	3.1	10.5	16.4	20.4	23.1	22.3	16.3	-0.3
Тернопільська область	2011–2030 рр.	-2.9	-2.1	1.8	8.8	14.5	17.7	20.0	19.3	14.2	-1.8
Тернопільська область	2031–2050 рр.	-1.7	-1.2	2.7	9.5	15.0	18.4	20.6	20.1	14.7	-0.5

ТАБЛИЦЯ 3. Прогноз місячних значень кількості опадів у центральному регіоні та в Тернопільській області на 2011 – 2030 рр. і 2031 – 2050 рр., (мм), [10, 12]

Регіон	Період	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	XII
Центр	2011–2030 рр.	38	31	45	44	46	64	59	40	53	40
Центр	2031–2050 рр.	38	31	43	42	47	63	61	43	59	40
Тернопільська область	2011–2030 рр.	35	35	45	43	70	75	101	65	60	43
Тернопільська область	2031–2050 рр.	34	34	44	41	72	77	109	72	75	52

Результати розрахунків. Мінімізуючи нормалізовану похибку Коенкера – Бассета (2) при різних рівнях квантиля γ отримані оцінки значень коефіцієнтів $c, \mu_i, v_{1i}, v_{2i}, i = 1, \dots, 5$ моделі лінійної квантильної регресії (5). Значення квантилей розподілу ймовірностей врожайності кукурудзи за умов зміни клімату, отримані за формулою (6), наведені в табл. 4.

ТАБЛИЦЯ 4. Значення квантилей розподілу врожайності кукурудзи у центральному регіоні та в Тернопільській області на найближчу (до 2030 р.) та більш віддалену (2031 – 2050 рр.) перспективи, (ц/га)

Регіони	Рівні квантилей								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Центр (2011–2030 рр.)	32.2	46.9	51.1	53.5	53.6	60.1	62.2	67.9	75.2
Центр (2031–2050 рр.)	36.6	39.6	44.8	46.5	50.7	53.7	57.5	65.4	66.6
Тернопіль (2011–2030 рр.)	41.7	53.8	60.3	60.5	62.4	66.9	72.8	86.8	91.1
Тернопіль (2031–2050 рр.)	38.7	46.8	49.9	52.5	57.1	63.6	69.1	81.6	86.2

Із результатів, наведених в табл. 4, випливає, що прогнозована середня врожайність кукурудзи в Тернопільській області перевищуватиме аналогічний показник у центральному регіоні як у найближчій, так і у віддаленій перспективі. Водночас вона демонструє тенденцію до падіння врожайності кукурудзи у період 2031–2050 рр. щодо періоду 2011–2030 рр., як в центральному регіоні, так і в Тернопільській області. Відповідно до результатів моделювання, наведених у табл. 4, прогнозована середня за період 2011–2030 рр. врожайність кукурудзи в центральному регіоні України перевищуватиме 53.6 ц/га з ймовірністю 50 %, 62.2 ц/га з ймовірністю 30 % і 75.2 ц/га з ймовірністю 10 %. Водночас цей показник у Тернопільській області перевищуватиме 62.4 ц/га з ймовірністю 50 %, 72.8 ц/га з ймовірністю 30 % і 91.1 ц/га з ймовірністю 10 %.

Висновки. В статті запропонована математична модель для оцінки рівня врожайності сільськогосподарських культур за умов зміни клімату. Вона враховує невизначеність, пов'язану з глобальним потеплінням, шляхом оцінки квантилей функції розподілу врожайності сільськогосподарської культури в нових кліматичних умовах. За допомогою цієї моделі можна визначити, які культури найбільш пристосовані до нових кліматичних умов. Отже цю модель можна використовувати для адаптації рослинництва до змін клімату. За допомогою цієї моделі отримані оцінки квантилей функції розподілу врожайності кукурудзи на найближчу (до 2030 р.) та на більш віддалену (2031 – 2050 рр.) перспективи як на рівні окремого (центрального) регіону України, так і на рівні окремої (Тернопільської) області. Результати моделювання свідчать, що прогнозовані в [10–12] погодні умови протягом найближчих 30 років дозволять з великою ймовірністю отримувати непогані врожаї кукурудзи.

Список літератури

1. Польовий А.М. Моделювання гідрометеорологічного режиму та продуктивності агроєкосистем. Одес. держ. екол. ун-т. Одеса: Екологія, 2013. 430 с.
2. Wallach D., Makowski D., Jones J.W., Brun F. Working with Dynamic Crop Models. Methods, Tools and Examples for Agriculture and Environment. 2nd Edition. Academic Press, 2014. 504 p.
3. Зубов О.Р., Зубова Л.Г., Славгородська Ю.В. Оцінка впливу метеорологічних факторів на врожайність озимих культур в умовах північної частини Луганської області. *Вісник Полтав. держ. аграр. акад.* 2012. 2. С. 14–20.
4. Холод С.Г. Залежність урожайності проса та її елементів від агрокліматичних умов зони вирощування. *Вісник Центру наукового забезпечення АПВ Харківської області.* 2016. 20. С. 75–83. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vcnzapv_2016_20_13
5. Shastry A., Sanjay H.A., Bhanusree E. Prediction of Crop Yield Using Regression Techniques. *International Journal of Soft Computing.* 2017. 12 (2). P. 96–102. <https://medwelljournals.com/abstract/?doi=ijscomp.2017.96.102>

6. Sellam V., Poovammal E. Prediction of Crop Yield using Regression Analysis. *Indian Journal of Science and Technology*. 2016. 9 (38). P. 1–5. <https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i38/91714>
7. Koenker R., Bassett G. Regression Quantiles. *Econometrica*. 1978. 46 (1). P. 33–50. <https://pdfs.semanticscholar.org/a3cd/bfbba2ef3ce285980edc1213a4ac56f05bb1.pdf>
8. Дмитренко В.П. Погода, клімат і урожай польових культур. Київ: Ніка-Центр, 2010. 620 с.
9. Дмитренко В.П., Однолеток Л.П., Кривошеїн О.О., Круківська А.В. Розвиток методології оцінки потенціалу урожайності сільськогосподарських культур з урахуванням впливу клімату і агрофітотехнологій. *Український гідрометеорологічний журнал*. 2017. 20. С. 52–60. <https://uhmj.odeku.edu.ua/wp-content/uploads/2017/12/8-DMITRENKO-ODNOLETOK.pdf>
10. Краковська С.В., Гнатюк Н.В., Шпиталь Т.М. Можливі сценарії кліматичних умов у Тернопільській області впродовж ХХІ ст. *Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка*. Серія: Географія. 2014. 1. С. 55–67. http://nbuv.gov.ua/ujrn/nztnpug_2014_1_10
11. Краковська С.В., Гнатюк Н.В., Шпиталь Л.В., Паламарчук Т.М. Проекції змін приземної температури повітря за даними ансамблю регіональних кліматичних моделей у регіонах України в ХХІ столітті. *Наукові праці Українського науково-дослідного гідрометеорологічного інституту*. 2016. 268. С. 33–44. http://nbuv.gov.ua/ujrn/npundgi_2016_268_6
12. Заключний звіт «Про науково-дослідну роботу розроблення сценаріїв зміни кліматичних умов в Україні на середньо- та довгострокову перспективу з використанням даних глобальних та регіональних моделей». УкрГМІ. <https://uhmi.org.ua/project/rvndr/climate.pdf>
13. Klein Tank, A.M.G. and Coauthors. Daily dataset of 20th-century surface air temperature and precipitation series for the European Climate Assessment. *International Journal of Climatology*. 2002. 22. P. 1441–1453. <https://doi.org/10.1002/joc.773>

Одержано 06.02.2020

Пепеляєв Володимир Анатолійович,

доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
pepelaev@yahoo.com

Голодніков Олександр Миколайович,

кандидат фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,

Голоднікова Ніна Олександрівна,

молодший науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ.

УДК 631.559:551.583

В.А. Пепеляев, А.Н. Голодников, Н.А. Голодникова

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАНТИЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ УРОЖАЙНОСТИ
В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА (НА ПРИМЕРЕ КУКУРУЗЫ)**

Институт кибернетики имени В.М. Глушкова, Киев, Украина
Переписка: pepelaev@yahoo.com

Введение. В условиях глобального потепления возникла насущная необходимость в адаптации аграрного сектора к климатическим изменениям, которая, в частности, предусматривает адекватный выбор структуры посевов. Для этого необходимо определить какие культуры наиболее приспособленные к новым климатическим условиям, и научно обосновать их размещения по территории Украины. Традиционный подход к отбору сельскохозяйственных культур, который заключается в проведении полевых испытаний их реакции на климатические изменения, требует много времени. Альтернативой этому должны стать методы математического моделирования урожайности сельскохозяйственных культур в новых климатических условиях. В статье предлагается для моделирования зависимости урожайности от климатических параметров использовать более гибкий подход, метод квантильной регрес-

сии, который позволяет определять любой квантиль функции распределения этого показателя, а не только одно значение (среднее), как в случае со стандартной регрессии. Модель урожайности сельскохозяйственной культуры на основе квантильной регрессии была разработана на базе модели В.П. Дмитренко «Погода-урожай» [8, 9]. В качестве входных данных использовались: 1) урожайность кукурузы в разрезе нескольких районов Украинской Лесостепи за последние годы; 2) информацию о среднемесячных значениях температуры воздуха и количестве осадков в этих районах в течение последних лет; прогнозы средних месячных температур воздуха и количества осадков в Украине на ближайшую (до 2030 г.) и более отдаленную (2031 – 2050 гг.) перспективы, которые были получены специалистами Украинского гидрометеорологического института [10–12].

Цель работы. Разработать математическую модель для оценки уровня урожайности сельскохозяйственных культур, которая бы учитывала неопределенность, связанную с климатическими изменениями в ближайшей и более отдаленной перспективах.

Результаты. С помощью разработанной модели получены оценки квантилей функции распределения урожайности кукурузы на ближайшую (до 2030 г.) и на более отдаленную (2031 – 2050 гг.) перспективы как на уровне отдельного (Центрального) региона Украины, так и на уровне отдельной (Тернопольской) области. Результаты моделирования показывают, что прогнозируемые в [10–12] погодные условия в течение ближайших 30 лет позволят с большой вероятностью получать неплохие урожаи кукурузы.

Ключевые слова: адаптация к климатическим изменениям, моделирование урожайности, квантильная регрессия, межфазные периоды.

UDC 631.559:551.583

V. Pepelyaev, O. Golodnikov, N. Golodnikova

MODELING OF QUANTILES FOR PROBABILITY DISTRIBUTION OF CROP YIELD UNDER CLIMATE CHANGE (ON THE EXAMPLE OF CORN)

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics, Kyiv, Ukraine

Correspondence: pepelaev@yahoo.com

Introduction. In the context of global warming, there is an urgent need to adapt the agrarian sector to climate change, which, in particular, provides for an adequate choice of crop structure. For this purpose it is necessary to determine which crops are most adapted to the new climatic conditions and to scientifically substantiate their placement in the territory of Ukraine. The traditional approach to crop selection, which consists in conducting field trials of crop response to climate change, is time consuming. An alternative to this approach is application of the methods of mathematical modeling of crop yields in new climatic conditions. The article proposes to use a more flexible approach, namely, the quantile regression method, for modeling yield dependence on climatic parameters, which allows to determine any quantile of the yield distribution function, rather than only one value (average), as in the case of standard regression. The crop yield model based on quantile regression is developed on the grounds of V.P. Dmitrenko model "Weather-harvest" [8, 9]. The following data are used as inputs: 1) corn yields in the context of several areas of the Ukrainian Forest-Steppe in recent years; 2) information on average monthly temperatures and rainfall in these areas in recent years; forecasts of average monthly air temperatures and rainfall in Ukraine for the nearest (by 2030) and more distant (2031 – 2050) perspectives, which are obtained by experts of the Ukrainian Hydrometeorological Institute [10 – 12].

The purpose of the paper is to develop a mathematical model for estimating crop yields that takes into account the uncertainty, associated with climate change in the near and distant perspectives.

Results. Using the developed model, estimates of the quantiles of the corn yield distribution function for the nearest (up to 2030) and for the more distant (2031 – 2050) perspectives are obtained both at the level of the individual (Central) region of Ukraine and at the level of the individual (Ternopil) region. The simulation results indicate that weather conditions forecast in [10–12] over the next 30 years will more likely produce good corn yields.

Keywords: adaptation to climate change, crop yield modeling, quantile regression, interphase periods.