

PACS: 62.20.Dc, 76.60.-k

А.Д. Алексеев, Э.П. Фельдман, Т.А. Василенко, А.Н. Молчанов,  
Н.А. Калугина

## МАССОПЕРЕНОС МЕТАНА В УГЛЕ, ОБУСЛОВЛЕННЫЙ СОВМЕСТНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ И ДИФФУЗИЕЙ

Институт физики горных процессов  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина

Статья поступила в редакцию 7 июня 2004 года

*Рассматривается задача выхода метана из угольного вещества за счет фильтрации и твердотельной диффузии. Построена система уравнений, описывающая десорбцию метана в угле в зависимости от времени и координаты с учетом того, что значительная часть метана, содержащегося в угле, находится в закрытых порах и в твердом растворе. Предложена модель массопереноса метана, обусловленного совместной фильтрацией и твердотельной диффузией для случая кнудсеновского течения газа. В рамках этой модели построены асимптотики для больших и малых времен, выражающие зависимость от времени концентрации газа в фильтрационном объеме и в твердом растворе. Представлены результаты решения задачи численными методами.*

### 1. Введение

Изучение вопросов выделения метана из угля является актуальной задачей, решение которой обеспечит разработку необходимых мер по предупреждению выбросов и образования взрывоопасных концентраций метана.

До настоящего времени отсутствует единая модель структуры угля и характера десорбции в нем метана. Существующие физико-математические модели, описывающие движение метана в ископаемых углях, можно разделить на несколько групп. В одних массоперенос метана описывается уравнением фильтрации, построенным на основе закона Дарси [1], другие – основываются на уравнении диффузии [2]. Ряд авторов, считая, что основная масса метана находится в адсорбционной фазе, предлагают модели, параметры которых связаны с адсорбционными характеристиками газа [3,4].

Нами принимается, что структуре ископаемых углей соответствует блочная модель [3–5], включающая закрытую пористость. Кроме того, будем считать, что значительная часть поглощенного углем метана находится в твердом растворе.

## 2. Физическая модель задачи

Модель пористой структуры ископаемых углей и процесс движения метана в них представим следующим образом.

Вся масса угля разбита соединяющимися между собой и с внешней средой трещинами и макропорами на отдельные структурные элементы – блоки (рис. 1). Эти трещины и макропоры представляют собой открытую пористость, их объем называется фильтрационным. Наличие открытых пор позволяет различным жидкостям и газам достаточно быстро проникать внутрь угольного вещества и столь же быстро покидать его. Блоки содержат поры различных размеров и конфигураций, которые не связаны транспортными каналами с фильтрационным объемом и представляют собой закрытую пористость. Поступление молекул метана в закрытые поры осуществляется путем твердотельной диффузии, что обуславливает достаточную продолжительность этого процесса. В равновесном состоянии общее количество метана в угле включает в себя газ, находящийся в фильтрационном объеме, закрытых порах и в твердом растворе.

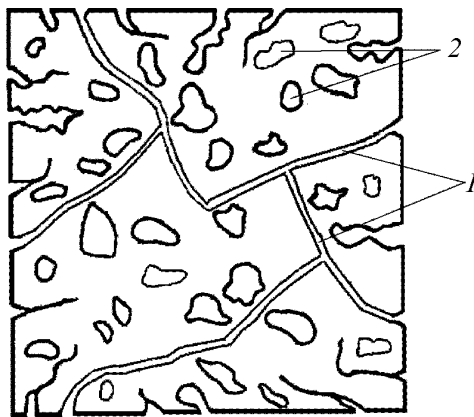


Рис. 1. Модель пористой структуры угольной частицы: 1 – открытая пористость, 2 – закрытая

При нарушении равновесного состояния (например, при возникновении зоны разгрузки) метан устремляется в зону меньшего давления. Происходит истечение газа из фильтрационного объема. При этом возникает приток его к трещинам из блоков путем твердотельной диффузии в блоках. Таким образом, мы имеем два процесса: ведущий – фильтрацию газа в трещинах и макропорах, подчиняющуюся обычному закону Дарси, и ведомый – приток газа в фильтрационный объем из блоков путем твердотельной диффузии в блоках.

Рассмотрим единицу объема массы угля, в котором содержится метан в твердом растворе с концентрацией (т.е. количеством молекул газа, приходящимся на единицу объема твердого раствора)  $c(x, t)$  и в фильтрационном объеме с плотностью  $\rho(x, t)$ . Величина этой единицы объема предполагается физически достаточно малой, но содержащей большое количество блоков.

Связь между концентрацией метана в твердом растворе и плотностью его в фильтрационном объеме определяется законом Генри:

$$c(x, t) = \nu \rho(x, t), \quad (1)$$

где  $\nu$  – растворимость метана в твердом растворе (безразмерная величина, зависящая лишь от температуры). Для ее определения следует использовать стандартные методы статистической физики [6]:

$$v = \frac{1}{\Omega} \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} \left( \frac{T_r}{T} \right)^{3/2} e^{\frac{|\psi|}{T}}.$$

Здесь  $T_r \equiv \left( \frac{18}{\pi} \right)^{1/3} \frac{\hbar^2}{S}$  – «вращательная температура»,  $m$  – масса молекулы метана,  $S$  – момент инерции молекулы метана,  $|\psi|$  – энергия связи молекулы метана с угольным веществом в твердом растворе,  $T$  – абсолютная температура,  $\Omega$  – объем, приходящийся на одно место, которое может быть занято одной молекулой метана (обратная метаноемкость). Согласно экспериментальным данным, приведенным в [7,8] грубая оценка растворимости метана при комнатной температуре дает  $v \approx 10^{-2}$ .

### 3. Построение основных уравнений

Предположим, что блок имеет форму шара радиуса  $R$ .

Из теории уравнения диффузии [9] известно, что истечение газа из блока подчиняется закону

$$\nabla c_s(t) = - \frac{1}{\sqrt{\pi D_{\text{eff}}}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - c_s(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \quad (2)$$

где  $c_m(\tau)$  – средняя концентрация метана в твердом растворе блока,  $c_s(\tau)$  – концентрация метана на поверхности блока,  $D_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент диффузии, определяемый равенством

$$D_{\text{eff}} = \frac{D}{1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}}. \quad (3)$$

Здесь  $D$  – коэффициент твердотельной диффузии,  $\gamma$  – закрытая пористость ( $\gamma < 1$ ).

С учетом (3) плотность потока метана из блока составляет

$$j(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - v\rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

За единицу времени через всю поверхность блока (площадью  $4\pi R^2$ ) выйдет число молекул газа

$$q(t) = \frac{4\pi R^2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - v\rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

Подсчитаем, сколько молекул выйдет из блока в фильтрационное пространство за время от 0 до  $t$ :

$$Q(t) = \frac{4\pi R^2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - v\rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

Изменение концентрации в блоке объемом  $V$  составит

$$\Delta c_m(t) = \frac{Q(t)}{V} = \frac{Q(t)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3}{R} \sqrt{\frac{D}{\pi}} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - c_s(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

Таким образом, рассмотрение материального баланса в блоке приводит к уравнению

$$c_m(t) = c_0 - \frac{3}{R} \sqrt{\frac{D}{\pi \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)}} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - v\rho(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \quad (4)$$

где  $c_0$  – концентрация метана в твердом растворе в начальный момент времени.

Рассмотрим теперь истечение газа из фильтрационного объема. Для этого воспользуемся основным уравнением теории фильтрации, построенным на основе закона Дарси и закона сохранения массы, заполняющей поровое пространство [1]:

$$\operatorname{div} \left[ \frac{k}{\mu} \rho(p) \operatorname{grad} p \right] = \frac{\partial Q_M}{\partial t}, \quad (5)$$

где  $Q_M$  – масса вещества, содержащегося в единице объема пористой среды,  $p$  – давление, изменение которого вызывает фильтрационное движение,  $\rho$  – плотность фильтрующегося вещества,  $\mu$  – динамическая вязкость газа,  $k$  – проницаемость пористой среды. Здесь проницаемость можно оценить как  $k \approx d^2 \gamma_0$  ( $d$  – ширина порового канала,  $\gamma_0$  – открытая пористость).

В пределах наиболее вероятных давлений, которые имеют место в угольных пластах, метан подчиняется законам идеального газа. Поэтому давление пропорционально концентрации:  $p = \rho(x, t) T$ , где  $T$  – температура.

Если  $m_0$  – масса одной молекулы, то с учетом (5) получим

$$\frac{\partial m_0 \rho}{\partial t} = \operatorname{div} \left[ \frac{k}{\mu} m_0 \rho \operatorname{grad} \rho T \right].$$

Так как движение газа происходит вдоль оси  $x$ , перейдем к одномерному случаю:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = kT \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho(x, t)}{\mu} \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} \right].$$

Поскольку в единице объема угольного вещества доля открытой пористости составляет  $\gamma_0$ , а доля закрытой –  $\gamma$ , то в фильтрационном объеме находится  $\gamma_0\rho(x, t)$  молекул метана, в закрытых порах –  $(1-\gamma_0)\frac{\gamma}{v}c_m(x, t)$ , в твердом растворе –  $(1-\gamma_0)(1-\gamma)c_m(x, t)$ .

Запишем теперь уравнение, определяющее зависимость плотности газа в фильтрационном объеме от координаты  $x$  и времени  $t$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \gamma_0\rho(x, t) + (1-\gamma_0) \left( 1-\gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c_m(x, t) \right] = kT \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right]. \quad (6)$$

Таким образом, изменение концентрации метана во времени происходит за счет истечения его в фильтрационном объеме.

Теперь рассмотрим граничные условия. Пусть пласт имеет длину  $L$ . На левом конце пласта поток газа равен нулю: т.е.  $\frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ , на правом конце давление метана будем считать равным атмосферному давлению:  $\rho(L) = \frac{p_a}{T} = \rho_a$ . В начале процесса выполняются условия:  $c_m(x, 0) = c_0$  и  $\rho(x, 0) = \frac{c_0}{v} = \rho_0$ . Таким образом, имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \gamma_0\rho(x, t) + (1-\gamma_0) \left( 1-\gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c_m(x, t) \right] = kT \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right], \\ c_m(t) = c_0 - \frac{3}{R} \sqrt{\frac{D}{\pi \left( 1-\gamma + \frac{\gamma}{v} \right)}} \int_0^t \frac{c_m(\tau) - v\rho(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \end{cases} \quad (7)$$

с граничными условиями вида

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \rho(L) = \rho_a \quad (8)$$

и следующими начальными условиями:

$$c_m(x, 0) = c_0, \quad \rho(x, 0) = \rho_0. \quad (9)$$

В общем виде решение задачи представляется достаточно сложным. Поэтому рассмотрим случай, когда ширина поры меньше свободного пробега молекулы – течение Кнудсена. Введение данного ограничения, с одной стороны, позволяет упростить решение задачи, с другой – не слишком искажает физический смысл явления, так как основной вклад в процесс фильтрации метана вносят каналы, диаметр которых  $d$  должен подчиняться оценке  $d \leq 1000 \text{ \AA}$ .

В случае кнудсеновского течения вязкость можно выразить следующим образом:

$$\mu = \frac{1}{3} m_0 \rho \bar{v} \lambda = \frac{1}{3} m_0 \rho \bar{v} d,$$

где  $m_0$  – масса молекулы,  $d$  – ширина порового канала,  $\bar{v}$  – средняя скорость теплового движения молекул,  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега молекул. С учетом этого соотношения и того, что проницаемость  $k \approx d^2 \gamma_0$ , первое уравнение системы (7) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \gamma_0 \rho(x, t) + (1 - \gamma_0) \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c_m(x, t) \right] = D_f \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rho(x, t), \quad (10)$$

где коэффициент фильтрации  $D_f = \gamma_0 d \bar{v}$ . Заметим, что по размерности коэффициент фильтрации совпадает с коэффициентом диффузии. Но в отличие от последнего, который сильно зависит от температуры, коэффициент фильтрации от нее практически не зависит. В данном случае коэффициент фильтрации можно оценить величиной  $\sim 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ .

Перейдем к безразмерной координате  $\bar{x}$  и времени  $\bar{t}$   $\bar{x} = \frac{x}{R}$ ;  $\bar{t} = \frac{D_{\text{eff}}}{R^2}$  (для простоты в дальнейших обозначениях знак черты будем опускать). В полностью обезразмеренном виде и после некоторых преобразований наши уравнения переписываются следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{c}_m(t) = 1 - \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\tilde{c}_m(\tau) - \tilde{\rho}(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\gamma_0}{v(1 - \gamma_0) \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)} \tilde{\rho}(x, t) + \tilde{c}_m(x, t) \right] = \frac{D_f}{Dv(1 - \gamma_0)} \frac{\partial^2 \tilde{\rho}(x, t)}{\partial x^2}. \end{array} \right. \quad (11)$$

Здесь  $\tilde{c}_m = \frac{c_m}{c_0}$ ,  $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$ ,  $c_0 = v \rho_0$ .

В начальный момент времени выполняются условия:

$$\tilde{\rho}(x, 0) = 1 \text{ и } \tilde{c}_m(x, 0) = 1, \quad (12)$$

а граничные условия имеют вид

$$\left. \frac{\partial \tilde{\rho}(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \tilde{\rho}\left(\frac{L}{R}, t\right) = \frac{P_a v}{T c_0} < 1. \quad (13)$$

Таким образом, система (11) с начальными условиями (12) и граничными (13) описывает массоперенос метана в угле для случая кнудсеновского течения в зависимости от времени  $t$  и координаты  $x$ .

При переходе к средним значениям концентрации в массиве длиной  $L$ , плотности газа в фильтрационном объеме и в твердом растворе равны соответственно:

$$\bar{\rho}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \rho(x,t) dx \quad \text{и} \quad \bar{c}_m(t) = \frac{1}{L} \int_0^L c_m(x,t) dx.$$

Интегрируя вторую производную в правой части (10), получаем:

$$\frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2} dx = \left. \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} - \left. \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0}.$$

Учитывая граничные условия (9) и пользуясь «импедансным» условием [9]

$$\left. \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = - \frac{1}{\sqrt{\pi D_f / \gamma_0}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\bar{\rho}(\tau) - \rho_L}{\sqrt{t-\tau}} d\tau,$$

получаем такой вид уравнения (10):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \gamma_0 \bar{\rho}(t) + (1-\gamma_0) \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) \bar{c}_m(t) \right] = - \frac{\sqrt{D_f \gamma_0}}{L \sqrt{\pi}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{\bar{\rho}(\tau) - \rho_L}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \quad (14)$$

Запишем начальные условия для средних концентраций:

$$\bar{c}(0) = c_0, \quad \bar{\rho}(0) = \rho_0 = \frac{c_0}{v}. \quad (15)$$

Введем новое время  $\bar{t} = \frac{t}{t_*}$ , где

$$t_* = \frac{R^2}{D_{\text{eff}}} = \frac{R^2 \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)}{D}. \quad (16)$$

Система (7) для средних значений концентраций при кнудсеновском течении примет вид (в новом времени  $t$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0 - \bar{c}_m(t) = \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\bar{c}_m(\tau) - v \bar{\rho}(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \\ \gamma_0 \rho_0 + (1-\gamma_0) \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) c_0(t) - \gamma_0 \bar{\rho}(t) - (1-\gamma_0) \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) \bar{c}_m(t) = \\ = \frac{R}{L} \frac{\sqrt{D_f \gamma_0 \left( 1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right)}}{\sqrt{\pi D}} \int_0^t \frac{\bar{\rho}(\tau) - \rho_L}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \end{array} \right. \quad (17)$$

Разделим каждое уравнение системы на  $c_0$  и введем обозначения

$$\frac{\bar{c}_m(t)}{c_0} \equiv q(t), \quad \frac{\bar{\rho}(t)}{\rho_0} \equiv p(t), \quad \frac{\rho_a}{\rho_0} \equiv p_L. \quad (18)$$

Учитывая, что  $c_0 = v \rho_0$ , и выполняя несложные преобразования, получаем систему

$$\left\{ \begin{aligned} 1 - q(t) &= \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(\tau) - p(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \\ \frac{\gamma_0}{v(1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)} (1 - p(t)) + 1 - q(t) &= \\ &= \sqrt{\frac{D_f \gamma_0}{D\pi}} \frac{R}{vL} \frac{1}{(1 - \gamma_0) \sqrt{\left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)}} \int_0^t \frac{p(\tau) - p_L}{\sqrt{t - \tau}} d\tau. \end{aligned} \right. \quad (19)$$

Для этих уравнений начальные условия будут выглядеть следующим образом:

$$p(0) = 1, q(0) = 1. \quad (20)$$

Полученную систему интегральных уравнений (19) можно записать в виде

$$\left\{ \begin{aligned} 1 - q(t) &= \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{q(\tau) - p(\tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \\ B + 1 - Bp(t) - q(t) &= A \int_0^t \frac{p(\tau) - p_L}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \end{aligned} \right. \quad (21)$$

где приняты следующие обозначения:

$$A = \sqrt{\frac{D_f \gamma_0}{D\pi}} \frac{R}{vL} \frac{1}{(1 - \gamma_0) \sqrt{\left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)}}; \quad B = \frac{\gamma_0}{v(1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v}\right)}. \quad (22)$$

Изменяя параметры  $A$  и  $B$ , включающие характеристики как газа, так и угольного вещества, получаем систему, описывающую среднюю плотность газа в фильтрационном объеме и среднюю концентрацию газа в твердом растворе в любой момент времени  $t$ .

### 3. Нахождение асимптотик задачи

Если рассмотреть систему (21) при малых временах, когда в равной мере выполняются неравенства

$$t \ll \frac{B^2}{4A^2} \text{ и } t \ll \frac{4}{9\pi} \left(\frac{B}{B+1}\right)^2, \quad (23)$$

и учесть, что в этом случае  $p(t) \approx 1$ , то получим систему

$$\left\{ \begin{aligned} 1 - p(t) &\approx \frac{2A}{B} (1 - p_L) \sqrt{t}, \\ 1 - q(t) &\approx \frac{3\sqrt{\pi}A}{B} t. \end{aligned} \right. \quad (24)$$



Учитывая, что  $\gamma \gg v$ , можно считать  $B \approx 1$ . Тогда система неравенств (23) сводится к виду

$$t \ll \frac{1}{4A^2} \text{ и } t \ll \frac{1}{9\pi} \approx \frac{1}{30}. \quad (25)$$

Поэтому есть смысл рассмотреть отдельно случаи  $A \gg 1$  и  $A \ll 1$ .

1. Пусть  $A \gg 1$ . Тогда наши асимптотики справедливы на интервале  $t_1 \ll \frac{1}{4A^2}$ . Если продлить асимптотики до  $t_1 \sim \frac{1}{4A^2}$ , то получим:

$1 - p(t_1) \sim 1$ ,  $1 - q(t_1) \sim \frac{1}{A} \ll 1$ , т.е. за это время выйдет основная доля газа,

содержащегося в фильтрационном объеме и незначительная  $\left(\sim \frac{1}{A^2}\right)$  доля газа, содержащегося в блоках. Другими словами, в этом случае метан четко разделяется на «быстрый» и «медленный».

2. Пусть  $A \ll 1$ . В этом случае асимптотики справедливы при выполнении неравенства  $t \ll \frac{1}{9\pi}$ . Если теперь продлить асимптотики до  $t_2 \sim \frac{1}{9\pi}$ , то получим

$$1 - p(t_2) \sim \frac{2}{3\sqrt{\pi}} A \ll 1 \text{ и } 1 - q(t_2) \sim \frac{1}{3\sqrt{\pi}} A \ll 1.$$

Другими словами, за это время из угля выйдет весьма малая (порядка величины  $A$ ) доля метана, причем не будет деления метана на «быстрый» и «медленный».

Теперь рассмотрим систему при больших временах. Легко видеть, что при этом можно считать  $q(t) \approx p_L$  и  $p(t) \approx p_L$ . Тогда получается, что

$$p(t) - p_L \approx \frac{(B+1)(1-p_L)}{\pi A t^{1/2}} \text{ и } q(t) - p_L \approx \left[ \frac{(B+1)}{\pi A} + \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \right] \frac{1-p_L}{t^{1/2}} \quad (26)$$

с критериями

$$p(t) - p_L \ll 1 \text{ и } q(t) - p_L \ll 1. \quad (27)$$

Полагая  $B \approx 1$  и считая  $p_L \ll 1$ , получаем

$$p(t) \approx \frac{2}{\pi A t^{1/2}}; \text{ если } p(t) \ll 1, \text{ то } t \gg \frac{4}{\pi^2 A^2};$$

$$q(t) \approx \left( \frac{2}{\pi A} + \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \right) \frac{1}{t^{1/2}}; \text{ если } q(t) \ll 1, \text{ то } t \gg \left( \frac{2}{\pi A} + \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \right)^2.$$

Мы видим, что в качестве критерия достаточно использовать неравенство

$$t \gg \left( \frac{2}{\pi A} + \frac{1}{3\sqrt{\pi}} \right)^2.$$

И вновь имеет смысл исследовать отдельно случаи больших и малых значений  $A$ .

1. Пусть  $A \gg 1$ . Тогда критерием будет служить неравенство  $t \gg \frac{1}{9\pi}$ . На пределе применимости этого критерия  $p\left(\frac{1}{9\pi}\right) \approx \frac{6}{\sqrt{\pi A}}$ , т.е. в образце практически не останется метана из фильтрационного объема, а  $q\left(\frac{1}{9\pi}\right) \sim 1$ , следовательно, и из блоков выйдет значительная часть метана.

2. Пусть  $A \ll 1$ . Тогда критерием будет служить неравенство  $t \gg \frac{4}{\pi^2 A^2}$ . На его пределе  $p\left(\frac{4}{\pi^2 A^2}\right) \sim 1$ , т.е. останется заметная доля газа в фильтрационном объеме и  $q\left(\frac{4}{\pi^2 A^2}\right) \sim 1$ , следовательно, и в блоках останется заметная доля газа.

#### 4. Численное решение и обсуждение результатов

Если перейти от безразмерного времени к реальному, взяв для оценки коэффициент твердотельной диффузии  $D \sim 10^{-12}$  см<sup>2</sup>/с [10], пористость  $\gamma \sim 10^{-1}$ , растворимость  $v \sim 10^{-2}$ , радиус блока положить  $R \sim 10^{-3}$  см, то получим  $t_* \sim 10^5$  с.

Если взять значение параметра  $A = 10$ , что соответствует величине  $L \sim 1$  см, то асимптотики малых времен справедливы до времени  $t_1 \ll \frac{1}{4A^2} \approx 0.0025$ , что соответствует реальному времени, меньшему  $10^2$  с.

Анализируя результаты численного счета для малых времен, видим, что при  $B = 1$ ,  $A = 10$  к моменту времени  $t = 0.0006$  (что, по нашим оценкам, составляет приблизительно 60 с) из фильтрационного объема выйдет около 50% газа, а из блоков – около 5% (рис. 2,а). Таким образом, при данном значении параметра  $A$  ведущую роль в процессе газовой выделения играет фильтрация. Вклад диффузии в общее количество выделяемого газа невелик.

Для малых  $A$ , например  $A = 0.1$ , что соответствует длине массива  $L \sim 1$  м, асимптотики малых времен справедливы до времени  $t_1 \ll \frac{1}{9\pi} \approx 0.354$ , что соответствует при наших оценках реальному времени, много меньшему одного часа.

При значениях параметров  $B = 1$ ,  $A = 0.1$  (рис. 2,б) к моменту времени  $t = 0.08$  (или 20 ч) из фильтрационного объема и из блоков выйдет соответственно около 5 и 4% метана.

Численное решение системы (21) при начальных условиях (20) позволяет проследить за закономерностью газовой выделения из фильтрационного объема и твердого раствора в течение продолжительного промежутка времени.

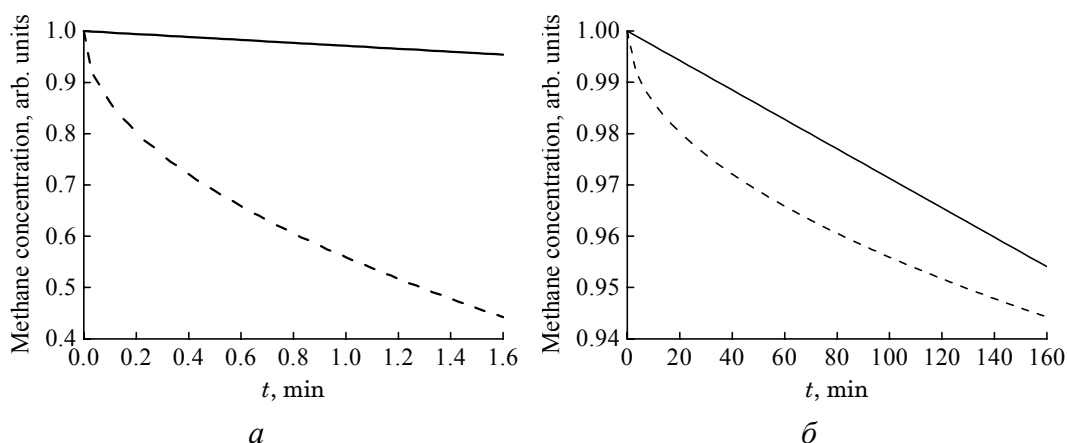


Рис. 2. Зависимость концентрации метана от времени для малых времен при  $B = 1$ ,  $A = 10$  (а) и  $0.1$  (б); — —  $q(t)$ , - - - —  $p(t)$

При значении параметра  $A = 10$  (рис. 3,а) к моменту реального времени  $t \sim 10^7$  s (или 250 h) доля оставшегося метана в твердом растворе составит менее 20%, а в блоках – менее 15%. При значении параметра  $A = 0.1$  (рис. 3,б) около 30% метана как в фильтрационном объеме, так и в блоках останется к моменту времени  $t \sim 10^{10}$  s (или 1000 d). Проследить такие промежутки времени на практике практически невозможно. Интересно, что на протяжении всего промежутка времени значения средней концентрации газа в твердом растворе и в фильтрационном объеме отличаются друг от друга почти на одну и ту же константу. В данном случае мы можем говорить о равноправном участии фильтрации и диффузии в процессе десорбции.

Следовательно, по величине параметра  $A$  (т.е. в зависимости от характеристик газа и конкретного угольного вещества, а также размеров образца) мы можем судить о том, насколько диффузия и фильтрация равноправно участвуют в процессе десорбции метана. При больших значениях параметра

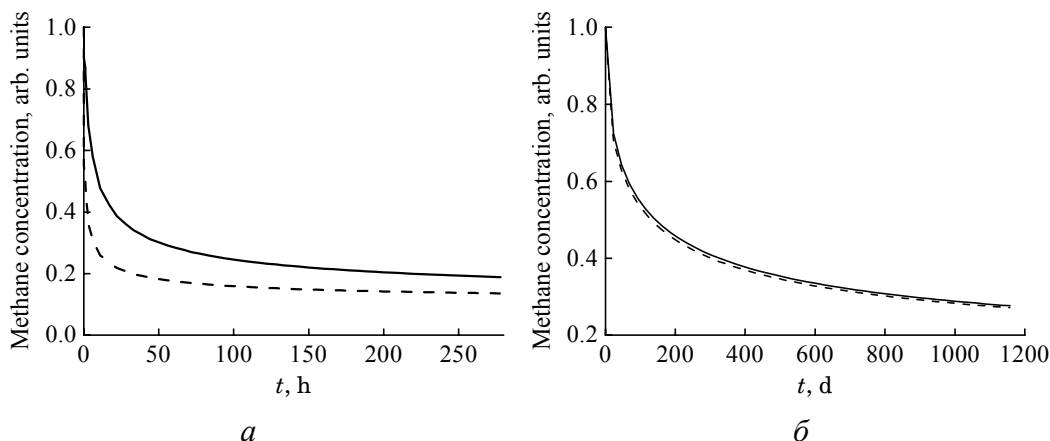


Рис. 3. Зависимость изменения концентрации метана от времени (для больших времен) при  $B = 1$ ,  $A = 10$  (а) и  $0.1$  (б); — —  $q(t)$ , - - - —  $p(t)$

$A$ , соответствующих малым размерам образца, ведущую роль играет фильтрация. При малых же значениях  $A$  (т.е. в случае массива) фильтрация и диффузия участвуют в процессе массопереноса метана практически равноправно.

1. С.В. Кузнецов, Р.Н. Кригман, Природная проницаемость угольных пластов и методы ее определения, Наука, Москва (1978).
2. I. Gunter, Rev. Industrie Minerale, Octobre (1965).
3. В.В. Ходот, М.Ф. Яновская, Ю.С. Премыслер, Физикохимия газодинамических явлений в шахтах, Наука, Москва (1973).
4. В.А. Бобин, Горный информационно-аналитический бюллетень №5, 108 (2001).
5. А.Д. Алексеев, В.Е. Зайденварг, В.В. Синолицкий, Е.В. Ульянова, Радиофизика в угольной промышленности, Недра, Москва, (1992).
6. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Статистическая физика, Наука, Москва (1976).
7. И.Б. Ковалева, Энергия связи метана с углем в угольных пластах, Автореф. дисс. канд. техн. наук, Москва (1979).
8. А.К. Лазаров, Г.К. Ангелова, Структура и реакции углей, Изд-во БАН, София (1990).
9. И.Г. Араманович, В.И. Левин, Уравнения математической физики, Наука, Москва (1969).
10. И.Б. Ковалева, Е.А. Соловьева, Горный информационно-аналитический бюллетень №5, 117 (2001).

*A.D. Alexeev, E.P. Feldman, T.A. Vasilenko, A.N. Molchanov, N.A. Kalugina*

## METHANE MASS TRANSFER IN COAL DUE TO FILTERING COMBINED WITH DIFFUSION

A problem of methane liberation from coal substance due to filtering and solid diffusion is considered. A system of equations has been constructed to describe methane desorption in coal depending on time and coordinate. The fact that a major portion of methane in coal is contained in closed pores and in solid solution is taken into account. A model is proposed for methane mass transfer due to filtering combined with solid diffusion for the case of Knudsen gas flow. Within the framework of the model, asymptotics have been constructed for long and short times that express the time dependence of gas concentration in filtration volume and in solid solution. Results of solving the problem by numerical methods are given.

**Fig. 1.** A model of coal particle porous structure: 1 – open porosity, 2 – closed one

**Fig. 2.** Time dependence of methane concentration (short times) for  $B = 1$ ,  $A = 10$  (a) and 0.1 (b); — –  $q(t)$ , - - - –  $p(t)$

**Fig. 3.** Time dependence of methane concentration (long times) for  $B = 1$ ,  $A = 10$  (a) and 0.1 (b); — –  $q(t)$ , - - - –  $p(t)$