



УДК 539.21

© 2007

А. А. Булгаков, Е. А. Ольховский, О. В. Шрамкова

### Дисперсионные свойства геликонов в периодической полупроводниковой структуре

(Представлено академиком НАН Украины В. М. Яковенко)

*The band spectrum of a semiconductor periodic structure is investigated. It is supposed that the structure is placed into an external magnetic field parallel to the boundaries of layers. The waves that propagate in the plane of the magnetic field are studied, and the area of parameters, for which the helicon waves propagate, is investigated. The existence of numerous narrow allowed bands is discovered. The magnetic field is shown to manage the electrodynamic properties and the location of bands.*

В работе теоретически изучаются свойства геликонов, распространяющихся вдоль магнитного поля, направленного параллельно границам слоев периодической полупроводниковой структуры. Интерес к свойствам периодических структур, помещенных в магнитное поле, связан с возможностью эффективного управления электродинамическими свойствами слоисто-периодической среды. Такими свойствами являются дисперсия собственных волн, изменение конфигурации зонной структуры в зависимости от внешнего магнитного поля, эффективное “управление” коэффициентами прохождения и отражения в ограниченных периодических образцах и т. п.

В литературе изучались свойства периодических структур, когда магнитное поле направлено параллельно границам структуры, а распространение волн происходит в перпендикулярной плоскости [1] и когда магнитное поле расположено вдоль направления периодичности, а распространение происходит параллельно границам структуры [2]. В последнем случае собственные волны не разделяются на ТМ и ТЕ поляризации. В этой работе было предсказано возникновение специфических циклотронных зон вблизи циклотронной частоты.

Интерес, связанный с распространением геликонов, обусловлен специфическими свойствами этих волн. Их существование в проводящих твердых телах впервые теоретически рассмотрено в работах [3, 4]. Экспериментально геликоны наблюдались, в частности, в Ge, InSb, PbTe. Отличительными свойствами геликонов является возможность распространения в плазме твердого тела в широком диапазоне частот и постоянных магнитных полей,

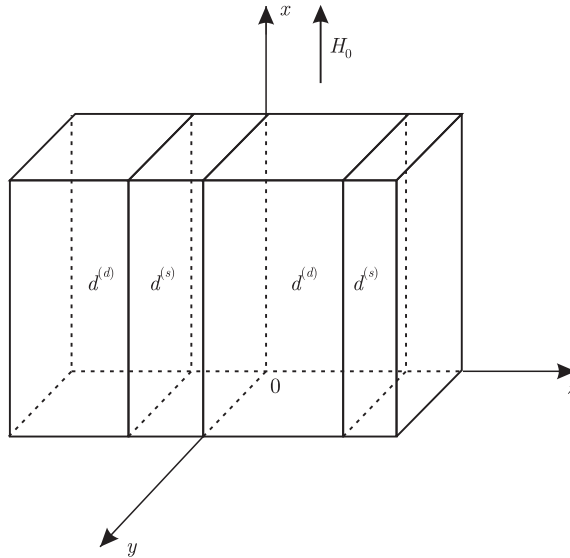


Рис. 1. Геометрия задачи

кроме того, затухание этих волн зависит от магнитного поля. В сильных полях (порядка тысяч эрстед) затухание мало, а в малых полях оно возрастает. Геликоны — это поперечные волны с круговой поляризацией, необыкновенные волны. Волны второй поляризации — обыкновенные волны — иногда называют антигеликонами. Несколько позже было предсказано существование поверхностных геликонов, которые распространяются и под углом к магнитному полю. Эти волны называют “косыми волнами” [5].

Теория и свойства геликонов представлены в работах [6, 7]. Для исследования свойств геликонов в периодической полупроводниковой структуре при распространении волн вдоль магнитного поля необходимо исследовать уравнение четвертой степени для поперечных по отношению к плоскостям слоев компонент волновых чисел. Здесь мы воспользуемся методикой, примененной ранее в работе [1] и основанной на рассмотрении распространения волн в ферритах на сверхвысоких частотах [8].

Рассмотрим бесконечную периодическую структуру, образованную периодическим повторением полупроводникового и диэлектрического слоев, помещенную во внешнее магнитное поле. Предполагается, что магнитное поле направлено параллельно границам слоев вдоль оси  $Ox$ , а распространение волн происходит под произвольным углом к магнитному полю. Толщину полупроводникового слоя обозначим  $d^s$ , а толщину диэлектрического слоя —  $d^d$ . Геометрия рассматриваемой задачи представлена на рис. 1.

Используя уравнение движения зарядов в полупроводнике и уравнения Максвелла, получим компоненты тензора диэлектрической проницаемости для полупроводникового слоя:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1^s &= \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_0^s \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \\
 \varepsilon_2^s &= \varepsilon_{yz} = -\varepsilon_{zy} = -i\varepsilon_0^s \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)}, \\
 \varepsilon_3^s &= \varepsilon_{xx} = \varepsilon_0^s \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right).
 \end{aligned} \tag{1}$$

В этих выражениях  $\varepsilon_0^s$  — решеточная часть диэлектрической проницаемости полупроводникового слоя;  $\omega_p$  — плазменная частота;  $\omega_H$  — циклотронная частота. Диэлектрическую проницаемость диэлектрика обозначим  $\varepsilon^d$ .

Для нахождения дисперсионного уравнения используем метод матрицы преобразования [9]. Чтобы получить матрицу преобразования одного слоя, необходимо иметь выражения для компонентов полей. В нашей задаче это  $H_x^s, H_y^s, E_x^s, E_y^s$ . Также для нахождения дисперсионного соотношения следует воспользоваться граничными условиями, которые заключаются в непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на плоскостях раздела слоев. Для учета периодичности структуры применим теорему Флоке [10].

Методика нахождения компонентов полей изложена в работе [8]. Суть ее заключается в том, что вводится скалярная функция  $\Psi = Z(z)\psi(x, y)$ , через которую все составляющие полей выражаются операциями дифференцирования. Для примера запишем выражение для  $H_x^s$ , которое выражено через функцию  $\Psi$ :

$$H_x^s = i \frac{c}{\omega} \left\{ \frac{\varepsilon_1^s}{\varepsilon_3^s} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_1^s}{\varepsilon_3^s} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon_1^s \right\} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi. \quad (2)$$

Решение волнового уравнения для функции  $\Psi$  представим таким образом:

$$\Psi = (A_1 \cos k_{z1}^s z + A_2 \sin k_{z1}^s z + A_3 \cos k_{z2}^s z + A_4 \sin k_{z2}^s z) \exp[i(k_x x + k_y y)]. \quad (3)$$

Для описания периодической структуры удобно представить поля в произвольной точке слоя через их значения в точке  $z = 0$

$$\begin{pmatrix} E_x^{s,d}(0) \\ E_y^{s,d}(0) \\ H_x^{s,d}(0) \\ H_y^{s,d}(0) \end{pmatrix} = (S^{s,d})^{-1} \begin{pmatrix} E_x^{s,d}(z) \\ E_y^{s,d}(z) \\ H_x^{s,d}(z) \\ H_y^{s,d}(z) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Матрицы  $(S^s)^{-1}$  и  $(S^d)^{-1}$  называются матрицами преобразования, которые связывают поля в начале слоя с полями в конце этого же слоя.

Матрицу преобразования одного периода  $Q$ , связывающую поля в начале и в конце периода, находим путем перемножения матриц преобразования полупроводникового и диэлектрического слоев. Также заметим, что все указанные матрицы являются унимодулярными, т. е.  $|Q| = 1$ . Это свойство матрицы, как показано в [11], отражает закон сохранения энергии.

Для нахождения дисперсионного уравнения необходимо учесть условие периодичности (5). Получаем

$$\begin{pmatrix} E_x(0) \\ E_y(0) \\ H_x(0) \\ H_y(0) \end{pmatrix} = Q \cdot \begin{pmatrix} E_x(d) \\ E_y(d) \\ H_x(d) \\ H_y(d) \end{pmatrix} = Q \cdot \begin{pmatrix} E_x(0) \cdot \exp(-i\bar{k}d) \\ E_y(0) \cdot \exp(-i\bar{k}d) \\ H_x(0) \cdot \exp(-i\bar{k}d) \\ H_y(0) \cdot \exp(-i\bar{k}d) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Соотношение (5) представляет систему четырех линейных однородных уравнений. Приравняв определитель системы нулю, получим дисперсионное уравнение для собственных

волн рассматриваемой структуры. Полученное уравнение является уравнением четвертого порядка относительно  $\exp(i\bar{k}d)$ :

$$\exp(4i\bar{k}d) - F_1 \cdot \exp(3i\bar{k}d) + F_2 \cdot \exp(2i\bar{k}d) + F_3 \cdot \exp(i\bar{k}d) + 1 = 0 \quad (6)$$

В данном соотношении  $F_1, F_2, F_3$  выражаются через различные комбинации элементов матрицы  $Q$ . В работе проведено численное исследование, в котором использовались различные значения величин, входящих в  $F_1, F_2, F_3$ . Во всех случаях оказалось, что  $F_3 = -F_1$  (см. также [1]). В результате дисперсионное соотношение (6) может быть представлено в следующем виде:

$$\cos \bar{k}_1 d = \frac{t_1}{2}, \quad (7)$$

$$\cos \bar{k}_2 d = \frac{t_2}{2}, \quad (8)$$

где

$$t_{1,2} = \frac{F_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{F_1}{2}\right)^2 - F_2 + 2}.$$

С физической точки зрения дисперсионные соотношения (7), (8) означают, что в рассматриваемой структуре существуют два независимых спектра собственных волн, каждый из которых характеризуется дисперсионным уравнением и блоховским волновым числом.

Далее будут представлены результаты численного решения дисперсионных уравнений (7), (8). Параметры полупроводникового слоя соответствуют антимониду индия.

Рассмотрим случай  $\omega_H \gg \omega$ . При численном расчете выполнялись следующие соотношения для параметров полупроводниковых слоев:

$$|\varepsilon_3^s| \gg |\varepsilon_1^s| > |\varepsilon_2^s|, \quad \varepsilon_1^s \approx \varepsilon_0^s, \quad \varepsilon_2^s \rightarrow 0. \quad (9)$$

Эти условия соответствуют распространению геликонов в полупроводнике [5, 7, 12].

С учетом формул (9) и соотношения  $|\varepsilon_3^s \varepsilon_1^s| > |(\varepsilon_2^s)^2|$  получим поперечные волновые числа для полупроводникового слоя [12]:

$$(k_{z1}^s)^2 = -(k_y^2 + k_x^2) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1^s - \frac{\omega^4}{c^4} \frac{(\varepsilon_2^s)^2}{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1^s}, \quad (10)$$

$$(k_{z2}^s)^2 = \frac{\varepsilon_3^s}{\varepsilon_1^s} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1^s - k_x^2 \right) - k_y^2. \quad (11)$$

Выражение для поперечных волновых чисел для диэлектрического слоя имеет вид:

$$(k_z^d)^2 = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon^d - k_y^2 - k_x^2. \quad (12)$$

На рис. 2, а представлена зонная структура, которая была получена численным решением (7), а на рис. 2, б — для соотношения (8). На графиках зоны, в которых возможно распространение волн, заштрихованы,  $\omega_{ps}^s = \omega_p^s \sqrt{\varepsilon_0^s / (\varepsilon_0^s + \varepsilon^d)}$  — частота поверхностного плазмона.

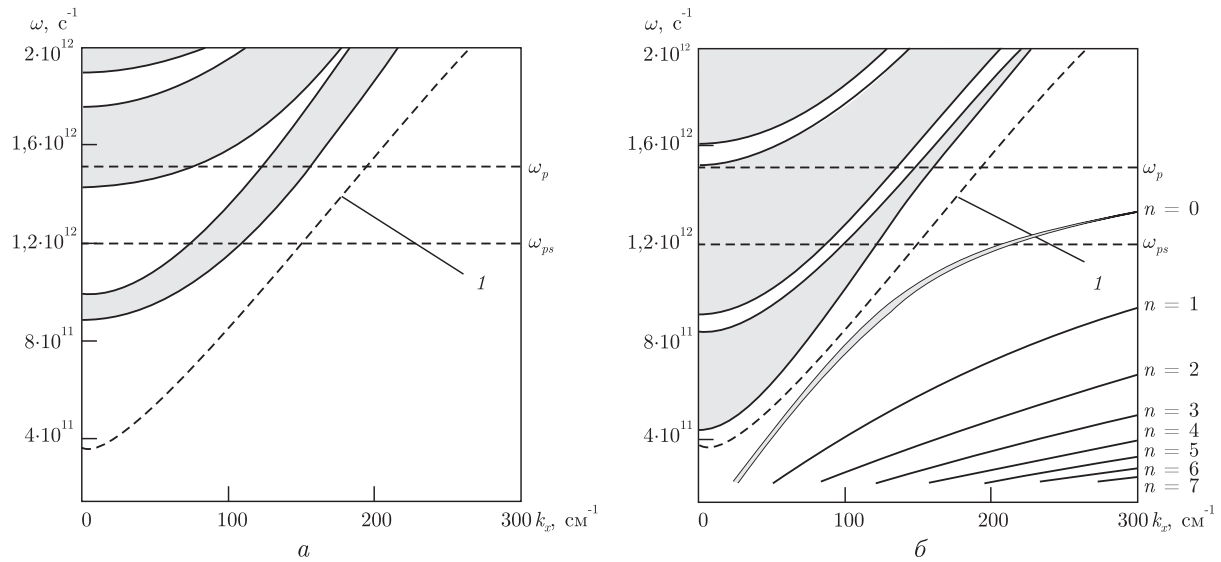


Рис. 2. Зонная структура для уравнения (7) (а) и для уравнения (8) (б): 1 — световая линия для полупроводника ( $k_{z2}^s = 0$ )

Необходимо отметить, что зоны пропускания могут быть разделены на две области частот. Первый интервал — это частоты  $\omega_H > \omega > \omega_p$ . В данной области влияние магнитного поля оказывается незначительным. Дисперсионные свойства структуры в рассматриваемом интервале частот определяются соотношением между  $\varepsilon_1^s$  и  $\varepsilon^d$ . Эту область спектров можно назвать “областью диэлектрических мод”. В области частот  $\omega < \omega_p$  диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_3^s < 0$ , поэтому распространение диэлектрических мод при низких частотах возможно только, если  $\omega \approx \omega_p$  или  $\omega > \omega_p$ . Необходимо отметить, что эти зоны пропускания при больших значениях частоты асимптотически стремятся к световой линии слоя с наибольшим значением диэлектрической проницаемости. В нашем случае уравнение для световой линии  $\omega \approx c\sqrt{(k_x^2 + k_y^2)}/\varepsilon_0^d$  [13].

Вторая область:  $\omega < \omega_p$ . На рис. 2, а при больших значениях волнового числа ( $k_x > 100 \text{ см}^{-1}$ ) отсутствуют зоны пропускания. На рис. 2, б в этой области существуют многочисленные узкие зоны пропускания. Эти зоны характерны тем, что выполняется условие размерного резонанса  $k_{z1}^s d^s \approx n\pi$  ( $n$  — целое число, которое характеризует число полуволн, укладывающихся на толщине полупроводникового слоя). Такая структура зонного спектра может быть объяснена следующим образом. Если  $\omega \leq \omega_{ps}$ , то выражения для поперечных волновых чисел для полупроводникового слоя имеют вид:

$$(k_{z1}^s)^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0^s \left( \frac{\omega_p^4}{\omega^2 \omega_H^2} + 1 \right), \quad (k_{z2}^s)^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3^s - k_y^2. \quad (13)$$

Из этих соотношений следует, что  $k_{z1}^s$  — величина действительная, а  $k_{z2}^s$  — мнимая, так как  $\varepsilon_3^s < 0$ .

Необходимо отметить, что эти зоны существуют и при  $k_x \rightarrow \infty$ . Из графиков можно увидеть, что в данной области зоны асимптотически стремятся к частоте поверхностного плазмона на границе полупроводникового и диэлектрического слоев  $\omega_{ps}$ . Волны, которые распространяются в данном интервале частот, являются геликоновыми волнами, так как удовлетворяются соотношения (9) [12].

В данной работе проведено исследование распространения геликоновых волн в слоях полупроводника, образующих слоисто-периодическую структуру. Предполагается, что внешнее магнитное поле направлено вдоль слоев полупроводника. Так как рассматриваются волны, распространяющиеся в плоскости, в которой лежит вектор магнитного поля, то собственными волнами в полупроводниковых слоях являются геликоны и антигеликоны. Известно, что затухание геликонов обратно пропорционально циклотронной частоте. Поэтому в больших магнитных полях геликоны обладают относительно малым затуханием. Нами показано, что оба типа волн (геликоны и антигеликоны) в периодической структуре образуют независимые системы запрещенных и разрешенных для распространения волн зон. Интересной особенностью геликонов является то, что на частотах, ниже плазменной частоты полупроводникового материала, они образуют систему узких разрешенных зон. Возникновение их связано с тем, что поперечное волновое число  $k_{z1}^s$  остается действительным, когда продольные волновые числа  $k_x, k_y$  принимают большие значения. В разрешенной зоне распространение волн происходит в каждом слое полупроводника, как по волноводу, причем поперек слоя укладывается целое число полуволн. В то же время в слоях диэлектрика поля спадают от границ по экспоненте, так как волновое число  $k_z^d$  — мнимое. В целом в среде образуется сложная интерференционная картина электромагнитного поля. Указанное свойство геликонов может быть интересным для применения в миллиметровом и субмиллиметровом коротковолновых диапазонах в качестве многополосных фильтров, управляемых внешним магнитным полем.

*Авторы благодарны С. И. Ханкиной и В. М. Яковенко за полезные замечания при обсуждении результатов работы.*

1. Булгаков А. А., Кононенко В. К. Дисперсионные свойства циклотронных волн в периодической структуре полупроводник — диэлектрик // Журн. техн. физики. — 2004. — **74**, № 10. — С. 69–74.
2. Булгаков А. А., Шрамкова О. В. Исследование зонного спектра электромагнитных волн в периодической полупроводниковой структуре, помещенной во внешнее магнитное поле // Радиотехника и электроника. — 2001. — **46**, № 2. — С. 236–240.
3. Agrain P. Proc. Intern. Conf. on Semiconductor Physics. — Prague, 1960. — P. 224.
4. Константинов О. В., Перель В. И. О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1960. — **38**. — С. 161–164.
5. Белецкий Н. Н., Тетервов А. П., Яковенко В. М. Непотенциальные поверхностные волны в магнитоактивной плазме полупроводника // Физика и техника полупроводников. — 1972. — **6**, № 11. — С. 2129–2133.
6. Владимиров В. В., Волков А. Ф., Мейлихов Е. З. Плазма полупроводников. — Москва: Атомиздат, 1979. — 256 с.
7. Пожела Ю. К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. — Москва: Наука, 1977. — 367 с.
8. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. — Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. — 408 с.
9. Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешеткой. — Москва: Наука, 1989. — 288 с.
10. Floquet G. Ann. Sci. Ecole norm. super. — 1883. — **12**. — P. 47–88.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — Москва: Наука, 1973. — 720 с.
12. Ханкина С. И., Яковенко В. М. К теории поверхностных геликонов в полупроводниковой плазме // Физика и техника полупроводников. — 1979. — **13**, № 9. — С. 1795–1798.
13. Булгаков А. А., Мерцуц А. В., Ольховский Е. А. Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектрических сверхрешеток // Журн. техн. физики. — 2004. — **74**, № 10. — С. 103–107.

*Институт радиофизики и электроники  
им А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков*

*Поступило в редакцию 08.09.2006*