Компьютерная математика

Экспертные системы, методы индуктивного вывода

УДК 681.3

С.В. ЄРШОВ, Ф.В. КОСТУКЕВИЧ

МЕТОД АНАЛІЗУ СУПЕРЕЧЛИВОСТЕЙ ІНФОРМАЦІЙНИХ СТАНІВ У НЕЧІТКИХ БАЙЄСІВСЬКИХ МЕРЕЖАХ

Запропоновано метод аналізу впливу експертної інформації на стани складних систем, які моделюються нечіткими мережними моделями: байєсівськими мережами з використанням апарату теорії нечітких множин. Описано математичний апарат, який на основі алгоритму розповсюдження довіри над вторинною структурою (над вузловим деревом) дозволяє обчислити міру суперечливості між відомими станами системи.. Розглянуті умови коректності роботи запропонованого методу.

Вступ. Байєсівські мережі (БМ) ефективно застосовуються для імовірнісного моделювання, оскільки дозволяють оцінити та прогнозувати стани складних систем за умов невизначеності [1, 2]. Побудова більш адекватних моделей для систем на основі БМ, є можливим, якщо залучити до розв'язання проблем апарат теорії нечітких множин [3]. Метод даної роботи є розробка та обґрунтування методу аналізу суперечностей між станами нечітких БМ. Обґрунтування зазначеного методу спирається на результати досліджень [4 – 7] та узагальнює методи та алгоритми в області БМ [8 – 9].

В представленій статті основна увага приділена поняттю міри суперечностей на множині свідчень в нечіткому вимірі за допомогою нечітких чисел, здійснена імплементація цих понять у математичний апарат процедур оцінювання та прогнозування станів досліджуваної системи.

Нечіткі оцінки імовірностей та операції над ними. Під нечіткою оцінкою імовірності P (далі просто – нечіткою імовірністю) будемо розуміти нечітке число P_{fuz}, яке визначено на чіткій підмножині універсальної множини [0;1]; $\mu_{P_{fuz}}$, $dom(\mu_{P_{fuz}}) \subseteq [0;1]$ – його функція належності та область її визначення відповідно.

Результатом операції «$\otimes$» (додавання «+», добутку «·», різниці «–») нечітких імовірностей P_{fuz1} та P_{fuz2}, які задані α-перетинами [3], нечітких (толерантних або унімодальних) чисел, є нечітка імовірність P_{fuz3}:

$$P_{fuz3} = P_{fuz1} \otimes P_{fuz2} = \bigcup_{\sim \in [0,1]} [a_1^{\sim} \otimes b_1^{\sim}, a_2^{\sim} \otimes b_2^{\sim}] \quad (1)$$

з функцією приналежності

$$\mu_{P_{fuz3}}(x_3) = \sup_{P_{fuz3} = P_{fuz1} \otimes P_{fuz2}} \min(\mu_{P_{fuz1}}(x_1), \mu_{P_{fuz2}}(x_2)), \quad (2)$$

де $x_i \in dom(\mu_{P_{fuz\,i}})$, i = 1, 2, 3.

Для ранжування нечітких імовірностей обрано метод, який ґрунтується на центрі тяжіння нечіткого числа. Цей метод враховує природу нечіткої імовірності P_{fuz} для кожного α-перерізу [10] та обчислюється за формулою

$$m_{P_{fuz}} = \int_{dom(\mu_{P_{fuz}})} x\mu_{P_{fuz}}(x)dx \;\Big/ \int_{dom(\mu_{P_{fuz}})} \mu_{P_{fuz}}(x)dx, \quad (3)$$

де $\mu_{P_{fuz}}$ – функція приналежності нечіткої імовірності P_{fuz}.

Масштабування нечіткої імовірності P_{fuz1} за допомогою нечіткої імовірності P_{fuz2} – це процес перетворення нечіткої імовірності P_{fuz1} в P_{fuz3} за формулою

$$P_{fuz3} = P_{fuz1} \div P_{fuz2} = \bigcup_{\sim \in [0,1]} [a_1^{\sim} / b_1^{\sim}, a_2^{\sim} / b_2^{\sim}], \quad (4)$$

з функцією приналежності

$$\mu_{P\,fuz3}(x_3) = \mu_{P\,fuz1}(x_1) / \mu_{P\,fuz2}(x_2),, \; x_i \in dom(\mu_{P_{fuz\,i}}),\; i = 1, 2, 3, \quad (5)$$

де символи «$\div$», «/» – тут і надалі символи нечіткого та чіткого ділення відповідно. Нечіткі імовірності $P_{fuz\,i}, i = 1, 2, ...n$, нормалізуються за формулою $P_{fuz\,i} = P_{fuz\,i} \div P_{fuz}$, де $P_{fuz} = \sum_{i=1}^{n} P_{fuz\,i}$. Після нормалізації $\sum_{i=1}^{n} P_{fuz\,i} = 1$ (чітка 1).

Нечіткі імовірнісні потенціали та нечітка БМ. Розширенням класичного поняття розподілу чітких імовірностей є поняття нечіткого імовірнісного потенціалу.

Нехай $X = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ – множина імовірнісних змінних, область визначення яких – це повна (вичерпна) множина подій, що взаємно виключають одна одну. Декартовий добуток областей визначення змінних множини X утворює простір станів, який позначається dom(X), а екземпляр $x \in$dom(X), який називається інформаційним станом (надалі, коротко, станом), асоціюється або умовнозалежними подіями, або з умовними подіями.

Інформація, яка отримана експертом з зовнішніх джерел про стани змінних з множини Y, де $Y \subseteq X$, називається свідченням (або спостереженням) та позначається $Y = \varepsilon_Y$ або скорочено ε_Y. Множина станів змінних з множини $X \backslash Y$, для яких відсутні свідчення, називаються гіпотезами.

Нечіткий імовірнісний потенціал (далі, де це не приводить до двозначності – коротко, потенціал) – це функція $\varphi:\mathrm{dom}(X)\to\{P_{fuz\,i}\}$ (i = 1, 2,… $m = |\mathrm{dom}(X)|$), яка ставить у відповідність кожному стану $x_i\in\mathrm{dom}(X)$ нечітку імовірність $P_{fuz\,i}$. Область визначення потенціалу $\mathrm{dom}(\varphi) = \mathrm{dom}(X)$. Потенціал, який визначений над простором станів $\mathrm{dom}(X)$, позначається φ_X або $\varphi(X)$. Якщо елементи простору станів $\mathrm{dom}(X)$ – це умовно-залежні стани, тоді потенціал $\varphi(X)$ – це розподіл умовних нечітких імовірностей, інакше – він визначає загальний розподіл нечітких імовірностей змінних множини X.

Над нечіткими імовірнісними потенціалами, як і над чіткими потенціалами [6], визначені операції суми, добутку, різниці, маргіналізації (проектування на підмножину), масштабування та нормалізації.

Нехай φ_1 та φ_2 – це потенціали, які визначені над $\mathrm{dom}(X)$, $X\subseteq W$, та $\mathrm{dom}(Y)$, $Y\subseteq W$ відповідно, а z є деяким станом таким, що $z\in\mathrm{dom}(X\cup Y)$, $X\cup Y\subseteq W$ (W – множина змінних).

Тоді сума (добуток, різниця) потенціалів $\varphi_1\otimes\varphi_2$ визначається через суму (добуток, різницю) нечітких імовірностей для відповідних станів простору $\mathrm{dom}(X\cup Y)$ за формулою:

$$(\varphi_1\otimes\varphi_2)(z) = \varphi_1(z_X)\otimes\varphi_2(z_Y), \qquad (6)$$

де z_X та z_Y – проекції z на $\mathrm{dom}(X)$ та $\mathrm{dom}(Y)$ відповідно, $\otimes$ – позначення операції суми «+» (добутку «·», різниці «–» відповідно). Важливо відмітити, що перед додаванням (відніманням, множенням) потенціалів їх області визначення розширюються до $\mathrm{dom}(Z) = \mathrm{dom}(X\cup Y)$, а елементами цієї області визначення є стани z простору $\mathrm{dom}(Z)$.

Нехай X – множина змінних, над якими визначено нечіткий імовірнісний потенціал $\varphi(X)$ та нехай $W\subseteq X$. Тоді результат маргіналізації $\varphi(X)$ на W, який позначається як $\varphi^{\downarrow W}(X)$, буде нечіткий імовірнісний потенціал, визначений над $\mathrm{dom}(W)$ та який обчислюється за однією з формул

$$\varphi^{\downarrow W}(X) = \varphi(W) = \sum_{y\in\mathrm{dom}(X\setminus W)} \varphi(x_W, y), \qquad (7)$$

$$\varphi^{\downarrow W}(X) = \varphi(W) = \max_{y\in\mathrm{dom}(X\setminus W)} \varphi(x_W, y), \qquad (8)$$

де $(x_W, y)\in\mathrm{dom}(X)$.

Масштабування потенціалів відбувається за формулою:

$$(\varphi_1\div\varphi_2)(z) = \begin{cases} \varphi_1(z_X)\div\varphi_2(z_Y), & \text{якщо } \varphi_2(z_Y)\neq 0, \\ 0 & \text{в інших випадках,} \end{cases} \qquad (9)$$

де z_X та z_Y є проекціями z на $\mathrm{dom}(X)$ та $\mathrm{dom}(Y)$ відповідно.

Нормалізація потенціалу виконується згідно формули:

$$\eta(\varphi(\mathrm{X})) = \varphi(\mathrm{X}) \div \sum_{x \in \mathrm{dom}(\mathrm{X})} \varphi(x), \tag{10}$$

БМ $N = (X, G, \Phi)$ називається нечіткою (рис. 1, а), якщо вона складається з:

1) ациклічного орграфа $G = (V, E)$ з вершинами $V = \{v_1,\ldots, v_n\}$ та дугами $E = V \times V$;

2) множини імовірнісних змінних X, які представлені вершинами графа G;

3) множини нечітких імовірнісних потенціалів $\Phi = \{\varphi(X_{v_1} \mid X_{pa(v_1)}, \ldots,$ $\ldots, \varphi(X_{v_n} \mid X_{pa(v_n)}\}$, які представляють апріорний розподіл нечітких імовірностей (умовних та маргінальних); $X_{pa(v)}$ – тут та надалі це множина батьківських змінних для підмножини змінних $X_v \in X$.

Метод аналізу протиріч над множиною свідчень. В загальному випадку, зміст задач імовірнісного виведення, які розв'язуються в процесі моделювання нечітких мережних моделей довіри, – це встановити, як змінюються нечіткі імовірнісні змінні моделі, якщо стало відомо, що деякі з них перебувають в певних станах, тобто отримали свідчення. Метод аналізу протиріч дозволяє виявити та кількісно охарактеризувати можливі протиріччя між свідченнями. Під час конструювання міри суперечності, припустимо, що нормальною (такою, що відповідає побудованій моделі) поведінкою свідчень є така поведінка, яка задовольняє нерівність

$$\varphi(\mathrm{X_i} = \varepsilon_\mathrm{i} \mid \mathrm{X_j} = \varepsilon_\mathrm{j}) > \varphi(\mathrm{X_i} = \varepsilon_\mathrm{i}), \tag{11}$$

де ε_i та ε_j – свідчення. Виходячи з цього припущення та з співвідношення

$$\varphi(X_i = \varepsilon_i, X_j = \varepsilon_j) = \varphi(X_i = \varepsilon_i \mid X_j = \varepsilon_j)\varphi(X_j = \varepsilon_j)$$

міра суперечності конструюється так, щоб вказати можливе протиріччя, коли розподіл спільних нечітких імовірностей для свідчень є меншим, ніж добуток розподілів нечітких імовірностей окремих частин свідчення, заданого на основі моделі. Також припускаємо, що існує можливе протиріччя, між двома частинами свідчень ε_i та ε_j, якщо

$$\frac{\varphi(X_i = \varepsilon_i)\varphi(X_j = \varepsilon_j)}{\varphi(X_i = \varepsilon_i, X_j = \varepsilon_j)} > 1 \Leftrightarrow \log \frac{\varphi(X_i = \varepsilon_i)\varphi(X_j = \varepsilon_j)}{\varphi(X_i = \varepsilon_i, X_j = \varepsilon_j)} > 0, \tag{12}$$

тобто ε_i та ε_j мають негативну кореляцію. Таким чином, як міру суперечливості розглядаємо співвідношення

$$\mathrm{conf}(\varepsilon) = \log \frac{\varphi(\varepsilon_i)\varphi(\varepsilon_j)}{\varphi(\varepsilon_i, \varepsilon_j)}, \tag{13}$$

де $\varepsilon = \{\varepsilon_i, \varepsilon_j\}$. Головне припущення полягає у тому, що частини свідчення є позитивно скорельовані таким чином, що $\varphi(\varepsilon) > \prod_{i=1}^{n} \varphi(\varepsilon_i)$. З цим припущенням загальна міра визначається як

$$\mathrm{conf}(\varepsilon) = \mathrm{conf}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n) = \log \frac{\prod_{i=1}^{n} \varphi(\varepsilon_i)}{\varphi(\varepsilon)}. \quad (14)$$

Це співвідношення вказує, що позитивне значення міри суперечливості $\mathrm{conf}(\varepsilon)$ є ознакою можливої суперечності.

Приклад 1. На рис. 1, а показано БМ, яка ініціалізована нечіткими імовірнісними потенціалами $\varphi(A), \varphi(B), \varphi(C \mid A), \varphi(D \mid A), \varphi(E \mid A), \varphi(F \mid B)$, $\varphi(G \mid C, D)$, $\varphi(I \mid D, E)$, $\varphi(K \mid, F)$, $\varphi(G, I, K)$. Оригінальний підхід та ефективний алгоритм розв'язання цієї NP-складної імовірнісної задачі виведення викладені в [8, 9]. Варто зазначити, що цей підхід має два етапи: 1) трансформація початкової мережі в структуру типу «вузлове дерево»; 2) розв'язання задач імовірнісного виведення на вузловому дереві. На рис. 1, б показано відповідне вузлове дерево.

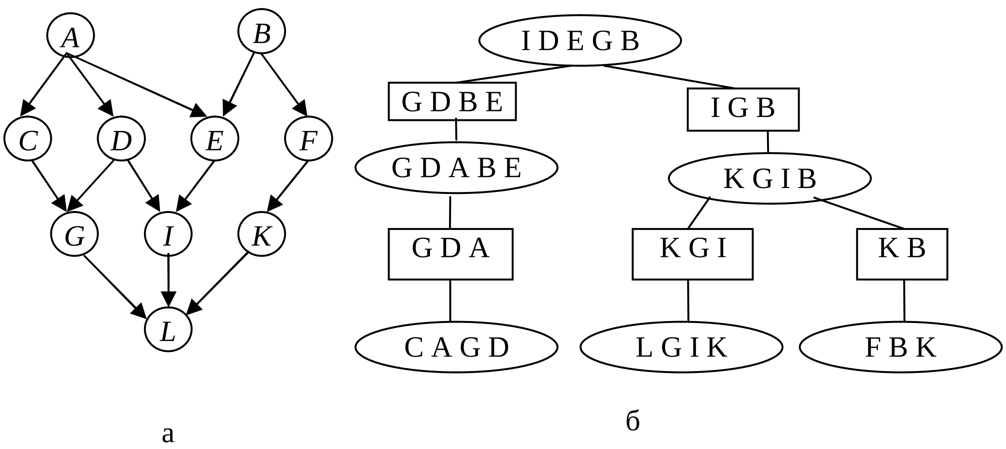

РИС. 1. Приклади графових моделей: а – БМ, б – вузлового дерева

Нехай для БМ експерт з предметної області отримав множину свідчень про стани $\varepsilon = \{L = l_1, B = b_2, G = g_3\}$, для скорочення надалі цю множину станів позначатимемо $\varepsilon = \{\varepsilon_l, \varepsilon_b, \varepsilon_g\}$. З інформації про предметну область та з побудованої моделі, експерт міг би зробити висновок, що значення свідчень є суперечливими. Міра протиріч обчислюється за формулою

$$\mathrm{conf}(\varepsilon) = \mathrm{conf}(\varepsilon_l, \varepsilon_b, \varepsilon_g) = \log \frac{\varphi(\varepsilon_l)\varphi(\varepsilon_b)\varphi(\varepsilon_g)}{\varphi(\varepsilon)}. \quad (15)$$

Якщо $\mathrm{conf}(\varepsilon) > 0$, тоді отриманий результат вказує на можливу суперечність у множині свідчень ε.½

Моніторинг (трасування) суперечливостей. Моніторинг джерела суперечливості досягається обчисленням міри конфлікту $\mathrm{conf}'(\varepsilon)$ для всієї підмножини $\varepsilon' \subseteq \varepsilon$. Моніторинг суперечливості для всіх підмножин є обчислювально складною проблемою оскільки складність задачі експоненціально залежить від розміру множини свідчень.

Приклад 2. На основі результатів прикладу 1 проведемо моніторинг та локалізуємо знайдену суперечність. Це досягається виконанням обчислень міри суперечності для всіх підмножин ε', що складаються з пар свідчень, множини ε. Для трьох складових множини свідчень існує три підмножини свідчень, які аналізуються. Для підмножини $\varepsilon_{lb} = \{\varepsilon_l, \varepsilon_b\}$ міра суперечності обчислюється за формулою $conf(\varepsilon_l, \varepsilon_b) = \log \dfrac{\varphi(\varepsilon_l)\varphi(\varepsilon_b)}{\varphi(\varepsilon)}$ і припустимо, для визначеності, що $\mathrm{conf}(\varepsilon_l, \varepsilon_b) > 0.$ Для підмножини $\varepsilon_{lg} = \{\varepsilon_l, \varepsilon_g\}$ міра суперечності обчислюється за формулою $\mathrm{conf}(\varepsilon_l, \varepsilon_g) = \log \dfrac{\varphi(\varepsilon_l)\varphi(\varepsilon_g)}{\varphi(\varepsilon)}$ і припустимо, для визначеності, що $\mathrm{conf}(\varepsilon_l, \varepsilon_g) < 0.$ Для підмножини $\varepsilon_{bg} = \{\varepsilon_b, \varepsilon_g\}$ міра суперечності обчислюється за формулою $\mathrm{conf}(\varepsilon_b, \varepsilon_g) = \log \dfrac{\varphi(\varepsilon_b)\varphi(\varepsilon_g)}{\varphi(\varepsilon)}$ і припустимо, для визначеності, що $\mathrm{conf}(\varepsilon_b, \varepsilon_g) < 0.$ Ці обчислення показують, що існує суперечливість (часткова) в підмножині $\varepsilon_{lb} = \{\varepsilon_l, \varepsilon_b\},$ водночас немає суперечностей у підмножинах $\varepsilon_{lg} = \{\varepsilon_l, \varepsilon_g\}$ та $\varepsilon_{bg} = \{\varepsilon_b, \varepsilon_g\}.$ Отже, джерело суперечності (глобальної) у множині свідчень ε може локалізуватись у частковій суперечності між свідченнями ε_l та ε_b. ½

Нехай, ε_i та ε_j будуть двома підмножина свідчення $\varepsilon,$ що не перетинаються між собою, такими, що $\varepsilon = \varepsilon_i \cup \varepsilon_j.$ Глобальна суперечливість $\mathrm{conf}(\varepsilon)$ обчислюється з локальної суперечливості $\mathrm{conf}(\{\varepsilon_i, \varepsilon_j\})$ та часткових суперечностей $\mathrm{conf}(\varepsilon_i)$ та $\mathrm{conf}(\varepsilon_j)$ за формулою

$$\mathrm{conf}(\varepsilon) = \mathrm{conf}(\{\varepsilon_i, \varepsilon_j\}) + \mathrm{conf}(\varepsilon_i) + \mathrm{conf}(\varepsilon_j). \tag{16}$$

Приклад 3. На основі результатів прикладу 2 міра локальної суперечності обчислюється за формулою

$$\mathrm{conf}(\{\varepsilon_l, \varepsilon_b\}, \varepsilon_g) = \log \frac{\varphi(\varepsilon_l, \varepsilon_b)\varphi(\varepsilon_g)}{\varphi(\varepsilon)}. \tag{17}$$

Тоді глобальна суперечність обчислюється на основі локальної та часткової мір суперечностей за формулою

$$\operatorname{conf}(\varepsilon)=\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b,\varepsilon_g\})=\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\},\varepsilon_g)+\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\})+\operatorname{conf}(\varepsilon_g)=$$

$$=\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\},\varepsilon_g)+\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\})+0=\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\},\varepsilon_g)+\operatorname{conf}(\{\varepsilon_l,\varepsilon_b\}).$$ ½

Розв'язання суперечливості свідчень. Нехай $\varepsilon=\{\varepsilon_1,\varepsilon_2,...,\varepsilon_n\}$ – множина свідчень, для яких міра суперечливості вказує на можливе існування суперечності, тобто $\operatorname{conf}(\varepsilon)>0.$ Також, нехай h буде гіпотезою, яка могла б пояснити свідчення, тобто $\operatorname{conf}(\varepsilon\cup\{h\})\le 0.$ Тобто, якщо нам також відомо, що гіпотеза h є істинною, тоді ми не очікуємо появи суперечності. Обчислимо за формулою (13) міру суперечності:

$$\operatorname{conf}(\varepsilon\cup\{h\})=\operatorname{conf}(\varepsilon,h)+\operatorname{conf}(\varepsilon)+\operatorname{conf}(h)=\log\frac{\varphi(h)}{\varphi(h\,|\,\varepsilon)}+\operatorname{conf}(\varepsilon). \quad (18)$$

Якщо $\operatorname{conf}(\varepsilon\cup\{h\})\le 0,$ тоді $\operatorname{conf}(\varepsilon)\le\log\dfrac{\varphi(h\,|\,\varepsilon)}{\varphi(h)}$ і h може бути обґрунтуванням наявної суперечності, де $\dfrac{\varphi(h\,|\,\varepsilon)}{\varphi(h)}$ є нормалізованою правдоподібністю.

Приклад 4. Нехай для кожного змінної кожен стан, який не входить до множини свідчень є гіпотезою, наприклад, $h=a_1$ для змінної A у *БМ* з прикладу 1. Обчислимо всі log-нормалізовані правдоподібності для таких гіпотез, наприклад, для $h=a_1$ маємо $\log\dfrac{\varphi(a_1\,|\,\varepsilon)}{\varphi(a_1)}.$ Серед обчислених значень можуть бути результати, які рівні 0 (гіпотеза і свідчення незалежні), від'ємні значення (гіпотеза підтверджує свідчення), додатні значення (гіпотеза суперечить свідченням). Серед гіпотез, які суперечать свідченням, розглянемо ті, значення яких є найменшими (близькими до 0, тобто рідкісні випадки). Після цього обчислимо міру суперечливості для кожної гіпотези, наприклад, для $h=a_1$ маємо $\operatorname{conf}(\varepsilon\cup\{a_1\})=\log\dfrac{\varphi(a_1)}{\varphi(a_1\,|\,\varepsilon)}+\operatorname{conf}(\varepsilon).$ Якщо результат обчислення буде від'ємним, тоді це вказує на наявність суперечливості, тобто на основі відомих свідчень ε стан $h=a_1$ – рідкісний випадок. Таким чином, у загальному випадку, якщо нормалізована правдоподібність є більшою від міри суперечності для свідчень, тоді це вказує на існування можливого рідкісного випадку. ½

Вищеописаний метод виявляє суперечності на множині свідчень за умови, що існує позитивна кореляція між частинами свідчення. Перевагою описаного методу є його обчислювальна ефективність оскільки використовуються апостеріорні оцінки без повторного застосування алгоритму розповсюдження довіри.

Висновок. У вищевикладеній роботі розглянуті міри суперечливості на основі свідчень. Метод аналізу суперечностей на основі свідчень з використанням нечітких імовірностей та припущення про позитивну кореляцію дозволяє виконати ефективні обчислення та вказати свідчення, які можуть приводити до суперечливих результатів. Якщо суперечливість знайдена, тоді ми можемо виявити ту частину свідчення, яке викликає суперечливість, тобто провести моніторинг суперечливості. Після виконання моніторингу досліджується, які частини свідчення є суперечливими, а які – рідкісними випадками відповідно до побудованої моделі.

С.В. Єршов, Ф.В. Костукевич

МЕТОД АНАЛИЗА ПРОТИВОРЕЧИВОСТЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ
В НЕЧЕТКИХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

Предложен метод анализа влияния экспертной информации на состояния сложных систем, которые моделируются нечеткими сетевыми моделями: байесовскими сетями с использованием аппарата теории нечетких множеств. Описан математический аппарат, который на основе алгоритма распространения доверия над вторичной структурой (над узловым деревом) позволяет вычислить степень противоречия между известными состояниями системы. Рассмотрены условия корректности работы предложенного метода.

S.V. Ershov, F.V. Kostukevich

THE METHOD OF CONFLICT ANALYSIS OF THE INFORMATION STATES IN A FUZZY BAYESIAN BELIEF NETWORK

The method of analysis of the impact of expert information on the states of complex systems, being modeled by fuzzy-network structures, is using Bayesian networks and the theory of fuzzy sets. The mathematical apparatus, which is based on belief propagation using secondary structure (junction tree), allows to calculate the measure of the conflict between known states of the system. The conditions of the performance correctness of the suggested method are examined.

1. *Cowell R.G., Dawid A.P., Spiegelhalter D.J., Lauritzen S.L.* Probabilistic Networks and Expert Systems. – Springer–Verlag, New York, Inc., 1999. – 321 p.
2. *Uffe B.K jaerulff, Anders L. Madsen* Bayesian Networks and Influence Diagrams. – Springer Science+Business Media, LLC, 2008. – 318 p.
3. *Лотфи А. Заде.* Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня (сборник статей, перевод с англ.). – М.: Знание, 1974 . – С. 5 – 48.
4. *Верьовка О.В., Парасюк И.Н.* О распространении вероятностей в нечетких байесовских сетях с недетерминированными состояниями // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 6. – С. 153 – 169.
5. *Парасюк И.Н., Костукевич Ф.В.* Методы трансформации байесовской сети для построения узлового дерева и их модификация // Компьютерная математика, – Киев: Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, 2008. – № 1 – С. 70 – 80.

6. *Парасюк И.Н., Костукевич Ф.В.* Нечеткие потенциалы и вопросы их применения в алгоритмах распространения доверия на байесовских сетях // Там же. – 2009. – № 1. – С. 67 –75.
7. *Парасюк И.Н., Костукевич Ф.В.* Об одном эффективном алгоритме распространения вероятностей в нечетких байесовских сетях доверия // Там же. – 2010. – № 2. – С. 102 – 112.
8. *Finn V., Jensen and Thomas D. Nielsen* Bayesian Networks and Decision Graphs. – Springer Science +Business Media, LLC, 2007. – 447 p.
9. *Andersen S.K., Olesen K.G., Jensen F.V. & Jensen F.* HUGIN – f Shell for Building Bayesian Belief Universes for Expert Systems // Proceedings of the Eleventh International Joint Conference on Artificial Intelligence, 1989. – P. 1080 – 1085.
10. *Detyniecki M. and Yager R.R.* A note on ranking fuzzy numbers using a-weighted valuations // International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems 8, 2000. – P. 573 – 591.

Одержано 03.03.2016

Про авторів:

Єршов Сергій Володимирович,
доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України,
E-mail: sershv@ukr.net

Костукевич Фелікс Віталійович,
вчитель вищої категорії, вчитель інформатики
Маяківського навчально-виховного комплексу
«Загальноосвітня школа-інтернат I-III ступенів – лінгвістичний ліцей».
E-mail: felkost@gmail.com