

УДК 519.711

В.В. САМСОНОВ*, **А.М. СІЛЬВЕСТРОВ***

ПРО МОЖЛИВІСТЬ МІНІМІЗАЦІЇ КІЛЬКОСТІ ГІДРОМЕТЕОРОЛОГІЧНИХ СТАНЦІЙ

*Національний університет харчових технологій, м. Київ, Україна

Анотація. *Задача мінімізації кількості стаціонарних гідрометеорологічних станцій (ГМС) без суттєвої втрати якості прогнозу погоди може бути актуальною як з позиції вартісних показників, так і для вирішення специфічної задачі прогнозу в зоні, де не бажано або навіть неможливо встановити стаціонарну ГМС, наприклад, на злетно-посадковій смугі аеропорту. У статті пропонується вирішити цю задачу шляхом тимчасового установа мобільної ГМС у заданій, недоступній для установки стаціонарної ГМС, точці території і визначення (на основі статистичного аналізу) більш-менш достовірного зв'язку між показниками гідрометеорологічної тимчасової ГМС і стаціонарними ГМС, розташованими навколо неї. Для успішного вирішення цієї складної задачі необхідно узгодити два суперечливі критерії: показник точності прогнозу погоди в заданій точці з показником мінімальної складності і, як наслідок, коректної ідентифікації структури і параметрів прогнозу моделі. Отже, розглядаються три задачі: перша – побудови простої, але адекватної до реального процесу структури моделі; друга – незміщене і ефективно оцінювання її параметрів за неточним зашумленим виміром змінних стану процесу; третя – фільтрація без похибки слідування корисної складової сигналів, яка має місце внаслідок необхідної для фільтрації шумів інерційності фільтра та прогноз відфільтрованих змінних. Таким чином, у статті наведено постановку і вирішення цих трьох задач: шляхом побудови структури прогнозуючої моделі, яка враховує фізичну сутність природних процесів і має мінімальну кількість невідомих параметрів; шляхом побудови методу незміщеного і ефективного оцінювання параметрів цієї моделі за зашумленими вимірами змінних стану об'єкта; шляхом побудови прогнозуючого фільтра як системи з астатизмом заданого порядку та адаптацією фільтруючих властивостей до нестаціонарності (гетероскадестичності) шумової складової сигналів.*

Ключові слова: *прогноз погоди, гідрометеорологічні показники, метод ідентифікації, ноніусний адаптивний прогнозуючий фільтр.*

Аннотация. *Задача минимизации количества стационарных гидрометеорологических станций (ГМС) без существенной потери качества прогноза погоды может быть актуальной как с позиции стоимостных показателей, так и для решения специальной задачи прогноза в зоне, где нежелательно или невозможно установить стационарную ГМС, например, на взлетно-посадочной полосе аэродрома. В статье предлагается решение этой задачи путем временной установки мобильной ГМС в заданной, невозможной для установки стационарной ГМС, точке территории и определение (на основе статистического анализа) более-менее достоверной связи между показателями гидрометеорологической временной ГМС и стационарными ГМС, расположенными вблизи. Для успешного решения этой сложной задачи необходимо согласовать два противоречивых критерия: показатель точности прогноза погоды в заданной точке с показателем минимальной сложности и, как следствие, корректной идентификации структуры и параметров прогнозуемой модели. В статье рассматриваются три задачи: первая – построение простой и адекватной реальному процессу структуры модели; вторая – адекватное оценивание ее параметров при неточных зашумленных измерениях состояния процесса; третья – фильтрация без ошибки исследования полезной составляющей сигналов, которая имеет место вследствие существующей при фильтрации шумов инерционности фильтра и прогноз отфильтрованных переменных. Таким образом, в статье приведены постановка и решение этих трех задач: путем построения структуры прогнозуемой модели, которая учитывает физическую суть природных процессов и имеет минимальное количество неизвестных параметров; путем построения метода несмещенного и эффективного оценивания параметров этой модели по зашумленным измерениям переменных состояния объекта; путем построения прогнозирующего фильтра как системы с астатизмом заданного порядка и адаптацией фильтрующих показателей к нестационарности шумовой составляющей сигналов.*

Ключевые слова: прогноз погоды, гидрометеорологические показатели, метод идентификации, нонлинейный адаптивный прогнозный фильтр.

Abstract. The task of minimizing the number of stationary hydrometeorological stations (HMS) without significant loss of weather forecast quality may be relevant both from the standpoint of cost indicators and for solving a special forecast task in an area where it is not desirable or impossible to install a stationary HMS, for example, on the airport runway. The article proposes a solution to this problem by temporarily installing a mobile HMS at a given point, impossible for installing a stationary HMS, point of the territory and determining (based on statistical analysis) a more or less reliable relationship between the indicators of hydrometeorological temporal HMS and stationary HMS located nearby. For successful solving of this complex problem, it is necessary to reconcile two contradictory criteria: the indicator of the weather forecast accuracy at a given point and the minimum complexity indicator and, as a result, the correct identification of the structure and parameters of the forecast model. The article discusses the top three tasks: the first is the construction of a simple and adequate structure of the model structure; the second is an adequate evaluation of its parameters in case of inaccurate noisy measurements of the state of the process; the third is filtering, without a mistake, the study of the useful component of the signals, which takes place due to the filter inertia that exists when filtering noise and the forecast of filtered variables. Thus, the article presents the formulation and solution of these three tasks: by building the structure of a predictive model that takes into account the physical essence of natural processes and has a minimum number of unknown parameters; by building a method of unbiased and efficient estimation of the parameters of this model from noisy measurements of object state variables; by constructing a filter predicate as a system with astatism of a given order and adaptation of filtering indicators to the nonstationarity (heteroscedasticity) of the noise component of signals.

Keywords: weather forecast, hydrometeorological indicators, identification method, adaptive filter.

DOI: 10.34121/1028-9763-2019-3-75-85

1. Вступ

Задача достатньо точної часово-просторової інтерполяції і екстраполяції гідрометеорологічних показників, отриманих із просторово розташованих стаціонарних гідрометеорологічних станцій (ГМС) у задану точку простору, є актуальною з економічних, технічних та безпечних позицій. Отже для заданої ймовірності того, що похибки прогнозування не вийдуть за допустимі межі, за допомогою побудованих математичних моделей мінімізується кількість просторово розташованих стаціонарних ГМС і, як наслідок, вартість системи екологічного моніторингу або ж вирішується задача діагностики гідрометеорологічної обстановки в точці, де неможливо розташувати стаціонарну ГМС.

Метою статті є розробка простих і ефективних математичних моделей розповсюдження гідрометеорологічних показників на окремих територіях та методів їх ідентифікації, що виключає необхідність побудови додаткових ГМС.

2. Постановка задачі

Користуючись мобільною ГМС, яку встановлено на деякий період часу у заданій точці простору, необхідно методами теорії ідентифікації (регресійний і конфлюентний аналіз) та методами прогнозування часових рядів (нові модифікації прогнозуючого фільтра Р. Брауна [1–3]) встановити математичну залежність гідрометеорологічних показників у заданій точці простору від показників стаціонарних ГМС, розташованих у найближчому до неї навколишньому середовищі (рис. 1).

На рис. 1 у декартовій і полярній системах координат, як приклад, подано розташування ГМС відносно початку координат, де тимчасово розташована мобільна ГМС. Величини l_i вказують на відстані до мобільної ГМС, кути β_i – на полярні координати, кути α_i – на відхилення напрямку вітру V_i від радіусу l_i .

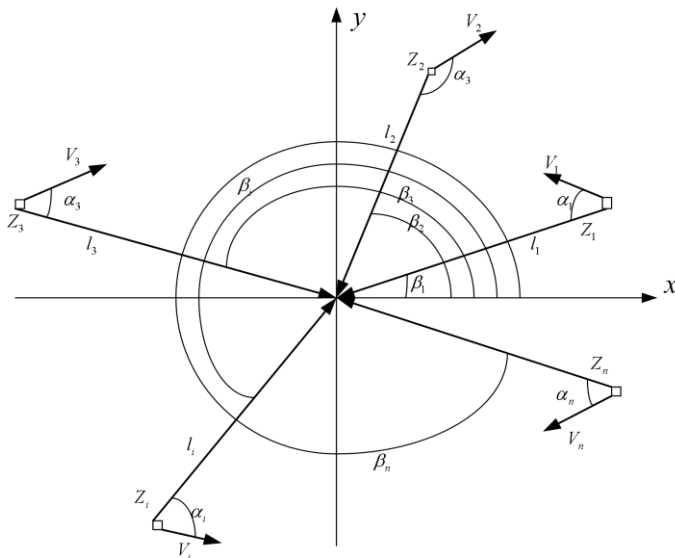


Рисунок 1 – Розташування мобільної ГМС Z і навколишніх стаціонарних ГМС Z_j , $i = \overline{1, n}$

Отже, за неточно вимірними змінними у часі складових Z_{ij} ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$) метеорологічних показників та значення і напрямку вітру V_i в зоні i -ої ГМС і центральної мобільної ГМС (Z, V) необхідно, накопичуючи дані, встановити з бажаною точністю залежність між показниками Z_{ij} і аналогічними показниками мобільної ГМС (Z), тимчасово розташованої в заданій точці (початок координат на рис. 1).

3. Вирішення задачі

Опираючись на фундаментальні властивості реального світу, а саме на закон загального взаємозв'язку, для якого, як правило, близькодія впливає сильніше, ніж дальнодія, можна як аксіому прийняти таке твердження: «Ступінь η_i корельованості гідрометеорологічних показників між аналогічними показниками на i -ій ГМС Z_i і центральною мобільною ГМС Z буде тим більшою, чим менше відстань l_i і менший кут α_i між напрямком відстані l_i і напрямком вітру V_i у зоні ГМС Z_i ».

Отже,
$$\tau_i^{-1} = \frac{V_i \cos \alpha_i}{l_i} \quad (1)$$

На кожній i -ій ГМС у фіксовані моменти t_k часу t вимірюються і реєструються m показників $Z_{ij}(t_k)$, $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, m}$; $k = \overline{1, N}$. Природно, що їх вплив на аналогічні показники Z_j , $j = \overline{1, m}$, центральної мобільної ГМС найбільше позначиться з часовим запізненням τ_i , залежним від $V_i \cdot \cos \alpha_i$ і l_i :

$$\tau_i = \frac{l_i}{V_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

Тоді математична модель залежності j -го показника Z_j центральної мобільної ГМС від аналогічного показника z_{ij} i -х ГМС, відповідно до прийнятого твердження, набуває вигляду

$$z_j(t_k) \cong \sum_{i=1}^n k_{ij} \tau_i^{-1} z_{ij}(t_k + \tau_i), \quad (3)$$

де за даними експерименту визначенню підлягають коефіцієнти k_{ij} та прогнози на час τ_i значення $z_{ij}(t_k + \tau_i)$ показників $z_{ij}(t_k)$.

На відміну від складних аналітичних рівнянь [4–6] конвективно-дифузійного перенесення і розсіювання показників $Z_{ij}(t)$ (на початок координат, рис. 1), де під їх дією

утворюється показник $z_i(t)$ з багатьма невідомими, маємо просте регресійне рівняння (3) з параметром τ_i , який легко розраховується.

Параметр τ_i^{-1} (1) враховує частинний вплив показника Z_{ij} на Z_i залежно від напрямку α_i і швидкості V_i вітру, тобто, від швидкості $V_i \cdot \cos \alpha_i$ руху на відстань l_i показника Z_{ij} у просторі в напрямку Z_i . Чим далі розташована i та ГМС від центральної (більше l_i), тим менше вплив Z_{ij} на Z_i . Коефіцієнт k_{ij} у першому наближенні можна взяти одиничним. І тільки по мірі накопичення інформації про $z_{ij}(t_k + \tau_i)$ і $z_j(t_k)$ можливо поступове уточнення його і, відповідно, моделі (3).

Для спрощення запису позначимо прогнозне на τ_i значення $z_{ij}(t_k + \tau_i)$, помножене на τ_i^{-1} як $\varphi_{ij}(t_k)$. Тоді рівняння (3) набуде вигляду звичайної регресії:

$$z_i(t_k) \cong \sum_{j=1}^m k_{ij} \varphi_{ij}(t_k). \quad (4)$$

Оптимальну оцінку \widehat{k}_{ij} коефіцієнтів k_{ij} будемо визначати за умови мінімуму (на початку регуляризованого за Тихоновим А.Н. [6]) функціоналу:

$$J_i = \sum_{k=1}^N (z_i(t_k) - \sum_{j=1}^n k_{ij} \varphi_{ij}(t_k))^2 + \gamma \sum_{j=1}^n (1 - k_{ij})^2, \quad i = \overline{1, n}. \quad (5)$$

За необхідної умови мінімуму показника (5) як функції \widehat{k}_{iq} :

$$\frac{\partial J_i}{\partial k_{iq}} = 2 \sum_{k=1}^N (z_i(t_k) - \sum_{j=1}^n \widehat{k}_{ij} \varphi_{ij}(t_k)) \cdot (\varphi_{iq}(t_k)) + 2\gamma \sum_{j=1}^n (1 - \widehat{k}_{ij})(-1) \equiv 0, \quad q = \overline{1, n}$$

отримаємо регуляризовану систему нормальних рівнянь:

$$\sum_{k=1}^N z_i(t_k) \varphi_{iq}(t_k) + \gamma n = \sum_{j=1}^n \widehat{k}_{ij} \sum_{k=1}^N \varphi_{ij}(t_k) \varphi_{iq}(t_k) + \widehat{k}_{iq} \left[\sum_{k=1}^N \varphi_{iq}^2(t_k) + \gamma n \right], \quad q = \overline{1, n}. \quad (6)$$

По мірі накопичення даних (зростання N) і покращення умови лінійної незалежності базисних функцій вплив регуляризуючої добавки γn буде зменшуватись, і оцінки \widehat{k}_{ij} будуть прямувати до істинних коефіцієнтів k_{ij} , які враховують неідентичність географічних умов на шляхах l_i . Необхідною умовою об'єктивності (незміщеності і ефективності) оцінок \widehat{k}_{ij} невідомих коефіцієнтів k_{ij} є лінійна незалежність функцій $z_{ij}(t_k + \tau_i)$, які повинні утворювати базис у функціональному просторі. Реально $z_{ij}(t_k)$ вимірюються з випадковими похибками, близькими до гаусового «білого шуму». Завдяки останньому, вони будуть лінійно незалежні. Однак це буде не той базис, за якого можна об'єктивно оцінити k_{ij} . Такі оцінки будуть мати суттєво занижену норму [7] вектора k_j (як при регуляризації за Тихоновим А.Н. [6]). З метою об'єктивного незміщеного оцінювання k_{ij} , а також для обчислення прогнозних згладжених значень $z_{ij}(t_k + \tau_i)$, скористаємося двома новими ефективними методами [1, 7].

4. Метод ідентифікації вектора β моделі (4)

Для узагальнення позначимо вектор $\{k_{i1}, \dots, k_{in}\}$ моделі (4) через β . Для покращення процесу оцінювання вектора β бажано зменшити розкид значень функціонала J (5). Це можливо зробити шляхом додаткового усереднення на множині квазістатистично незалежних функціоналів, близьких до середньоквадратичного для точних даних. Такими функціоналами можуть бути зсунуті у часі t на інтервал θ середні добутки $\frac{1}{T} \int_{-\tau_2}^{\tau_1} \eta(\theta) \int_0^T \varepsilon(t) \varepsilon(t+\theta) dt d\theta$, де $\varepsilon(t)$ – різниця між лівою і правою складовими рівняння (4).

Усреднюючи їх з функцією ваги $\eta(\theta)$ на інтервалі $[-\tau_1, \tau_1]$, отримуємо показник

$$J = \frac{1}{2} \int_{-\tau_2}^{\tau_1} \eta(\Theta) \int_0^T \varepsilon(t) \varepsilon(t+\Theta) dt d\Theta. \quad (7)$$

З необхідної умови мінімуму показника (7) по β_k , $k = \overline{1, n}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \beta_k} = \frac{1}{2} \int_{-\tau_1}^{\tau_1} \eta(\theta) \int_0^T \left[\frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial \beta_k} \varepsilon(t+\theta) + \varepsilon(t) \frac{\partial \varepsilon(t+\theta)}{\partial \beta_k} \right] dt d\theta = \int_{-\tau_1}^{\tau_1} \eta(\theta) \int_0^T (-x_k(t)) [y(t+\theta) - \beta_i x_i(t+\theta)] + \\ + (-x_k(t+\theta)) \left[y(t) - \sum_{i=1}^n \beta_i x_i(t) \right] dt d\theta = 0, k = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (8)$$

отримуємо систему рівнянь:

$$A \hat{\beta} = B, \quad (9)$$

де A – матриця з елементами α_{ik} , B – матриця-стовпчик з елементами b_k :

$$\begin{aligned} \alpha_{ik} &= \sum_{l=-p}^p \eta(l) \sum_{j=1}^M [(x_i(j+1))x_k(j) + x_i(j)x_k(j+l)], \\ b_k &= \sum_{l=-p}^p \eta(l) \sum_{j=1}^M [(y(j+l))x_k(j) + y(j)x_k(j+l)]. \end{aligned}$$

Розв'язок системи (9) дає шукану оцінку $\hat{\beta}$ вектора β :

$$\hat{\beta} = A^{-1}B. \quad (10)$$

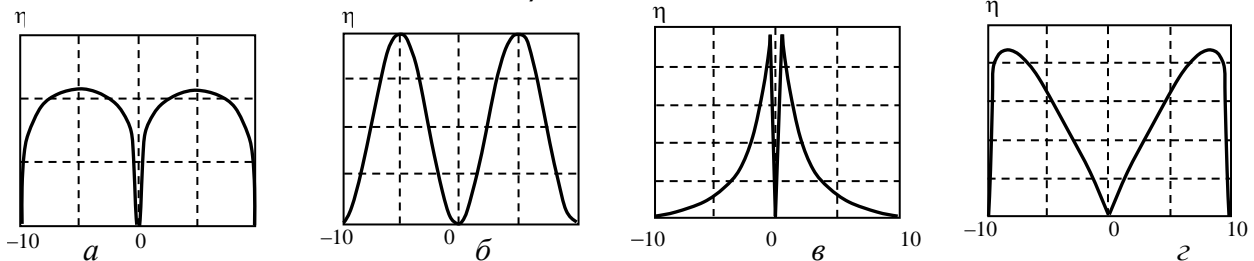


Рисунок 2 – Залежність $\eta(m, \theta, \gamma)$: $a - \theta = 0, \gamma = 0,1$; $b - \theta = 0, \gamma = 0,1$;
 $e - \theta = 2, \gamma = 0,1$; $z - \theta = 2, \gamma = 0,1$

Вагову функцію $\eta(m)$ знаходимо у класі симетричних відносно $m = 0$ фінітних функцій (таких, що $\eta(0) = \eta(\pm m_{sp.}) = 0$). Наприклад:

$$\eta(m) = \eta(m, \gamma, \theta) = (1 + |m|^\theta)(1 - \cos \frac{|nm|}{m_{cp}})^\gamma, \quad (11)$$

де m_{cp} визначається за умови виродженості системи (9):

$$\det [X^T (X_{m_{cp}} + X_{-m_{cp}})] \cong 0. \quad (12)$$

Параметри θ і γ оптимізуються за умови мінімуму зовнішнього критерію регулярності [8]. Параметр γ впливає на ширину імпульсу $\eta(m)$, а θ – на його асиметрію (рис. 2 з). Для «білого шуму» у вимірах $X(t)$ кращими будуть вагові функції (рис. 2 а, в), для кольорового – (рис. 2 б, з).

5. Тестування запропонованого методу

Обмежимося простим тестовим прикладом:

$$y^*(k) = \beta_1^* x_1^*(k) + \beta_2^* x_2^*(k); k = \overline{1, 1000}, \quad (13)$$

$$\beta_1^* = \beta_2^* = 1; x_1^* = \sin \frac{\pi k}{500}; x_2^* = \sin(\frac{\pi k}{500} + \frac{\pi}{6}).$$

Незважаючи на малу розмірність вектора β параметрів, що оцінюються, ($n = 2$), змінні $x_1^*(t)$ і $x_2^*(t)$ досить сильно взаємокорельовані, що еквівалентно системі з великим n слабкокорельованих змінних $x_i^*(t)$, $i = \overline{1, n}$. На виміри $y(k)$, $x_1(k)$, $x_2(k)$ накладено випадкові числа з рівномірним розподілом у діапазоні $[\pm 1]$. Для об'єктивного оцінювання зміщення і розкиду оцінок $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ відносно істинних β_1 , β_2 згенеровано 10 статистично незалежних реалізацій шумів. Результати ідентифікації коефіцієнтів β_1 , β_2 за методом найменших квадратів (МНК) та запропонованим методом наведено в табл. 1.

Результати оцінювання параметрів у ситуації зашумленості тільки вихідних змінних запропонованим методом і МНК представлені в табл. 2.

Таблиця 1 – Результати оцінювання вектора β по зашумлених сигналах $y(t)$ і $x_1(t)$, $x_2(t)$

N	МНК – оцінювання		Оцінювання запропонованим методом	
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
1	0,4790	0,4981	1,0282	0,9094
2	0,4607	0,4493	1,0179	0,8844
3	0,4843	0,5663	1,0916	0,8435
4	0,5024	0,5401	1,0020	0,9290
5	0,5246	0,4659	1,0313	0,9798
6	0,4997	0,5058	1,2904	0,7437
7	0,4849	0,5255	0,7093	1,2307
8	0,4919	0,4431	0,8283	1,1910
9	0,4676	0,4856	1,0825	0,7197
10	0,4642	0,6015	0,9653	1,0112
$\bar{\beta}$	0,4860	0,5082	1,0047	0,943
$\sigma_{\beta_i}^2$	0,00038	0,0026	0,0241	0,0283
σ_{β_i}	0,0197	0,0511	0,1551	0,1682

Таблиця 2 – Результати оцінювання вектора β при точних $x_i^*(t), i = 1, 2$ і зануленій $y(t)$

N	МНК – оцінювання		Оцінювання запропонованим методом	
	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
1	0,9781	0,9212	0,9497	1,1019
2	1,0541	0,9371	1,0234	0,8554
3	0,9329	1,0817	0,9825	1,0618
4	1,1181	0,8819	1,0111	0,9132
5	0,9847	1,0327	1,1907	0,9807
6	1,0009	1,0192	1,1018	0,9823
7	1,1549	0,8258	0,9866	1,1244
8	0,9407	1,0765	1,0216	0,9879
9	0,9578	1,0823	0,9639	1,0861
10	1,0007	0,9412	1,0961	0,9946
$\bar{\beta}$	1,0123	0,9800	1,0280	1,0089
$\sigma_{\beta_i}^2$	0,0055	0,0083	0,0027	0,0073
σ_{β_i}	0,0744	0,0911	0,0522	0,0854

Як бачимо з табл. 1, оцінки β_1 і β_2 МНК занижено майже на 50% (12). Проте має місце регуляризація (6): розкид σ_{β_i} оцінок β_i складає 0,02 і 0,05. У запропонованому методі [9, 10] оцінки майже не зміщені: 1,005 і 0,943, але розкид більший, ніж у регуляризованому МНК (0, 15; 0,16). Зменшення розкиду можливе за рахунок компромісу між зміщенням і розкидом шляхом налагоджування за зовнішнім критерієм [8] параметрів θ і γ вагової функції $\eta(\theta)$. У випадку гаусового «білого шуму» тільки у вихідній змінній (табл. 2) (ідеальна ситуація для МНК) оцінки не зміщені, але розкид оцінок у МНК (0,07 і 0,09) більший розкиду (0,05 і 0,08) оцінок у запропонованому методі, навіть без оптимізації параметрів θ і γ функції (11). У випадку, якщо є можливість оптимізації $\eta(m)$, виграв запропонованого методу у сенсі незміщеності і ефективності оцінок відносно МНК буде значно більшим.

6. Визначення прогнозного значення Z_{ij} для моделі (4)

Для спрощення запису позначимо $Z_{ij}(t)$ через $x(t)$, τ_i (2) через t_3 . Сигнали $x(t-t_3)$ із давчів вимірюваних змінних спотворено випадковим процесом. Спектри корисної складової сигналу і випадкових збурень дещо рознесені. Для фільтрації випадкових збурень у фільтрі-екстраполяторі Р. Брауна [1–3] використано три однакових інерційних ланки першого порядку:

$$W(p) = \frac{1}{\tau p + 1}, \quad (14)$$

де p – оператор $\frac{d}{dt}$, τ – стала часу ланки.

Ланки (14), з відповідними до схеми (рис. 3) з'єднаннями, утворюють структуру фільтра-екстраполятора Р. Брауна. За умови квадратичної апроксимації

$$\hat{x}(t+t_3) = \hat{x}(t) + t_3 \frac{d\hat{x}}{dt} + \frac{t_3^2}{2} \cdot \frac{d^2\hat{x}}{dt^2} \quad (15)$$

прогнозного значення $\hat{x}(t+t_3)$ тричі згладженого фільтрами (14) сигналу $\hat{x}(t)$, коефіцієнти $k_i, i = \overline{1,5}$ приймають такі значення: $k_1 = -\alpha$; $k_2 = \alpha$; $k_3 + k_4 + k_5 = 0$; $2k_3 + k_5 = 0$; $\alpha = \frac{\Delta t}{\tau_0}$,

тоді $k_3 = k_4 = \frac{1}{\tau^2}$; $k_5 = -\frac{1}{\tau^2}$.

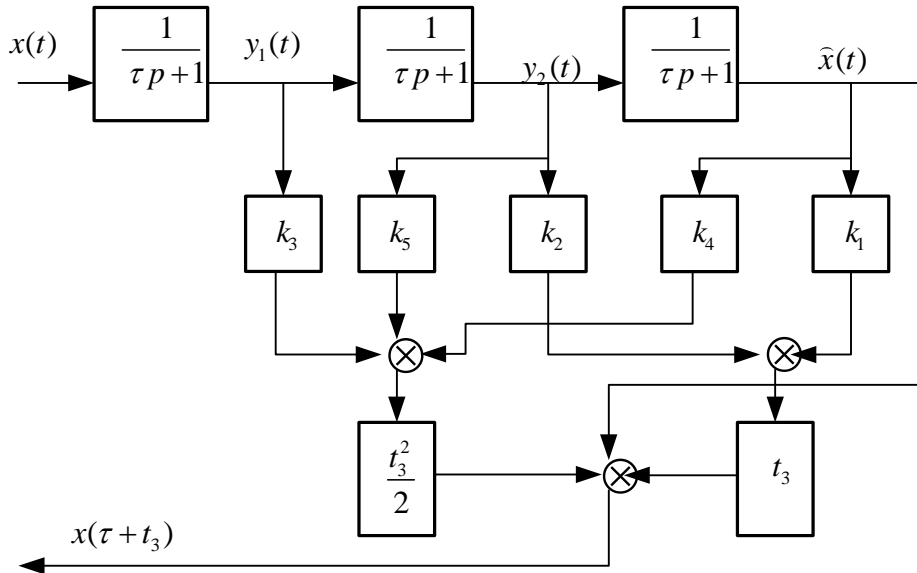


Рисунок 3 – Аналогова реалізація фільтра-екстраполятора Р. Брауна

Для дискретної форми реалізації прогноуючого фільтра інерційну ланку (14) замінено дискретною (16):

$$\hat{y}_1(k) = \alpha x(k) + (1-\alpha) y_1(k-1), \quad \alpha = \frac{\Delta t}{\tau}. \quad (16)$$

Прогнозне на m дискретів Δt часу t значення $\hat{x}(k+m)$, аналогічно до (15), дорівнюватиме

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k) + t_\zeta \frac{d\hat{x}}{dt}(k) + \frac{t_\zeta^2}{2} \cdot \frac{d^2\hat{x}}{dt^2}(k), \quad (17)$$

де $\hat{x}(k) = 3\Phi'(k) - 3\Phi''(k) + \Phi'''(k)$,

$$\frac{d\hat{x}}{dt}(k) = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)\Phi'(k) - (10-8\alpha)\Phi''(k) + (4-3\alpha)\Phi'''(k)],$$

$$\frac{d^2\hat{x}}{dt^2}(k) = \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2} [\Phi'(k) - 2\Phi''(k) + \Phi'''(k)],$$

$$\Phi'(k) = \alpha x(k+1) + (1-\alpha)\Phi'(k-1), \quad \Phi''(k) = \alpha\Phi'(k) + (1-\alpha)\Phi''(k-1),$$

$$\Phi'''(k) = \alpha\Phi''(k) + (1-\alpha)\Phi'''(k-1).$$

Для лінійно зростаючого неперервного сигналу $x(t) = \alpha t$, за теоремою Лапласа, усталена похибка (рис. 4) $\varepsilon(\infty)$ дорівнює

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p W_\varepsilon(p) x(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(1 - \frac{1}{(\tau p + 1)^3} \right) \frac{\alpha}{p^2} = 3\alpha\tau. \quad (18)$$

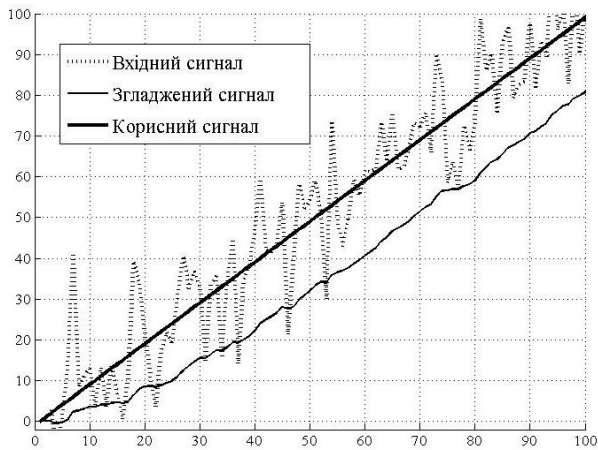


Рисунок 4 – Процес згладжування суми лінійного сигналу $x(k) = k$ і шуму $\varepsilon(\infty) \cong 20$



Рисунок 5 – Процес згладжування фільтром Р. Брауна суми квадратично зростаючого сигналу $x(k) = 0,25k^2$ і випадкового збурення

Для неперервного сигналу квадратичної форми похибка $\varepsilon(\infty)$ зростає з часом до нескінченності (рис. 5).

Таким чином, фільтр Р. Брауна не вирішує задачі прогнозування для компенсації запізнення t_3 .

7. Прогнозування ноніусно ввімкненою системою фільтрів Р. Брауна

Для ліквідації похибки слідування $\hat{x}(t)$ за $x(t)$ для сигналу, що лінійно змінюється (рис. 4), необхідно створити структуру фільтра з астатизмом першого порядку, для квадратичної зміни сигналу (рис. 5) – з астатизмом другого порядку. На рис. 6 подано структуру фільтра – лінійного екстраполятора з астатизмом другого порядку [1–3, 10].

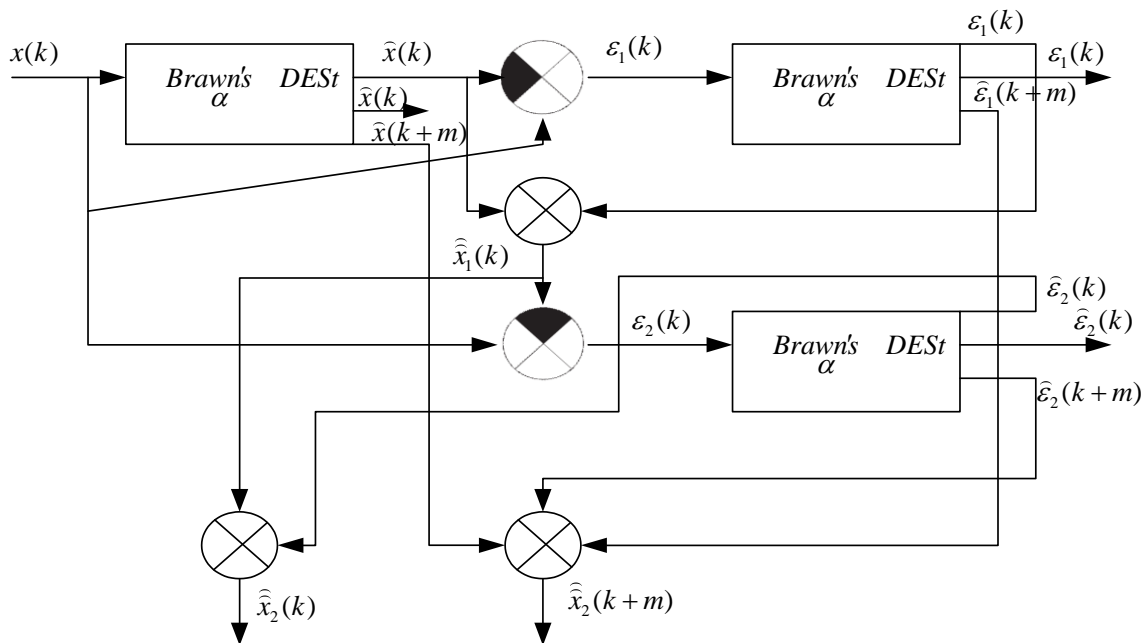


Рисунок 6 – Ноніусне ввімкнення фільтрів Р. Брауна

Астатизм забезпечується ноніусним включенням трьох фільтрів Р. Брауна. Перший видає згладжене $\hat{x}(k)$ і прогнозне $\hat{x}(k+m)$ значення сигналу $x(k)$. На вхід другого пода-

ється похибка $\varepsilon_1(k)$ слідування $\hat{x}(k)$ за $x(k)$ першого. На вхід третього фільтра подано похибку $\varepsilon_2(k)$ між $x(k)$ і сумою $\hat{x}(k)$ і $\hat{\varepsilon}_1(k)$. У результаті складання $\hat{x}(k)$, $\hat{\varepsilon}_1(k)$ і $\hat{\varepsilon}_2(k)$ отримуємо скориговане на похибки слідування значення $\hat{x}_2(k)$. Відповідно при складанні прогнозних значень $\hat{x}(k+m)$, $\hat{\varepsilon}_1(k+m)$ і $\hat{\varepsilon}_2(k+m)$ отримуємо скориговане на похибку слідування прогнозне значення $\hat{x}_2(k+m)$. На рис. 7 показано роботу фільтра (рис. 6) при прогнозі сигналу, що лінійно зростає, $x(k) = k$, на рис. 8 – квадратично.

Як видно з рис. 7, 8, ноніусне з'єднання фільтрів Р. Брауна зі сталим параметром α забезпечує достатньо якісну фільтрацію без похибки слідування і, як наслідок, прогноз.

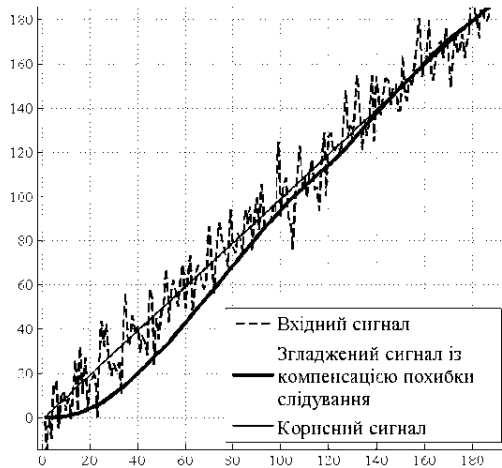


Рисунок 7 – Процес прогнозу і компенсації похибки слідування

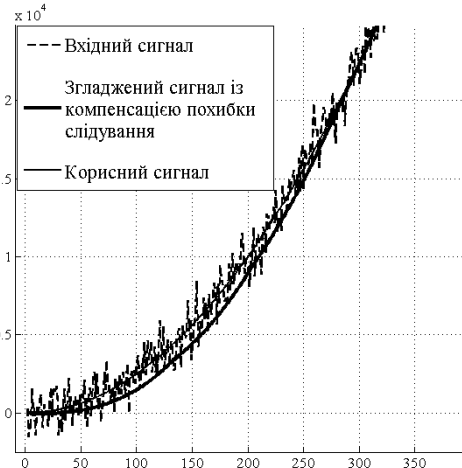


Рисунок 8 – Процес прогнозу і компенсації похибки слідування

У випадку гетероскадестичних випадкових збурень у прогнозованому сигналі використовують адаптивний ноніусний фільтр [2, 10].

8. Висновки

1. Як показали теоретичні і експериментальні дослідження, запропонований метод дозволяє в реальній ситуації зашумлених вимірів вхідних і вихідних сигналів отримати незміщені оцінки параметрів, близькі до оцінок по МНК для точних вимірів, а також розкид оцінок, менший розкиду МНК-оцінок. Це дає можливість його ефективно використовувати в системах (рис.1) прогнозування погоди шляхом ідентифікації моделі (4).
2. Ноніусний адаптивний фільтр дозволить в умовах статистичної невизначеності і нестационарності характеристик вимірів корисних сигналів забезпечити високоякісний прогноз корисної складової сигналу і, як наслідок, якість будь-яких систем прогнозування.

Подяки. Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень за конкурсним проектом № Ф76/34278.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Boriak B.R., Silvestrov A.M. Filtering and forecasting signals algorithm based on exponential Brown's filter. *Academic J. Control, Navigation and Communication Systems*. 2017. Vol. 4, N 44. P. 150–152.
2. Боряк Б.Р. Дослідження алгоритму згладжування і налаштування адаптивного фільтра Брауна при зміні амплітуди шумів. *Матеріали 69 наук. конф. професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету* (Полтава, квітень-травень 2017 р.). Полтава: ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка, 2017. Т. 1. С. 4–6.

3. Сільвестров А.М. Згладжування та прогнозування сигналів за допомогою ноніусного включення експоненціальних фільтрів моделі Брауна. *Електронні та механтронні системи: теорія, інновації, практика*: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. (Полтава, 05 листопада 2015 р.). Полтава, 2015. С. 65–68.
4. Акименко В.В. Математическое моделирование экологического состояния атмосферы региона. Луганск: Изд-во ВУГУ, 1988. 188 с.
5. Марчук Г.И. Математическое моделирование по проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 320 с.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
7. Samsonov V.V., Silvestrov A.M., Yu L. Spinul Multiple adaptive system of identification: scientific publications. К.: NUFT, 2018. 228 p.
8. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. К.: Техника, 1975. 312 с.
9. Ostroverkhov M., Silvestrov A., Kryvoboka G. Jdetification of the parameters of the cable production process. *Technology audit and production reserves*. 2017. N 5/1 (37). P. 29–37.
10. Островерхов М.Я., Сільвестров А.М., Зеленський К.Х. Методи дослідження електротехнічних комплексів і систем. К.: Талком, 2019. 300 с.

Стаття надійшла до редакції 02.07.2019