КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.64; 519.65

Л.В. ЛУЦ, В.К. ЗАДІРАКА

ЕЛЕМЕНТИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ НАБЛИЖЕНОГО ІНТЕГРУВАННЯ ШВИДКО-ОСЦИЛЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ З ВИЯВЛЕННЯМ І УТОЧНЕННЯМ АПРІОРНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Наведений алгоритм виявлення та уточнення вихідної інформації про підінтегральну функцію для задачі наближеного інтегрування швидко-осцилюючих функцій, що надає змогу отримати якісний наближений розв'язок і більш точні оцінки його похибки.

Вступ. При розв'язуванні багатьох класів задач обчислювальної та прикладної математики виникає необхідність в обчисленні інтегралів вигляду

$$I(\omega)=\int_a^b f(x)\begin{Bmatrix} e^{-i\omega x} \\ \sin\omega x \\ \cos\omega x \end{Bmatrix}\cos\omega x\,dx, \qquad (1)$$

де $f(x)\in F$, F – множина функцій, визначених на відрізку $[a,b]$. Інформація про функцію $f(x)$ задана не більше ніж N значеннями інформаційного оператора, наприклад, значеннями функції $f(x)$ не більше ніж в N вузлових точках $\{x_\nu\}_0^{N-1}$ з відрізку $[a,b]$, ω – довільне дійсне число ($|\omega|\ge 2\pi(b-a)$). Практично важливим є розгляд випадку, коли $\{x_i\}_0^{N-1}$ і $\{f_i\}_0^{N-1}=\{f(x_i)\}_0^{N-1}$ фіксовані (наприклад, випадок, коли функція задана таблицею значень з її області визначення). Такий спосіб представлення вхідної інформації веде до значного звуження відповідного класу F на інтерполяційні класи F_N. Також розглядатимемо класи $F_{N,\varepsilon}$, які відповідають наближеному заданню вихідної інформації з області $\left|\tilde{f}_i - f_i\right|\le\varepsilon$, $i=\overline{0,N-1}$. Саме класи $F_{N,\varepsilon}$ наближають нас до реальної ситуації, що виникає при розв'язанні конкретної задачі.

Постановка задачі. Нехай задача $P(I)$ розв’язується алгоритмом $A(X)$ на ЕОМ $c(Y)$, $c(Y)$ – модель комп’ютера, $c(Y)\in C(Y)$ ($C(Y)$ – клас моделей комп’ютерів), I, X, Y – скінченні множини (вектори) параметрів, від яких істотно залежать відповідно P, A, C [1 – 3]. Найважливішими характеристиками задач, обчислювальних алгоритмів (о. а.) та ЕОМ на практиці є:

$T(I, X, Y)$ – час, необхідний для отримання розв’язку задачі;

$M(I, X, Y)$ – необхідна пам’ять ЕОМ;

$E(I, X, Y)$ – повна похибка розв’язку задачі $P(I)$ на ЕОМ $c(Y)$ за допомогою алгоритму $A(X)$.

Загальна ситуація побудови о. а., що дозволяють обчислювати інтеграли (1) з точністю ε ($\varepsilon > 0$) при обмежених обчислювальних ресурсах, можна описати наступним чином.

Потрібно розробити або вибрати серед відомих таку о. а. – програму $a\in A(\varepsilon, I, X, Y)$, де $A(\varepsilon, I, X, Y)$ – множина о. а. – програм, орієнтованих на розв’язання задачі обчислення інтегралів $I_j(\omega)$, $j=\overline{1,3}$, яка забезпечує при вибраній архітектурі комп’ютера $c(Y)$ обчислення $I_j(\omega)$, $j=\overline{1,3}$ із заданими характеристиками якості:

$$E(I, X, Y, \varepsilon)\le \varepsilon, \tag{2}$$

$$T(I, X, Y, \varepsilon)\le T_0(\varepsilon), \tag{3}$$

$$M(I, X, Y, \varepsilon)\le M_0(\varepsilon), \tag{4}$$

де ε, T_0, M_0 – задані числа. Наближений розв’язок задачі (1), що задовольняє умові (2), називається ε-розв’язком. О. а. – програма, яка задовольняє умовам (2) – (3), називається *T*-ефективною.

У подальшому в деяких випадках обмеження (4) можна зняти, оскільки пам’ять M може бути розширена до потрібного обсягу (можливо, за рахунок збільшення T).

Оскільки характеристики $E(I, X, Y, \varepsilon)$, $T(I, X, Y, \varepsilon)$, $M(I, X, Y, \varepsilon)$, як правило, точно не відомі, то розглядаються деякі оцінки цих характеристик. При цьому розрізняють оцінки апріорні й апостеріорні, мажорантні й асимптотичні, детерміновані й імовірнісні. Можливість і доцільність використання вказаних оцінок і способів їх отримання залежить від типу, структури і точності апріорних даних задачі, від того, з якою метою обчислюється оцінка, а також від обчислювальних ресурсів.

Мажорантні апріорні оцінки гарантують верхню границю оцінюваної величини і виражаються через відомі величини, обчислення їх не вимагає значних обчислювальних витрат, але значення оцінок часто дуже завищені, тому висновки на їх основі стосовно можливості обчислення інтеграла за умов (2) – (4) можуть нас не влаштувати.

Асимптотичні оцінки апроксимують величину, яка оцінюється. Варіюванням параметра може бути досягнута бажана близькість оцінки до оцінюваної величини, але обчислення таких оцінок пов'язане зі значними обчислювальними витратами. Ці оцінки, як правило, апостеріорні.

У разі, якщо не вдається побудувати о. а. $a \in A(\varepsilon, T_0)$ обчислення ε-розв'язку задачі (1) на класах функцій $f \in F$, F_N, $F_{N,\varepsilon}$, для остаточного висновку про можливість такого розв'язку важливо мати точні оцінки знизу точності (чи близькі до них) наближеного розв'язку й обчислювальної складності задачі [2]. Скориставшись цими оцінками о. а., можна зробити остаточний висновок: розв'язок задачі із заданими значеннями характеристик якості можна побудувати або такий розв'язок побудувати неможливо і, можливо, необхідно $f(x)$ «занурити» у вужчий клас функцій (наприклад, F_N або $F_{N,\varepsilon}$) або використати комп'ютер іншого класу.

Необхідність в обчисленні інтегралів (1) з необхідними значеннями характеристик якості та в отриманні інформації про можливість забезпечення такого розв'язку виникає, наприклад, у наступних випадках:

- потрібна діагностика якості отриманого значення інтеграла за точністю, часом і необхідною пам'яттю комп'ютера;
- необхідно до знаходження значення інтеграла знати про можливість його обчислення з необхідними обмеженнями (2) – (4);
- необхідно забезпечити задану точність обчислення інтеграла (1).

Програма обчислення значення інтеграла може належати до одного із наступних типів:

1) програма знаходить наближене значення інтеграла із заданою точністю. Значення її керуючих параметрів, які відповідають необхідній точності $\varepsilon > 0$, обчислюються самою програмою;

2) програма, яка обчислює ε-розв'язок задачі й обчислює оцінку похибки $E(I, X, Y)$ отриманого розв'язку;

3) програма, яка знаходить наближене (з точністю $\varepsilon > 0$) значення інтеграла (без обчислення оцінки похибки).

Кожна з наведених програм може обчислювати апостеріорні оцінки E, T, M. Для того, щоб ще до розв'язування задачі можна було судити про можливість її розв'язування з необхідними характеристиками якості, необхідно мати відповідну програму обчислення апріорних оцінок її характеристик E, T, M, оцінок найкращих керуючих параметрів X (якщо такі у неї є), а також видачі інформації про значення оцінок її характеристик, отриманих в результаті тестування.

Технологія обчислення інтеграла забезпечується користувачем у діалозі з комп'ютером за допомогою програм розв'язку задачі і обчислення апріорних оцінок її характеристик. Вона суттєво залежить від типу програм, до якої вона належить, а також від наявності програми обчислення оцінок характеристик.

Так, якщо програма обчислення інтеграла належить до першого типу, то при заданій (з допустимого діапазону) точності обчислення інтеграла обчислюються оцінки T і M. Якщо вони відповідають заданим обмеженням (2), (3), інтеграл може бути обчислений із заданими значеннями характеристик якості.

У випадку, коли програма належить до другого або третього типу, то на підставі обчислених апріорних оцінок E, T, M можна судити про можливість виконання обмежень (2) – (4). Якщо програма не обчислює апріорну оцінку E, а тільки оцінки T і M, то обчислюються тільки вони. Якщо обмеження на T і M виконуються, то задачу можна розв'язувати вибраною програмою. При цьому для програми другого типу за допомогою обчисленої апостеріорної оцінки точності можна зробити висновок про виконання обмеження (2).

Про виконання (для цієї програми) обмежень (2) – (4) можна зробити висновок і за допомогою результатів її тестування [4].

Отже, з усього вищесказаного випливає, що отримання якісних апріорних оцінок, зокрема, оцінок точності E та її складової – похибки методу, є одним з вагомих резервів оптимізації обчислень для покращення якості о. а. – програм розв'язування задачі наближеного інтегрування швидкоосцилюючих функцій (1). В цьому сенсі дуже важко переоцінити важливість виявлення та уточнення апріорної інформації про задачу, оскільки:

1) чим якісніша інформація про задачу, тим якісніший наближений розв'язок, на який ми можемо розраховувати;

2) максимальне використання усієї наявної інформації про задачу дає змогу звузити клас задач, що розв'язуються, і тим самим підвищує потенційну спроможність чисельного методу;

3) чим точніша вихідна інформація, тим точніші оцінки похибки і менша область невизначеності наближеного розв'язку задачі;

4) на аналізі оцінок похибки ґрунтується комп'ютерна технологія розв'язування задач із заданими характеристиками якості за точністю і швидкодією.

Для отримання якісного розв'язку задачі (1), а також оцінок похибки наближеного розв'язку, тобто для визначення і підтвердження його якості, необхідна відповідна апріорна інформація. Наприклад, інформація про існування у функції $f(x)$ похідної певного порядку, про обмеженість цієї похідної, чи про те, що вона задовольняє умові Гельдера з заданими константою і показником тощо. Зазвичай таку інформацію подають фахівці, які вже вивчили той чи інший процес чи явище, та знають його параметри, наприклад, такі як швидкість або прискорення, з якими він відбувається. Але, якщо ця інформація задана з великою похибкою, то і наближений розв'язок, і оцінка його точності можуть виявитися неякісними. Ця інформація може бути отримана також за допомогою алгоритмів виявлення та уточнення апріорної інформації.

У даній роботі розглянемо алгоритм, який дозволяє, використовуючи дискретну інформацію про підінтегральну функцію $f(x)$, зробити певні висновки про її властивості, занурити її у відповідний клас F, а також звузити цей клас за рахунок більш точного визначення його параметрів, таких як порядок диференційованості, показник Гельдера чи константа Ліпшиця. Для побудови алгоритму, використаємо результати роботи [5].

Припустимо, що інформація про функцію $f(x)$ задана N значеннями функції $f_\nu = f(x_\nu)$ у вузлах сітки

$$\Delta \ : \ a = x_0 < x_1 < ... < x_{N-1} = b .$$

Для спрощення викладок припустимо, що сітка Δ – рівномірна, $N = 2^\gamma + 1$, крок $h = (b-a)/N$.

Задамо послідовність сіток

$$\Delta^\lambda \ : \ a = x_0^\lambda < x_1^\lambda < ... < x_{N_\lambda - 1}^\lambda = b ,$$

які складені із вузлів сітки Δ і задовільняють умовам:

$$N_\lambda = 2^\lambda + 1, \ \lambda = \overline{1,\gamma}, \ N_\gamma = N , \ \Delta^\gamma = \Delta .$$

Тоді для кожної з сіток послідовності задані f_ν^λ – значення функції $f(x)$, $x \in [a,b]$, у вузлах сітки Δ^λ, $f_\nu^\lambda = f(x_\nu^\lambda)$.

Спираючись на результати роботи [6], можна стверджувати, що існує метод побудови апроксиманта $S_\lambda(x)$ за значеннями $f(x)$ у вузлах сітки Δ^λ, такий, що наближає функцію $f(x)$, яка має на відрізку $[a,b]$ неперервну похідну порядку m з модулем неперервності $\omega(f^{(m)}, h_\lambda)$ з похибкою

$$E(f, S_\lambda) = \max_{x \in [a,b]} \left| f(x) - S_\lambda(x) \right| \le O(h_\lambda{}^m \cdot \omega(f^{(m)}, h_\lambda)) , \qquad (5)$$

де h_λ – крок сітки Δ^λ.

Припустимо також, що

$$\omega(f^{(m)}, h_\lambda) = O(h_\lambda{}^\alpha), \ \ 0 < \alpha \le 1 . \qquad (6)$$

Тоді вираз (5) можна представити як

$$E(f, S_\lambda) \le O \quad (h_\lambda{}^{m+\alpha}) . \qquad (7)$$

У роботі [6] доведено, що співвідношення (7) виконується, наприклад, для похибки $E(f, S_\lambda)$ відновлення функції $f(x)$ інтерполяційним сплайном $S_\lambda(x)$. Позначивши $\beta = m + \alpha$, вираз (7) при досить малому h_λ можна наближено записати як

$$E(f, S_\lambda) \approx C h_\lambda{}^\beta , \qquad (8)$$

де C – деяка константа.

Із співвідношення (8) випливає очевидна наближена рівність

$$\frac{E(f, S_\lambda)}{E(f, S_{\lambda+1})} \approx \left(\frac{h_\lambda}{h_{\lambda+1}} \right)^\beta ,$$

з якої можна отримати оцінку β_λ величини β:

$$\beta_\lambda = \frac{\log[E(f,S_\lambda)/E(f,S_{\lambda+1})]}{\log(h_\lambda/h_{\lambda+1})}. \tag{9}$$

При $\lambda = 1,2,...,\gamma$, отримаємо послідовність β_1, β_2, … , β_γ оцінок для β. Шляхом виявлення тенденції у поведінці послідовності β_λ, $\lambda = 1,2,...,\gamma$, можна наближено визначити β.

Нехай для деяких членів послідовності β_λ виконується нерівність

$$\left|\beta_{\lambda_1+s} - \beta_{\lambda_1}\right| \le \delta_1, \tag{10}$$

де s – деяке ціле додатнє число, δ_1 – досить мала додатня величина. Ця нерівність з деякою вірогідністю говорить про те, що величини β_λ застабілізувалися і за наближене значення β можна прийняти $\tilde{\beta} = \beta_{\lambda_1+s}$. Якщо не вдається встановити нерівність (10), то це може бути пов’язане: по-перше, з тим, що якісь із припущень (5) – (7) не виконуються; по-друге, з похибкою вхідних даних та заокруглень; по-третє, з тим, що вхідної інформації недостатньо для виявлення тенденції, наприклад, N не достатньо велике. Ці висновки можна використати для визначення подальших напрямків продовження дослідження.

Нехай тенденція в поведінці величин β_λ, $\lambda = 1,2,...,\gamma$, виявлена і отримана оцінка $\tilde{\beta}$. Тоді можна зробити наступний висновок: якщо $\tilde{\beta} = m + \alpha$, де m – ціле число, і $0 < \alpha \le 1$, то $f(x)$ має похідну порядку m, яка задовольняє умові Гельдера з показником α.

Вище припускалося, що вхідні дані задачі точно. Нехай тепер

$$\left|f_\nu^\lambda - f(x_\nu^\lambda)\right| < \varepsilon_\nu,\ \ \nu = \overline{1, N_\lambda},\ \ \varepsilon_\nu > 0,\ \ \varepsilon = \max_\nu \varepsilon_\nu. \tag{11}$$

Позначимо $S_{\lambda,\varepsilon}(x)$ – функцію, побудовану за наближеними вхідними даними тим же методом, що і функція $S_\lambda(x)$. Тоді похибка наближення функції $f(x)$ за допомогою функції $S_{\lambda,\varepsilon}(x)$ обмежена сумою похибки методу наближення $f(x)$ функцією $S_\lambda(x)$ і похибки, що виникає у наслідок неточності задання вихідних даних:

$$E(f,S_{\lambda,\varepsilon}) \le E(f,S_\lambda) + E(S_\lambda,S_{\lambda,\varepsilon}).$$

З результатів роботи [6] випливає, що у випадку, коли $f(x)$ має на відрізку $[a,b]$ неперервну похідну порядку m, яка задовольняє умовам (5) – (6), і за апроксимант береться інтерполяційний сплайн з рівновіддаленими вузлами на скінченному відрізку $S_\lambda(x)$, то побудований за наближеними значеннями функції $f(x)$ сплайн $S_{\lambda,\varepsilon}(x)$ відрізняється від $S_\lambda(x)$ у вузлах сітки на величини, що не перевищують ε і при цьому

$$E(S_\lambda,S_{\lambda,\varepsilon}) \le O(\varepsilon),\ E(f,S_{\lambda,\varepsilon}) \le O(h_\lambda^{m+\alpha}) + O(\varepsilon).$$

Оптимальною за порядком точності сіткою при заданому ε є сітка з кроком $h_\lambda = O(\varepsilon^{1/(m+\alpha)})$. У цьому випадку $E(f, S_{\lambda,\varepsilon}) \le O(\varepsilon)$.

Наведемо покроковий опис розглянутого алгоритму.

Алгоритм виявлення і уточнення апріорної інформації.

Крок 1. На відрізку $[a,b]$ будуємо рівномірні (з кроками h_i) сітки Δ^i: $a = x_0^i < x_1^i < ... < x_{N_i-1}^i = b$, кількість вузлів яких $N_i = 2^i + 1$, $i = i_0, i_0 + 1, ..., \gamma$, де початкове значення i_0 та кінцеве γ – задані, $i_0 << \gamma$.

Крок 2. Як апроксимант функції $f(x)$ використаємо локальний параболічний сплайн $S_i(x)$:

$$S_i(x) = f_{i,\nu} + \left[\frac{f_{i,\nu+1} - f_{i,\nu}}{h_i} - \frac{3M_\nu + M_{\nu+1}}{8} h_\nu \right] \left(x - x_\nu \right) + \frac{M_\nu}{2} \left(x - x_\nu \right)^2 +$$

$$+ \frac{M_{\nu+1} - M_\nu}{2} \left(x - \frac{x_{\nu+1} - x_\nu}{2} \right)_+^2, \text{ де } M_\nu = S_i''(x_\nu),\ f_{i,\nu} = f(x_\nu^i),\ \nu = \overline{0, N_i - 1},$$

$$x_+ = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ x & \text{при} \quad x > 0. \end{cases}$$

Щоб визначити коефіцієнти M_ν, потрібно розв'язати систему $N_i + 1$ лінійних рівнянь з $N_i + 1$ невідомими:

$$M_0 = M_1,$$
$$0.5 M_{\nu-1} + M_\nu + M_{\nu+1} = \phi_\nu,\ \nu = \overline{1, N_i - 1},$$
$$M_{N_i - 1} = M_{N_i}.$$

Тут $\phi_\nu = 4\left(f_{i,\nu+1} - 2 f_{i,\nu} + f_{i,\nu-1} \right) / h_i^2$.

Матриця цієї системи – трьохдіагональна з діагональною перевагою і має єдиний розв'язок.

Як сказано вище, для $S_i(x)$ виконується співвідношення (8).

Обчислюємо наближене значення $E(f, S_i)$ за формулою:

$$E(f, S_i) = \max_{k,j} \left| f(z_{k,j}^i) - S_i(z_{k,j}^i) \right|,$$

де $z_{k,j}^i = x_k^i + j \dfrac{h_i}{n_i}$, $k = \overline{0, N_i - 1}$, $j = \overline{1, n_i}$, n_i – задане.

Крок 3. За формулою (9) обчислюємо оцінки β_i. Перевіряємо співвідношення

$$\left| \beta_i - \beta_{i-1} \right| \le \bar{\delta}, \tag{12}$$

де $\bar{\delta}$ – задане.

Якщо для деякого $i = l$, $l < \gamma$ нерівність (12) виконується, то переходимо на крок 4.

Якщо серед членів послідовності $\{\beta_i\}$, $i = i_0, i_0 + 1, ..., \gamma$ не знайшлося такого, для якого виконується нерівність (12), то переходимо на крок 5.

Крок 4. Обчислюємо n наступних β_{l+r}, $r = \overline{1, n}$, n – задане, виконання нерівності

$$\left|\beta_{l+r} - \beta_l\right| \le \bar{\delta} . \tag{13}$$

Якщо вона виконується, то вважатимемо, що закономірність у поведінці членів послідовності $\{\beta_i\}$ виявлена, покладаємо $\tilde{\beta} = \beta_{l+n}$ і переходимо на крок 6. Якщо ні, то при $l < \gamma$ переходимо на крок 3 та перевіряємо виконання нерівності (12) для наступних членів послідовності $\{\beta_i\}$, починаючи з $\beta_i = \beta_{s+1}$, при $s \ge \gamma$, переходимо на крок 5.

Крок 5. Тенденцію у поведінці β_i не виявлено. Цей результат може бути пов'язаний, зокрема, з тим, що якісь із припущень (5) – (7) не виконуються, наприклад, функція $f(x)$ не має похідної порядку m, яка задовольняє умові Гельдера з показником α, або з великою похибкою вхідних даних та заокруглень, або з тим, що вхідної інформації недостатньо для виявлення тенденції, наприклад, N і відповідно γ не достатньо великі. Потрібно продовжити дослідження з метою усунення вищеназваних причин.

Крок 6. Маючи уточнену оцінку $\tilde{\beta} = m + \alpha$, знаходимо $m = [\tilde{\beta}]$, $\alpha = \tilde{\beta} - [\tilde{\beta}]$, де $[\tilde{\beta}]$ – ціла частина числа $\tilde{\beta}$.

Щоб знайти наближене значення константи Гельдера функції $f(x)$, скористаємось наступними результатами: у [3] доведено, що у випадку, коли функція $f(x)$ має похідну порядку m ($m = 0, 1, 2, 3$), яка задовольняє умові Гельдера з показником α, наближається інтерполяційним параболічним або кубічним сплайном $S_{n,\lambda,\varepsilon}(x)$ ($n = 2, 3$ – степінь сплайна) з рівновіддаленими вузлами на скінченному відрізку $[a, b]$, побудованим за наближеними вхідними даними (11), то для похибки наближення m-ї похідної функції $f(x)$ m-ю похідною сплайна $S_{n,\lambda,\varepsilon}(x)$ маємо наступну оцінку:

$$E(f^{(m)}, S^{(m)}_{n,\lambda,\varepsilon}) \le O(h_\lambda^{n+\alpha-m}) + \varepsilon \cdot O(h_\lambda^{-m}) , \ n = 2, 3 , \ m = \overline{0, n} .$$

Отже, оптимальною за порядком точності сіткою при заданому ε є сітка з кроком

$$h_\lambda = O(\varepsilon^{1/(n+\alpha)}) \tag{14}$$

і у цьому випадку

$$E(f^{(m)}, S^{(m)}_{\lambda,\varepsilon}) \le O(\varepsilon^{(n+\alpha-m)/(n+\alpha)}) . \tag{15}$$

Отже, виберемо сітку $\Delta^{\lambda}: a = x_0^{\lambda} < x_1^{\lambda} < ... < x_{N_{\lambda}-1}^{\lambda} = b$, з кроком h_{λ}, що задовольняє умові (14) і за наближене значення константи Гельдера функції $f^{(m)}(x)$ приймемо величину

$$\tilde{L} = \max_{0 \le \nu \le n} \frac{\left| S_{n,\lambda,\varepsilon}^{(m)}(x_{\nu}) - S_{n,\lambda,\varepsilon}^{(m)}(x_{\nu-1}) \right|}{\left| x_{\nu} - x_{\nu-1} \right|^{\alpha}}. \quad (16)$$

Обчисливши за допомогою даного алгоритму оцінки m, α та $\tilde{L}$, «занурюємо» функцію $f(x)$ в один з класів функцій F, F_N або $F_{N,\varepsilon}$, для яких відомі оптимальні за точністю або близькі до них методи розв'язування задачі наближеного інтегрування швидкоосцилюючих функцій [2] і будуємо розв'язок задачі (1), який задовольняє умови (2) – (4).

Висновки. В роботі побудовано алгоритм, який дозволяє, використовуючи дискретну інформацію про підінтегральну функцію $f(x)$, уточнити такі її параметри, як порядок диференційованості, показник Гельдера, константа Ліпшиця, «занурити» її у відповідний клас F, F_N або $F_{N,\varepsilon}$, що надає змогу отримати якісний наближений розв'язок задачі (1) і більш точні оцінки похибки цього розв'язку. Скориставшись цими оцінками, ще до розв'язування задачі (1) можна судити про можливість її розв'язування з необхідними характеристиками якості. На такому аналізі оцінок похибки ґрунтується комп'ютерна технологія розв'язування задач із заданими характеристиками якості за точністю і швидкодією.

Л.В. Луц, В.К. Задирака

ЭЛЕМЕНТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРИБЛИЖЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ С ВЫЯВЛЕНИЕМ И УТОЧНЕНИЕМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Приведен алгоритм выявления и уточнения исходной информации о подынтегральной функции для задачи приближенного интегрирования быстроосциллирующих функций, позволяющий получить качественное приближенное решение и более точные оценки его погрешности.

L.V. Luts, V.K. Zadiraka

ELEMENTS OF COMPUTER TECHNOLOGY OF SOLVING THE PROBLEM OF RAPIDLY OSCILLATING FUNCTION APPROXIMATE INTEGRATION WITH IDENTIFYING AND CLARIFYING THE A PRIORI INFORMATION

An algorithm is given for identifying and clarifying the a priori information on the integrand for the problem of approximate integration of rapidly oscillating functions, which makes it possible to obtain a qualitative approximate solution and more accurate estimates of its error.

1. *Сергієнко І.В., Задірака В.К., Литвин О.М.* Елементи загальної теорії оптимальних алгоритмів та суміжні питання. Київ: Наук. думка, 2012. 404 с.
2. *Сергієнко І.В., Задірака В.К., Литвин О.М., Мельникова С.С., Нечуйвітер О.П.* Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування. Т. 1. *Алгоритми*. Київ: Наук. думка, 2011. 448 с. Т. 2. *Застосування*. Київ: Наук. думка, 2011. 348 с.
3. *Задірака В.К., Бабич М.Д., Березовський А.І., Бесараб П.М., Гнатів Л.О., Людвиченко В.О. Т*-ефективні алгоритми наближеного розв'язання задач обчислювальної та прикладної математики. Тернопіль: "Збруч", 2003. 261 с.
4. *Бабич М.Д., Задирака В.К., Сергиенко И.В.* Вычислительный эксперимент в проблеме оптимизации вычислений. *Кибернетика и системный анализ*. 1999. Ч. 1, № 1. С. 51 – 63; 1999. Ч. 2, № 2. С. 59 – 79.
5. *Березовский А.И., Кондратенко О.С.* О выявлении и уточнении априорной информации. *Управляющие системы и машины*. 1997. № 6. С. 17 – 22.
6. *Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н.* Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука, 1976. 248 с.

Одержано 25.04.2017

Про авторів:

Луц Лілія Володимирівна,
кандидат фізико-математичних наук,
науковий співробітник Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України,
E-mail: lv1@ukr.net

Задірака Валерій Костянтинович,
академік НАН України,
завідувач відділу Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України,
E-mail: zvk140@ukr.net