УДК 517.9

А. П. Малицкая

Первая смешанная задача в полупространстве для уравнения Сонина

В данной статье исследуется первая краевая задача в полупространстве для уравнения [1], обобщающего уравнение диффузии с инерцией. Методом потенциала, как в параболическом случае [2]—[5], доказывается существование и единственность классического решения первой граничной задачи в полупространстве для уравнения Сонина.

В области $\Pi=\{(t,R),\ 0<t\leqslant T,\ R=(x,y,z),\ y>0,\ -\infty<x<\infty,\ -\infty<z<\infty\}$ рассматривается уравнение

$$D_tu(t,R)-D^2_{y^2}u(t,R)-yD_xu(t,R)-xD_zu(t,R)=f(t,R), \qquad (1)$$

краевые условия

$$u(\theta,R)=u_0(R),\quad u(t,x,0,z)=\varphi(t,R'),\quad R'=(x,z) \qquad (2)$$

и условия согласования

$$u_0(x,0,z)=\varphi(0,R'). \qquad (3)$$

Справедлива теорема.

Теорема. *Пусть* 1) $f(t,R)$ *непрерывна, ограничена, удовлетворяет равномерному условию Гельдера по* y *с показателем* α, $0<\alpha\leqslant 1$, *имеет непрерывные ограниченные производные по* x, z *до третьего порядка включительно,* $\int\limits_{E_2}|D^kf(t,R)\,dR'\leqslant C$, $|k|\leqslant 3$; 2) $u_0(R)$, $\varphi(t,R')$ *ограничены, непрерывны, имеют ограниченные и непрерывные производные по* x, z *до четвертого порядка включительно,* $\int\limits_{E_2}|D^k\varphi(t,R')|\,dR'\leqslant C$, $\int\limits_{E_2}|D^ku_0(R)|\,dR'\leqslant C$, $|k|\leqslant 4$.

Тогда задача (1), (2), (3) *будет иметь единственное классическое решение.*

Доказательство. $u(t,R)$ ищем методом потенциала, при этом используем фундаментальное решение задачи Коши для уравнения (1):

$$Z(t,R,S)=3\sqrt{15}\pi^{-3/2}t^{-9/2}\exp\{-(y-\eta)^2/4t-3t^{-3}(x-\xi+(y+\eta)t/2)^2-$$
$$-180t^{-5}(z-\zeta+(x+\xi)t/2+(y+\eta)t^2/12)^2\},\quad S=(\xi,\eta,\zeta). \qquad (4)$$

Без ограничения общности можно считать, что $u_0(r)$, и $f(t,R)$ определены, непрерывны и ограничены во всем пространстве E_3. В этом случае функция

$$u_1(t,R)=\int\limits_{E_3}Z(t,R,S)\,u_0(S)\,dS \qquad (5)$$

непрерывна, ограничена в $\overline{\Pi}$, удовлетворяет в Π уравнению (1) с правой часть $f(t,R)=0$ и стремится к $u_0(R)$ при $t\to 0$.

Аналогично функция

$$u_2(t,R)=\int\limits_0^t\int\limits_{E_3}Z(t-\beta,R,S)\,f(\beta,S)\,dSd\beta \qquad (6)$$

удовлетворяет в П уравнению (1). Имеем

$$u(t,R)=u_1(t,R)+u_2(t,R)+u_3(t,R), \tag{7}$$

где $u_2(t,R)$, $u_1(t,R)$ определяются по формулам (5), (6),

$$u_3(t,R)=\int_0^t\int_{E_2} D_\eta Z(t-\beta,R,0,S')\,\mu(\beta,S')\,dS'd\beta,\quad S'=(\xi,\zeta).$$

Искомая функция $\mu(t,R)$ и ее первые производные по x, z должны быть непрерывными и ограниченными при $t>0$ и, кроме того,

$$\mu(0,R')=0. \tag{8}$$

Легко убедиться, что при $t\to 0$, $y\to 0$ $u_3(t,R)\to 0$, $u_2(t,R)\to 0$. Если $t_0>0$, то $\mu(t,R')$ должна удовлетворять равенству

$$u_1(t_0,x_0,0,z_0)+u_2(t_0,x_0,0,z_0)+\lim_{y\to 0}\int_0^{t_0}\int_{E_2}\mu(\beta,$$

$$S')\,D_\eta Z(t_0-\beta,R_0,0,S')\,dS'd\beta=\varphi(t_0,R_0'). \tag{9}$$

Найдем $\lim\limits_{y\to 0}u_3(t,R)$. Для этого $u_3(t,R)$ запишем в следующей форме:

$$u_3(t,R)=\sqrt{15}\pi^{-3/2}\int_0^t\int_{E_2}(t-\beta)^{-13/2}\mu(\beta,S')\,[\xi-x+y(\beta-t)/2]\exp\{-y^2/$$

$$4(t-\beta)-\rho(t-\beta,R,0,S')\}\,dS'd\beta+3\sqrt{15}\,2^{-1}\pi^{-3/2}\int_0^t\int_{E_2}y\mu(\beta,S')\,(t-$$

$$-\beta)^{-11/2}\exp\{-y^2/4(t-\beta)-\rho(t-\beta,R,0,S')\}\,dS'd\beta+90\sqrt{15}\times$$

$$\times\pi^{-3/2}\int_0^t\int_{E_2}(t-\beta)^{-15/2}[z-\zeta+y(t-\beta)^2/12+(\xi+x)(t-\beta)/2]\exp\{-y^2/$$

$$4(t-\beta)-\rho(t-\beta,R,0,S')\}\,dS'd\beta=\sum_{j=1}^{3}I_j(t,R),\quad \rho(t-\beta,R,0,S')=$$

$$=3(t-\beta)^{-3}[x-\xi+y(t-\beta)/2]^2+180\,[z-\zeta+(x+\xi)(t-\beta)/2+$$

$$+y(t-\beta)^2/12]^2(t-\beta)^{-5}.$$

в $I_1(t,R)$ совершим замену переменных интегрирования

$$\sqrt{3}\,[x-\xi+y(t-\beta)/2]=\gamma,\quad \beta=\beta,$$

$$6\sqrt{5}\,[z-\zeta+(x+\xi)(t-\beta)/2+y(t-\beta)^2/12]=\theta. \tag{10}$$

Получим

$$I_1(t,R)=\sqrt{3}\,2^{-1}\pi^{-3/2}\int_0^t\int_{E_2}\gamma(t-\beta)^{-1}\exp\{-\gamma^2-\theta^2-y^2/4(t-\beta)\}\times$$

$$\times\mu(\beta,x+\gamma/\sqrt{3}(t-\beta)^{-3/2}+y(t-\beta)/2,\quad \theta(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+x(t-\beta)+$$

$$+\gamma(t-\beta)^{5/2}/2\sqrt{3}+z+y(t-\beta)^2/6)\,dGd\beta,\quad G=(\gamma,\theta).$$

Прибавив под интегралом $\pm\gamma\exp\{-\gamma^2-\theta^2-y^2/4(t-\beta)\}\,\mu(\beta,x+y(t-\beta)^{3/2}/2,\ \theta(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+x(t-\beta)+z+\gamma(t-\beta)^{5/2}/2\sqrt{3}+y(t-\beta)^2/6)+\mu(\beta,\ y(t-\beta)/2,\ \ x(t-\beta)+z+y(t-\beta)^2/6)]$, оценим I_1: $|I_1|\leqslant C\left[\sup\limits_{(t,R')}\left|D_x\mu(t,R')\right|\left|\int_0^t(t-\beta)\,d\beta\right|+\sup\limits_{(t,R')}|D_z\mu(t,R')|\left|\int_0^t(t-\beta)^{3/2}d\beta\right|\right]$. Отсюда

$$\lim_{(t,R)\to(0,x,0,z)}I_1(t,R)=0. \tag{11}$$

В I_2 введем замену (10) и $y(t-\beta)^{-1/2}=2\tau$:

$$I_2=\pi^{-3/2}\int\limits_{2^{-1}yt^{-1/2}}^{\infty}\int\limits_{E_2}\exp\{-\gamma^2-\theta^2-\tau^2\}\,\mu\,(t-y^2/4\tau^2,\ \gamma y^3/16\sqrt{3}\,\tau^3+$$

$$+y^3/8\tau^2+x,\ \theta y/192\sqrt{15}\,\tau^5+xy^2/4\tau^2+\gamma y^5/64\sqrt{3}\tau^5+y^5/96\tau^4)\,dGd\tau. \qquad (12)$$

Из равенства (12) можно заключить, что

$$|I_2|\leqslant\pi^{-3/2}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_{E_2}|\mu\,(t-y^2/4\tau^2,\ \gamma y^3/16\sqrt{3}\tau^3+x+y^3/8\tau^2,\ \theta y^5/192\sqrt{15}\tau^5+$$

$$+xy^2/4\tau^2+\gamma y^5/64\sqrt{3}\tau^5+y^5/96\tau^4)|\exp\{-\gamma^2-\theta^2-\tau^2\}\,dGd\tau. \qquad (13)$$

В (13) перейдем к пределу при $t\to 0$, $y\to 0$, $R'\to R_0'$. В силу равенства (8) по теореме Лебега получим, что

$$\lim_{(t,R)\to(0,x_0,0,z_0)} I_2(t,R)=0. \qquad (14)$$

В I_3 совершим замену (10): $I_3=\sqrt{5}\pi^{-3/2}\int\limits_0^t d\beta/2\,(t-\beta)\int\limits_{E_2}\theta\mu\,(\beta,\ \gamma\,(t-$ $-\beta)^{3/2}/\sqrt{3}+x+y\,(t-\beta)/2,\ \theta\,(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+x\,(t-\beta)+z+\gamma\,(t-\beta)^{5/2}/$ $2\sqrt{3}+y\,(t-\beta)^2/6)\exp\{-y^2/4\,(t-\beta)-\theta^2-\gamma^2\}\,dG$. Аналогично I_1 получим оценку

$$|I_3|\leqslant C\left[\sup_{(t,R')}\left|D_x\mu\,(t,R')\right|\left|\int\limits_0^t(t-\beta)^{1/2}d\beta\right|+\sup_{(t,R')}\left|D_z\mu\,(t,\right.\right.$$

$$\left.\left.R')\right|\left|\int\limits_0^t(t-\beta)^{3/2}d\beta\right|\right]. \qquad (15)$$

Из (15) можно заключить, что

$$\lim_{(t,R)\to(0,x_0,0,z_0)} I_3(t,R)=0. \qquad (16)$$

Из выражений (16), (14), (11) и (9), свойств функции $u_1(t,R)$ следует условие согласования (3).

Изучим поведение потенциала $u_3(t,R)$ на границе $y=0$, $t>0$.

Докажем, что

$$\lim_{(t,R)\to(l,x,0,z)} I_2(t,R)=2^{-1}\mu\,(t,R'),$$

$$\lim_{(t,R)\to(t,x,0,z)}[I_2(t,R)+I_3(t,R)]=\int\limits_0^t d\beta\int\limits_{E_2}D_\eta Z\,(t-\beta,0,R',$$

$$0,S')\,\mu\,(\beta,S')\,dS'=I_0(t,R'),\quad t>0. \qquad (17)$$

Используя равенство (12), запишем разность $I_2(t,R)-\mu\,(t_0,R_0')/2$ в виде

$$I_2(t,R)-\mu\,(t_0,R_0')/2=\pi^{-3/2}\int\limits_{y/2\sqrt{t}}^{\infty}\int\limits_{E_2}\exp\{-\gamma^2-\theta^2-\tau^2\}\,[\mu\,(t-y^2/4\tau^2,$$

$$\gamma y^3/2\sqrt{3}\tau^3+y^3/8\tau^2+x,\ +\theta y^5/192\sqrt{15}\tau^5+y^5/96\tau^4)-\mu\,(t_0,R_0')]\,dGd\tau-$$

$$-\pi^{-3/2}\int\limits_0^{y/2\sqrt{t}}\int\limits_{E_2}\mu\,(t_0,R_0')\exp\{-\gamma^2-\theta^2-\tau^2\}\,dGd\tau=I_4-I_5.$$

Оценим I_4:

$$|I_4| \leqslant \pi^{-3/2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{E_2} |\mu(t - y^2/4\tau^2,\ \gamma y^3/2\sqrt{3}\tau^3 + y^3/8\tau^2 + x,\ \gamma y^5/64\sqrt{3}\tau^3 +$$

$$+ y^5/96\tau^4 + z + \theta y^5\tau^{-5}/192\sqrt{15} + xy^2/4\tau^3) - \mu(t_0, R_0)/\exp\{-\gamma^2 - \theta^2 - \tau^2\} dG d\tau. \tag{18}$$

Из оценки (18) следует предельный переход под знаком интеграла I_4 при $y \to 0$, $t \to t_0$, $R' \to R_0'$. Поскольку $\mu(t, R')$ непрерывна, то $\lim\limits_{(t,R)\to(t_0,0,R_0')} I_4(t, R) = 0$. Інтеграл I_5 мал при малых y.

Для доказательства равенства (17) достаточно установить, что $I_2(t, R) + I_3(t, R)$ при $y \to 0$, $R' \to R_0'$ стремится к $I_0(t, R')$ равномерно относительно t, R_0'. В интеграле $I_0(t, R')$ после подстановки явного вида для функции $D_\eta Z(t - \beta, R, 0, S')$ проведем замену переменных интегрирования (10), где роль R будет играть R_0. Получим

$$I_0(t_0, R_0') = \sqrt{3}\pi^{-3/2} \int\limits_0^{t_0} \int\limits_{E_2} 2^{-1}\gamma(t_0 - \beta)^{-1}\mu(\beta, \gamma(t_0 - \beta)^{3/2}/\sqrt{3} + x_0, z_0 +$$

$$+ (t_0 - \beta)^{5/2}\theta/6\sqrt{5} + x_0(t_0 - \beta) + \gamma(t_0 - \beta)^{5/2}/2\sqrt{3}) \exp\{-\gamma^2 - \theta^2\} d\beta dG +$$

$$+ \sqrt{5}\pi^{-3/2}/2 \int\limits_0^t \int\limits_{E_2} \theta(t - \beta)^{-1}\mu(\beta, \gamma(t_0 - \beta)^{3/2}/\sqrt{3}, + x_0, z_0 + (t - \beta)x_0 +$$

$$+ \gamma(t_0 - \beta)^{5/2}/2\sqrt{3} + \theta(t_0 - \beta)^{5/2}/6\sqrt{5}) \exp\{-\gamma^2 - \theta^2\} dG d\beta.$$

В интегралах I_3, I_1 сделаем замену переменных интегрирования (9), после чего изучим поведение выражения $I_1 + I_3 - I_0$, представив его в виде

$$I_1 + I_3 - I_0 = \pi^{-3/2} \int\limits_0^t (t - \beta)^{-1} d\beta \int\limits_{E_2} (2^{-1}\sqrt{5}\theta + 2^{-1}\sqrt{3}\gamma)\mu(\beta, x + \gamma(t -$$

$$- \beta)^{3/2}/\sqrt{3} + \theta(t - \beta)^{5/2}/6\sqrt{5}, + x(t - \beta) + z + \gamma(t - \beta)^{5/2}/2\sqrt{3}) \exp\{-\gamma^2 -$$

$$- \theta^2\} [\exp\{-y^2/4(t - \beta)\} - 1] dG + I_6 = I_6 + I_7.$$

При малых y интеграл I_6 мал, так как

$$|I_6| \leqslant Cy| \sup_{(t,R')} \{|D_x\mu(t, R')| + |D_z\mu(t, R')|\}].$$

Оценим интеграл I_7, предварительно его проинтегрировав по часятм:

$$|I_7| \leqslant \pi^{-3/2} \left| \int\limits_0^t (t - \beta)^{-1} d\beta \int\limits_{E_2} (\sqrt{3}D_\gamma + \sqrt{5}D_\theta)\mu(\beta, \gamma(t - \beta)^{3/2}/\sqrt{3} + x, \right.$$

$$x(t - \beta) + \theta(t - \beta)^{5/2}/6\sqrt{5} + \gamma(t - \beta)^{5/2}/2\sqrt{3} + z)[\exp\{-y^2/4(t - \beta)\} -$$

$$\left. - 1] \exp\{-\gamma^2 - \theta^2\} dG \right| \leqslant C \sup_{(t,R')} [|D_x\mu(t, R')| + |D_z\mu(t, R')| \times$$

$$\times \left| \int\limits_0^t [\exp\{-y^2/4(t - \beta)\} - 1](t - \beta)^{3/2} d\beta \right|. \tag{19}$$

Из оценки (19) получаем, что $\lim\limits_{y\to 0} I_6 = 0$ равномерно относительно t, R'. Таким образом, $u(t, R)$ — решение поставленной краевой задачи тогда и только тогда, когда для искомой функции $\mu(t, R')$ выполняется соотношение

$$\varphi(t, R') = \mu(t, R')/2 - 9\sqrt{15}\pi^{-3/2}\int_0^t (t-\beta)^{-13/2}d\beta\int_{E_2}(x-\xi)\mu(\beta, S')\exp\{-\rho(t-\beta, 0, R', 0, S')\}dS' + 90\sqrt{15}\pi^{-3/2}\int_0^t (t-\beta)^{-15/2}d\beta\int_{E_2}(z-\zeta+(x+\xi)(t-\beta)/\sqrt{2})\mu(\beta, S')\exp\{-\rho(t-\beta, 0, R', 0, S')\}dS' + u_1(t, x, 0, z) + u_2(t, x, 0, z). \qquad (20)$$

Докажем разрешимость интегрального уравнения (20). Для этого введем множество V функций трех переменных (t, x, z). Элементы этого множества — непрерывные функции $v(t, R')$, имеющие все производные по R', удовлетворяющие неравенствам вида

$$|D^q_{R'}v(t, R')| \leqslant C_q \exp\{-a|R'|^2\} \qquad (21)$$

с постоянным C и a, зависящим только от функции $v(t, R')$. Определим норму функции $v(t, R')$:

$$\|v(t, R')\|_\beta = \sup_{(t,R')}|\widetilde{v}(t, S')|[1+|S'|^2]^{\beta/2}, \qquad (22)$$

где $\widetilde{v}(t, S')$ — преобразование Фурье по R' от функции $v(t, R')$.

Под пространством $\widetilde{C}_\beta$ будем понимать пополнение множества V по норме (21). Заметим, что при достаточно больших β элементы пространства $\widetilde{C}_\beta$ — непрерывные функции, обладающие непрерывными и ограниченными производными по x, z.

Перепишем уравнение (20) в эквивалентной форме:

$$\mu(t, R') = 2\sqrt{15}\pi^{-3/2}\int_0^t (t-\beta)^{-13/2}d\beta\int_{E_2}[9(x-\xi) - 90(z-\zeta+(x+\xi)(t-\beta)/2)/(t-\beta))]\mu(\beta, S')\exp\{-\rho(t-\beta, 0, R', 0, S')\}dS' + 2(\varphi(t, R') - u_1(t, x, 0, z) - u_2(t, x, 0, z)) = A\mu(t, R') + \Phi(t, R')$$

и покажем, что оператор A осуществляет сжимающее отображение множества V в себя при малых t.

В интервале $A\mu$ сделаем замену переменных интегрирования (10) при $y = 0$, после чего, интегрируя по частям, для $A\mu$ получим представление

$$A\mu(t, R') = 2^{-1}\pi^{-3/2}\int_0^t (t-\beta)^{-1/2}d\beta\int_{E_2}[\sqrt{3}D_x + (\sqrt{5}-\sqrt{3}/2)(t-\beta)D_z]\mu(\beta, \gamma(t-\beta)^{3/2}/\sqrt{3}+x,\ z+x(t-\beta)+\theta(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+\gamma(t-\beta)^{5/2}(2\sqrt{3})^{-1})\times$$
$\times\exp\{-\gamma^2-\theta^2\}dG$. Отсюда

$$D^q_{R'}A\mu(t, R') = 2^{-1}\pi^{-3/2}\int_0^t (t-\beta)^{-1/2}d\beta\int_{E_2}[\sqrt{3}D^{q+1}_{xR'q} + (\sqrt{5}-\sqrt{3}/2)(t-\beta)D^{q+1}_{zR'q}]\mu(\beta, \gamma(t-\beta)^{3/2}/\sqrt{3}+x,\ \theta(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+\gamma(t-\beta)^{3/2}/\sqrt{12}+x(t-\beta)+z)\exp\{-\gamma^2-\theta^2\}dG. \qquad (23)$$

Из (20) и (21) находим оценку

$$|D^q_{R'q}A\mu(t, R')| \leqslant M_q\int_0^t[(t-\beta)^{1/2}+(t-\beta)^{3/2}]d\beta\times\int_{E_2}\exp\{-a(\gamma(t-\beta)^{3/2}/\sqrt{3}+x)^2 - a(\theta(t-\beta)^{5/2}/6\sqrt{5}+\gamma(t-\beta)^{5/2}/2\sqrt{3}+x(t-\beta)+z)^2-\gamma^2-\theta^2\}dG. \qquad (24)$$

Из (24) при $0<t<1$ непосредственным подсчетом получим $| D^{q'}_{Rq} A\mu(t, R') | \leqslant M_q \left| \int_0^t \exp\{-[(1-\varepsilon)-13a(t-\beta)^5] az^2 - [1-a(1-\varepsilon)(t-\beta)/\varepsilon - 14a(t-\beta)^3/\varepsilon] ax^2\} [(t-\beta)^{1/2} + (t-\beta)^{3/2}] d\beta \int_{E_2} \exp\{-\varepsilon(\gamma^2+\theta^2)\} dG \right|$, $0<\varepsilon<1$. Согласно оценке (24) t можно подобрать так, чтобы $D^{q'}_{Rq} A\mu(t, R')$ принадлежала множеству V.

Оценим $\| A\mu(t, R') \|_\beta$. Для этого найдем преобразование Фурье по R' от $A\mu(t, R')$:

$$\widetilde{A}\mu(t, S') = \pi^{-3/2} \int_0^t (t-\beta)^{-13/2} d\beta \int_{E_2} \exp\{-ix\xi - iz\zeta\} dR' \int_{E_2} [18\sqrt{5}(x-\gamma) - 180(z-\zeta+(x+\xi)(t-\beta)/2)] \mu(\beta, G) \exp\{-\rho(t-\beta, 0, R', 0, G)\} dG. \quad (25)$$

В (25) совершим замену переменных $x-\gamma=-\eta$, $\beta=\beta$, $z-\theta+(x+\gamma)\times(t-\beta)/2=-\alpha$, $Q=(\eta, \alpha)$. Находим

$$\widetilde{A}\mu(t, S') = \pi^{-3/2} \int_0^t (t-\beta)^{-13/2} d\beta \int_{E_2} \exp\{-3\eta^2(t-\beta)^{-3} - 180\alpha^2(t-\beta)^{-5}\} [18\sqrt{5}\eta - 180\sqrt{15}\alpha\ (t-\beta)^{-1} dQ \int_{E_2} \mu(\beta, x+\eta, z+\alpha+x(t-\beta) + \eta(t-\beta)/2) \exp\{-ix\xi - iz\zeta\} dR' = i\pi^{-1/2} \int_0^t (t-\beta)^{1/2} \widetilde{\mu}(\beta, \xi+\zeta(t-\beta), \zeta) \times [\xi/2 - \zeta(t-\beta)/3] \exp\{-(t-\beta)^5 \zeta^2/72 - [\xi-\zeta(t-\beta)^2/2]^2 (t-\beta)^3/12\} d\beta. \quad (26)$$

Из (26) получаем оценку

$$|\widetilde{A}\mu(t, S')| \leqslant C \sup_{(t,s)} |\widetilde{\mu}(t, S')| T^{1/2} \int_0^\infty (\exp\{-\tau^3\} + T\exp\{-\tau^5\}) d\tau. \quad (27)$$

За счет выбора T можно получить оценку

$$\| A\mu(t, R') \|_\beta \leqslant \varepsilon \| \mu(t, R') \|_\beta, \quad 0<\varepsilon<1. \quad (28)$$

Согласно условиям теоремы легко показать, что $u_2(t, x, 0, z) \in \widetilde{C}_{3+\gamma}$, $0<\gamma<0,4$, $u_1(t, x, 0, z) \in \widetilde{C}_4$, $\varphi(t, R') \in \widetilde{C}_4$.

Учитывая замкнутость оператора A, получаем, что он переводит полное банахово пространство $\widetilde{C}_{3+\gamma}$ в себя. Выбрав T минимальным, из оценок (24), (28) получим область по t, в которой отображение A будет сжатым в $\widetilde{C}_{3+\gamma}$. Так как в каждой полосе по t можно доказать единственность и существование решения $\mu(t, R')$ для интегрального уравнения, то его решение можно продлить по непрерывности на заданный промежуток $[0, T]$. Отсюда получаем разрешимость интегрального уравнения в области П.

Единственность решения поставленной задачи следует из принципа максимума в классах ограниченных функций.

1. *Сонин И. М.* Об одном классе вырождающихся диффузионных процессов.— Теория вероятностей и ее применения, 1967, XII, № 3, с. 540—547.
2. *Шатыро Я. И.* Краевая задача для ультрапараболического уравнения.— Дифференц. уравнения, 1971, 7, № 6, с. 1087—1096.
3. *Эйдельман С. Д.* Параболические системы.— М.: Наука, 1964.— 444 с.
4. *Ландис Е. М.* Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов.— М.: Наука, 1971.— 287 с.
5. *Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа.— М.: Наука, 1976.— 736 с.

Ивано-Франковский педагогический институт

Поступила в редакцию 12.10. 1981 г.
после доработки — 9.11.1982 г.