ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

https://doi.org/10.15407/dopovidi2019.10.021
УДК 539.3

С.Ю. Бабич, Ю.П. Глухов, В.Ф. Корнієнко

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ
E-mail: babich_sy@ukr.net, gluchov.uriy@gmail.com, vf_kornienko@ukr.net

До задачі розповсюдження поверхневих хвиль Релея в попередньо напружених тілах з криволінійними границями

Представлено членом-кореспондентом НАН України І.С. Чернишенком

Стаття присвячена дослідженню закономірностей розповсюдження пружних поверхневих хвиль Релея вздовж плоских і криволінійних границь тіл з початковими (залишковими) напруженнями. В рамках лінеаризованої теорії пружності одержані дисперсійні рівняння для визначення фазових швидкостей поверхневих хвиль Релея. При цьому розглядаються тіла циліндричної форми (нескінченний суцільний циліндр і циліндрична порожнина), а також сфера під дією попереднього всестороннього навантаження. Останні дослідження тісно пов'язані з контактними задачами (для встановлення явищ "резонансного характеру"). Крім цього, такі дослідження мають і самостійне значення. Одержані якісні і кількісні ефекти впливу початкових (залишкових) напружень на характер хвильових процесів. Для даної роботи характерним і загальним є те, що: по-перше, всі основні розглянуті тіла – пружні; по-друге, усі основи (тіла) — попередньо напружені.

Ключові слова: *поверхневі хвилі, дисперсійні рівняння, амплітудні величини, початкові напруження.*

Розглянемо закономірності розповсюдження поверхневих хвиль Релея вздовж криволінійних (плоских) границь для попередньо напружених тіл на основі результатів, одержаних в основному в працях [1—4]. Тут у достатньо загальній формі досліджені закономірності розповсюдження поверхневих гармонічних пружних хвиль Релея вздовж криволінійних границь (круговий циліндр і сфера) з початковими напруженнями. Актуальність таких досліджень не викликає сумнівів, оскільки початкові (залишкові) напруження практично присутні у всіх елементах конструкцій. Як відомо, початкові напруження зумовлені різними причинами, наприклад, технологічними операціями, виконуваними при виготовленні матеріалів, або складанням конструкцій. У випадку композиційних матеріалів початкові напруження, як правило, відповідають напруженням уздовж армуючих елементів. У земній корі вони утворюються внаслідок дії гравітаційних сил і тектонічних процесів. Їх необхідно враховувати при розв'язанні задач з деформації ґрунтів (особливо замерзлих). У пружно-пластичних тілах також можуть бути внутрішні залишкові напруження після зняття навантажень.

Під поверхневими гармонічними хвилями у пружних тілах з початковими напруженнями будемо розуміти гармонічні хвилі, які задовольняють наступним двом умовам: по-перше, хвилі розповсюджуються вздовж вільної або невільної поверхні і її амплітудні величини затухають при віддаленні від вільної поверхні (ця умова аналогічна умовам лінійної класичної теорії пружності); по-друге, у випадку відсутності початкових напружень, розглядувані поверхневі хвилі переходять у поверхневі хвилі класичної лінійної теорії пружності. Дослідження розповсюдження пружних хвиль у попередньо напружених тілах допомагають у розв'язанні двох задач. Перша задача полягає у визначенні пружних модулів третього порядку, які використовуються у фізиці твердого тіла, а друга – дослідити розподіл напружень. Розроблені неруйнуючі методи визначення початкових напружень на основі закономірностей розповсюдження пружних хвиль у нескінченних тілах не дають можливостей визначення початкового напруженого стану у приповерхневих шарах. У зв'язку з цим виникає теоретична і практична зацікавленість дослідження розповсюдження поверхневих хвиль Релея для попередньо напружених тіл з криволінійними границями. При проведенні числових розрахунків використовувались експериментальні дані, одержані в Інституті електрозварювання НАН України. Необхідно зазначити, що у випадку тільки попереднього осьового стиску суцільного циліндра дисперсійне рівняння одержане на основі аналогії, яка існує між лінійними і лінеаризованими задачами теорії пружності. У роботі встановлені необхідні і достатні умови існування такої аналогії. У загальному випадку (для довільних початкових станів) не існує аналогії між лінійними і лінеаризованими задачами теорії пружності. Для частинних випадків однорідного початкового стану такі аналогії існують. Встановлені аналогії дають можливість використати відомі розв'язки лінійних задач, зробивши відповідні заміни.

Як уже зазначалось вище, для кругового суцільного циліндра така аналогія існує у випадку осьового стиску. У загальному випадку (для довільних навантажень P_m), наприклад, для "мертвих" навантажень ($P_m = 0$) всесторонньої рівномірної початкової деформації лінеаризовані задачі не зводяться до лінійних задач, коли постійні Ляме залежать від початкових деформацій, оскільки в граничних умовах в напруженнях з'являється додатковий член з множником σ_0^*. Причому рівняння руху зводяться до рівнянь Ляме. Для конкретного випадку, коли поверхневе навантаження діє в напрямку нормалі до граничної поверхні і не змінює напрямок (завжди направлене по нормалі) і величину при деформації, тобто маємо випадок "слідкувального" навантаження, то граничні умови лінеаризованої задачі зводяться до лінійних граничних умов. У роботі розглянуто нескінченний циліндр кругового поперечного перерізу при такому у загальному випадку початковому напружено-деформованому осесиметричному стані

$$S_{11}^0 = S_{22}^0 \neq 0, \quad S_{33}^0 \neq 0, \quad \sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 \neq 0, \quad \sigma_{33}^0 \neq 0, \quad e_{11}^0 = e_{22}^0, \quad \lambda_1 = \lambda_2 . \tag{1}$$

Для осесиметричного навантаження буде виникати осесиметричний початковий напружено-деформований стан (1) тільки у тому випадку, коли тіло є ізотропним або трансверсально-ізотропним, причому у останньому випадку вісь ізотропії повинна збігатися з віссю Ox_3; надалі будемо приймати дані умови відносно властивостей матеріалу циліндра.

Розглядається циліндр кругового поперечного перерізу радіуса R у недеформованому стані. Нехай вздовж циліндричної поверхні у напрямку кругової координати θ розповсюджується поверхнева хвиля. У цьому випадку розв'язки хвильових рівнянь, які при $r=0$ будуть обмежені, можна зобразити у формі

$$\Phi_1 = Ae^{ip\theta} I_p(\xi_1 r); \quad \psi = Be^{ip\theta} I_p(\xi_2 r). \tag{2}$$

Розв'язки (2) повинні задовольняти граничним умовам (коли на поверхні циліндра відсутні навантаження). Розглядається випадок осьового стиску циліндра ($\sigma_{11}^{*0} = \sigma_{22}^{*0} = 0$, $\sigma_{33}^{*0} = -p_3^* = \text{const}$). В результаті звичайної процедури одержано дисперсійне рівняння [4]

$$a_2\left[\frac{2}{y}\left(1-\frac{x^2}{y^2}\right)+a_3x\right]\frac{I_{p+1}(v)}{I_p(v)}+2a_4\left[\frac{1}{y}\left(1-\frac{x^2}{y^2}\right)-\frac{x}{B_1\lambda_1^2}\right]\frac{I_{p+1}(w)}{I_p(w)}-$$

$$-2a_2a_4\left(1-\frac{x^2}{y^2}\right)\frac{I_{p+1}(v)}{I_p(v)}\frac{I_{p+1}(w)}{I_p(w)}-\frac{x}{B_1}\left[\frac{1}{y}(a_3B_1-2da_1)\cdot x\left(1-\frac{x}{y}\right)-da_1a_3x\right]=0. \tag{3}$$

У (3) введені позначення

$x = k_t R,\ a_1 = \dfrac{\mu}{a_{11}\lambda_1^2},\ a_2 = \sqrt{a_1},\ a_3 = \dfrac{\mu}{\mu_{12}\lambda_1^2},\ a_4 = \sqrt{a_3},\ B_1 = \dfrac{a_{12}-a_{11}}{\mu},\ d = \dfrac{a_{11}}{\mu},\ v = a_2 x,\ w = a_4 x,$

$c = \dfrac{\omega}{k}$ — фазова швидкість поверхневої хвилі; c_t — швидкість хвилі зсуву в ненавантаженому циліндрі; $y = \dfrac{c}{c_t}$, $p = \dfrac{x}{y}$.

Таким чином, досліджуючи вплив початкових напружень на швидкість розповсюдження поверхневих хвиль у циліндрі, необхідно безпосередньо розв'язати чисельно частотне (дисперсійне) рівняння. Коли $R \to \infty$, то одержано частотне рівняння, яке характеризує розповсюдження поверхневих хвиль Релея вздовж плоскої границі (півплощини з початковими напруженнями)

$$\eta_R^6 - 8\frac{\mu_{12}}{\mu}\lambda_1^2\eta_R^4 + 8\frac{\mu_{12}^2}{\mu^2}\lambda_1^4\left(3-2\frac{\mu_{12}}{a_{11}}\right)\eta_R^2 - 16\frac{\mu_{12}^3}{\mu^3}\lambda_1^6\left(1-\frac{\mu_{12}}{a_{11}}\right)=0, \tag{4}$$

де $\eta_R = \dfrac{c_R}{c_t}$, c_R — швидкість хвилі Релея в напруженому тілі з плоскою границею. Величини a_{11}, a_{12}, μ_{12} визначаються із виразів [5]. Зауважимо, що рівняння (1) можна одержати за аналогією, яка існує між лінійними і лінеаризованими задачами у випадку осьового стиску циліндра.

При великих значеннях хвильового числа p, що відповідає коротким хвилям у порівнянні з довжиною кола, для фазової швидкості одержані результати асимптотичного характеру. Аналогічно суцільному циліндру у роботі розглянуто циліндричну порожнину кругового поперечного перерізу в нескінченному пружному просторі.

В результаті маємо дисперсійне рівняння для визначення хвильового числа k (швидкості хвиль Релея) у такому вигляді [3]

$$A_1 x\{[p(1-p)+y^2]B_2 + p(1-p) + p^2(1-p)B_1\}\frac{H_{p+1}^{(1)}(x)}{H_p^{(1)}(x)} -$$

$$-\{A_2[p(1-p)+x^2] + p(1-p)a_{12} - A_1 p^2(1-p)\}B_1 y\frac{H_{p+1}^{(1)}(y)}{H_p^{(1)}(y)} +$$

$$+A_1 B_1 xy(p^2-1)\frac{H_{p+1}^{(1)}(x)\cdot H_{p+1}^{(1)}(y)}{H_p^{(1)}(x)\cdot H_{p+1}^{(1)}(y)} + A_2[p(1-p)+x^2]\{B_2[p(1-p)+y^2]+p(1-p)\}+$$

$$+B_2 a_{12} p(1-p)[p(1-p)+y^2] + p^2(1-p)^2(A_1B_1 - a_{12}) = 0. \quad (5)$$

Дисперсійне рівняння (5) визначає хвильове число k, коли радіус циліндра R відомий. У загальному випадку таке рівняння має безліч розв'язків (коренів). Кожний корінь задає відповідний хвильовий рух. Тут розглядаються поверхневі хвилі, котрі локалізовані у тонкому приповерхневому шарі. Оскільки у дисперсійне рівняння (5) входять функції Ганкеля, то для відомих x, y воно задовольняється тільки для комплексного хвильового числа $p = p_1 + ip_2$. Враховуючи, що p і k пов'язані між собою залежністю $p = kR$, то хвильове число поверхневої хвилі також буде комплексним $k = k_1 + ik_2$, причому $p_1 = k_1 R$, $p_2 = k_2 R$. Зважаючи на те, що p і k — комплексні величини, то поверхнева хвиля у випадку циліндричної порожнини розповсюджується із згасанням, тобто у результаті розповсюдження хвилі має місце радіальне випромінювання енергії в глибину середовища. Останнє підтверджується тим, що для $r \to \infty$ функції $H_p^{(1)}(x)$ та $H_p^{(1)}(y)$ є не що інше, як циліндричні хвилі.

Чисельні результати проведені, коли циліндр завантажений у напрямку осі Ox_3. В рамках потенціалу Мурнагана на основі чисельних розрахунків досліджено вплив початкових напружень на фазові швидкості поверхневих хвиль, які розповсюджуються вздовж циліндричної поверхні. Аналогічно циліндру у даній статті в рамках теорії великих початкових деформацій досліджена задача розповсюдження поверхневих хвиль Релея на сфері при всесторонній рівномірній початковій деформації. Дослідження проведені у випадку двох типів навантаження: "слідкувального" і "мертвого". Задача розв'язана методом шарових векторів, причому для "слідкувального" навантаження дисперсійне рівняння одержано на основі аналогії, яка існує між лінійними і лінеаризованими задачами. Оскільки сферична поверхня обмежена, то як і у випадку відсутності початкових напружень вважаємо, що в полюсах сфери $\theta = 0$ і $\theta = \pi$ (r, θ, φ — сферичні координати) розміщені "джерело" і "стік" хвиль, які відповідають особливим точкам розв'язків рівнянь. Така постановка задачі дає можливість вважати "джерело" і "стік" хвиль еквівалентними один одному. При зроблених допущеннях хвилі розповсюджуються від полюсів з однаковими амплітудами в "$+\theta$" і "$-\theta$" напрямках. У результаті накладання розповсюджуваних таким чином хвиль дістанемо стоячі хвилі, регулярні у всіх точках сфери. Зауважимо, що у випадку півпростору "джерело" і "стік" хвиль знаходились на нескінченності. У роботі доведено, що для великих значень l, що відповідає коротким хвилям у порівнянні з довжиною кола, фазова швидкість поверхневих хвиль Релея на сфері незначно відрізняється від швидкості хвиль Релея у півпросторі. У цьому випадку має місце вираз $c = c_R(1+\delta)$. Тут δ — мала величина, яка залежить від пружних властивостей середовища, початкових напружень, R і l, причому $\delta \to 0$, коли $l \to \infty$; c_R — швидкість хвилі Релея у завантаженому тілі з плоскою границею; c — фазова швидкість поверхневої хвилі на сфері. Аналогічно циліндру дисперсійні рівняння, відповідно для "слідкувального" і "мертвого" навантажень одержані у випадку потенціалу довільної форми у такому вигдяді [3]:

$$2[y^2 + l(l^2 + l - 2)]\frac{J_{l-(1/2)}(x)}{J_{l+(1/2)}(x)} + \frac{1}{\alpha}[y^2 + 2(l+2)(l^2 - 1)]\frac{J_{l-(1/2)}(x)}{J_{l+(1/2)}(x)} -$$

$$-2(l+2)(l-1)y\frac{J_{l-(1/2)}(x)J_{l-(1/2)}(y)}{J_{l+(1/2)}(x)J_{l-(1/2)}(y)} - \frac{y}{\alpha}\left[(l+2)(2l+1) - \frac{y^2}{2}\right] = 0. \quad (6)$$

$$(2\mu_0 - S_0)[2\mu_0 y^2 + (2\mu_0 - S_0)l(l^2 + l - 2)]\frac{J_{l-(1/2)}(x)}{J_{l+(1/2)}(x)} +$$

$$+\frac{2\mu_0 - S_0}{\alpha}[\mu_0 y^2 + (2\mu_0 - S_0)(l+2)(l^2 - 1)]\frac{J_{l-(1/2)}(y)}{J_{l+(1/2)}(y)} -$$

$$-(2\mu_0 - S_0)^2(l+2)(l-1)y\frac{J_{l-(1/2)}(x)J_{l-(1/2)}(y)}{J_{l+(1/2)}(x)J_{l+(1/2)}(y)} -$$

$$-\frac{\mu_0}{\alpha}[-\mu_0 y^2 + (2\mu_0 - S_0)(l+2)(2l-1)]y = 0; \quad \alpha^2 = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + 2\mu_0}. \quad (7)$$

Якщо радіус кривизни сферичної поверхні прямує до нескінченності ($R \to \infty$), то одержимо дисперсійні рівняння для визначення швидкості хвилі Релея у півпросторі. Наприклад, у випадку "слідкувального" навантаження рівняння Релея має вигляд

$$\eta_R^6 - 8\eta_R^4 + 8(3 - 2\alpha^2)\eta_R^2 - 16(1 - \alpha^2) = 0. \quad (8)$$

Аналогічно для "мертвого навантаження" маємо

$$\eta_R^6 - 4(2a - p)\eta_R^4 + 2(a - p)^2\left[6 - \left(2 - \frac{p}{a}\right)^2\alpha\right]\eta_R^2 +$$

$$+(2a - p)^2\left[\frac{p^2}{a^2} - 4a + \left(4a - 4p + \frac{p}{a}\right)^2\alpha^2\right] = 0. \quad (9)$$

У (8) і (9) введені позначення

$$\alpha^2 = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + 2\mu_0}; \qquad \eta = \frac{C_R}{C_t},$$

де C_R — швидкість хвилі Релея у завантаженому півпросторі. Інші позначення збігаються з [3]. У випадку, коли початкові напруження відсутні (ненавантажене тіло), то рівняння (8), (9) зводяться до єдиної форми

$$\eta_R^6 - 8\eta_R^4 + 8(3-2\xi^2)\eta_R^2 - 16(1-\xi^2) = 0, \tag{10}$$

де $\eta_R = \frac{K_t}{K_R} = \frac{C_R}{C_t}$, $\xi = \frac{C_t}{C_l}$ (C_t, C_l — відповідно фазові швидкості поздовжніх хвиль і хвиль зсуву).

Коли радіус сфери R відомий, то існує безліч розв'язків C/C_t, котрі задовольняють рівнянням (6) і (7). Кожний корінь визначає фазову швидкість відповідної хвилі. Тут розглядаються хвилі, котрі локалізовані у приповерхневому шарі і які переходять у хвилі Релея при необмеженому збільшенні радіуса кривизни поверхні. У загальному випадку рівняння (8) і (9) мають по шість коренів, значення яких залежать від коефіцієнта Пуассона ν і початкових напружень. При цьому дані рівняння мають тільки по одному кореню η_6, котрий відповідає релеєвській хвилі і знаходиться в межах нуля і одиниці.

У роботі [3] доведено, що тільки врахування залежності пружного потенціалу від усіх трьох інваріантів тензору деформацій Гріна дозволяє пояснити експериментально встановлені закономірності розповсюдження пружних хвиль у ізотропному тілі з початковими напруженнями. Вплив початкових напружень на фазові швидкості поверхневих хвиль досліджений у рамках потенціалу Мурнагана, залежного від трьох алгебраїчних інваріантів A_1, A_2, A_3 тензору деформацій Гріна.

Розглядається випадок досить жорстких матеріалів, коли у формулах для визначення a_0, b_0, λ_1^2 можна обмежитись лінійними наближеннями σ_0^*/μ. Числові значення постійних третього порядку a,b,c і параметрів λ, μ відповідають сталі марки 09Г2С. В роботі побудовані графіки залежності c_0/c_t від безрозмірної частоти $k_t R$, причому c_0 — фазова швидкість поверхневої хвилі Релея у ненавантаженій сфері, а c_t — швидкість хвилі зсуву. На основі чисельних розв'язків дисперсійних рівнянь у широкому діапазоні зміни частот для конкретних матеріалів можна зробити наступні висновки кількісного і якісного характеру.

Початкові напруження більше впливають на швидкість розповсюдження поверхневих хвиль у тому випадку, коли напрямок розповсюдження хвилі і напрямок прикладених сил збігаються. Причому вплив початкових напружень на швидкість розповсюдження поверхневих хвиль вздовж сферичних поверхонь більший, ніж на циліндрах одного і того ж радіуса. При конкретній частоті швидкість поверхневої хвилі лінійно залежить від початкових напружень в рамках прийнятої точності обчислень. Одержані результати можуть бути використані для визначення впливу початкових напружень на швидкості розповсюдження поверхневих хвиль у попередньо напружених тілах, а також при розробці фізичних основ ультразвукових неруйнівних методів визначення напруженого стану у приповерхневих шарах тіла.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано в даній роботі, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бабич С.Ю., Гузь А.Н., Жук А.П. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. *Прикл. механика*. 1979. **15**, № 4. С. 3—23.
2. Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П. Статика и динамика упругих оснований с начальными (остаточными) напряжениями. Кременчуг: Press-line, 2007. 795 с.
3. Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Рудницкий В.Б. Контактное взаимодействие упругих тел с начальными напряжениями. Развитие идей Л.А. Галина в механике. Москва-Ижевск: Ин-т комп. техн., 2013. с. 188—248.
4. Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П. Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями. Saarbrücken: Lambert Acad. Publ., 2015. 468 с.
5. Бабич С.Ю. О распространении поверхностных волн в предварительно напряженном цилиндре. *Прикл. механика*. 1976. **12**, № 6. С. 123—126.

Надійшло до редакції 27.06.2019

REFERENCES

1. Babich, S. Yu., Guz', A. N., Zhuk, A. P. (1979). Elastic waves in bodies with initial stresses. Int. Appl. Mech., 15, No. 4, pp. 277-291. https://doi.org/10.1007/BF00884760
2. Guz, A. N., Babich, S. Yu., Glukhov, Yu. P. (2007). Statics and dynamics of elastic bases with initial (residual) stresses. Kremenchug: Press-line (in Russian).
3. Guz, A. N, Babich, S. Yu., Rudnitsky, V. B. (2013). Contact interaction of elastic bodies with initial stresses. The development of ideas LA Galina in the mechanics. (pp. 188-248). Moscow-Izhevsk: Computer Technologies Institute (in Russian).
4. Guz, A. N., Babich, S. Yu., Glukhov, Yu. P. (2015). Mixed problems for elastic bases with initial stresses. Saarbrücken: Lambert Acad. Publ. (in Russian).
5. Babich, S. Yu. (1976). Propagation of surface waves in a prestressed cylinder. Int. Appl. Mech., 12, No. 6, pp. 626-628. https://doi.org//10.1007/BF00882381

Received 27.06.2019

С.Ю. Бабич, Ю.П. Глухов, В.Ф. Корниенко

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев
E-mail: babich_sy@ukr.net, gluchov.uriy@gmail.com, vf_kornienko@ukr.net

К ЗАДАЧЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЕЯ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ТЕЛАХ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Статья посвящена исследованию закономерностей распространения упругих поверхностных волн Релея вдоль плоских и криволинейных границ тел с начальными (остаточными) напряжениями. В рамках линеаризованной теории упругости получены дисперсионные уравнения для определения фазовых скоростей поверхностных волн Рэлея. При этом рассматриваются тела цилиндрической формы (бесконечный сплошной цилиндр и цилиндрическая полость), а также сфера под действием предварительной всесторонней нагрузки. Последние исследования тесно связаны с контактными задачами (для установления явлений “резонансного характера”). Кроме этого, такие исследования имеют и самостоятельное значение. Получены качественные и количественные эффекты влияния начальных (остаточных) напряжений на характер волновых процессов. Для данной работы характерным и общим является то, что: во-первых, все основные рассмотренные тела — упругие; во-вторых, все основания (тела) — предварительно напряжены.

Ключевые слова: *поверхностные волны, дисперсионные уравнения, амплитудные величины, начальные напряжения.*

S.Yu. Babich., Yu.P. Glukhov, V.F. Kornienko
S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: babich_sy@ukr.net, gluchov.uriy@gmail.com, vf_kornienko@ukr.net

TO THE PROBLEM OF THE PROPAGATION
OF RAYLEIGH SURFACE WAVES IN PRELIMINARILY
STRESSED BODIES WITH CURVILINEAR BOUNDARIES

The laws governing the propagation of elastic surface Rayleigh waves along flat and curved boundaries of bodies with initial (residual) stresses are studied. Within the framework of the linearized theory of elasticity, the dispersion equations are obtained for determining the phase velocities of surface Rayleigh waves. In this case, cylindrical bodies (an infinite continuous cylinder and a cylindrical cavity), as well as a sphere under the action of a preliminary all-round load, are considered. Recent studies are closely related to contact problems (to establish the phenomena of "resonant nature"). In addition, such studies have independent significance. Qualitative and quantitative effects of the influence of the initial (residual) stresses on the nature of wave processes are obtained. For this work, it is characteristic and general that, firstly, all the main bodies examined are elastic; secondly, all the bases (bodies) are prestressed.

Keywords: *surface waves, dispersion equations, amplitude values, initial stresses.*