

**РАЗРАБОТКА, ВЕРИФИКАЦИЯ И СЦЕНАРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В АГРЕГИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ТРОФОДИНАМИКИ КРУПНОГО ВОДОЕМА**

\*ГУ «Институт геохимии окружающей среды НАН Украины», г. Киев, Украина

\*\*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

**Анотація.** Робота продовжує серію наших досліджень з аналізу нелінійної динаміки складних екологічних процесів обчислювальними методами. В новій роботі розглядається побудова балансової моделі накопичення органічних речовин в озері, що перевіряється за реальними даними. Пояснюються різкі зміни вмісту азоту і фосфору з прогнозом розвитку подальшої евтрофікації при поточному рівні біогенного навантаження, викликаного антропогенним фактором. Зміна трофічного статусу озера впливає на благополуччя відтворення гідробіонтів і може викликати зміну складу фауни, сприяти появі видів-інтродуцентів. Пропонується модифікований варіант моделі поповнення біоресурсів з розрахунку виживаності для раннього онтогенезу риб при проблемах із забезпеченням киснем молоді риб, які можуть послідувати при «цвітінні води». Модель евтрофікації озера використовує емпіричні залежності розкладання та осадження органічних сполук в озері. Модифікація моделі виживання покоління риб залежно від темпів зростання молоді будується на внесенні конкурентних поправок у рівняння Бергаланфі. Проведено налаштування ітераційної агрегованої моделі за реальними даними спостережень за зміною гідрологічних показників водойми в Китаї, які піддавалися збільшенню стоку надлишкових біогенних елементів. Обчислювальні експерименти показали час переходу водойми до гіпертрофного статусу при заданому рівні припливу азоту і фосфору та вплив небажаного стану на відтворення автохтонних і вселених видів гідробіонтів.

**Ключові слова:** баланс біогенних елементів озера, модель трофодинаміки, наслідки евтрофікації, коригування моделі відтворення і зростання риб, швидкість росту риб і забезпечення киснем, сценарні обчислювальні експерименти, верифікація моделі.

**Аннотация.** Работа продолжает серию наших исследований по анализу нелинейной динамики сложных экологических процессов вычислительными методами. В новой работе рассматривается построение балансовой модели накопления органических веществ в озере, верифицированной по реальным данным. Объясняются резкие изменения содержания азота и фосфора с прогнозом развития дальнейшего эвтрофирования при текущем уровне биогенной нагрузки, вызванной антропогенным фактором. Изменение трофического статуса озера оказывает воздействие на благополучие воспроизводства гидробионтов и может вызвать изменение состава фауны, способствовать появлению видов-интродуцентов. Предлагается модифицированный вариант модели пополнения биоресурсов из расчета выживаемости для раннего онтогенеза рыб при проблемах с обеспечением кислородом молодки рыб, которые могут последовать при «цветении воды». Модель эвтрофикации озера использует эмпирические зависимости разложения и осаднения органических соединений в озере. Модификация модели выживаемости поколения рыб в зависимости от темпов роста молодки строится на внесении конкурентных поправок в уравнение Бергаланфи. Проведена настройка итерационной агрегированной модели по реальным данным наблюдений за изменением гидрологических показателей водоема в Китае, которые подвергались увеличению стока избыточных биогенных элементов. Вычислительные эксперименты показали время перехода водоема к гипертрофному статусу при заданном уровне притока азота и фосфора и воздействие нежелательного состояния на воспроизводство автохтонных и вселенных видов гидробионтов.

**Ключевые слова:** баланс биогенных элементов озера, модель трофодинамики, последствия эвтрофикации, корректировка модели воспроизводства и роста рыб, скорость роста рыб и обеспечение молодки кислородом, сценарные вычислительные эксперименты, верификация модели.

**Abstract.** This work continues a series of our studies on the analysis of the nonlinear dynamics of complex environmental processes by computational methods. In the new work we consider construction of a bal-

ance model of accumulation of organic substances in a lake, verified according to real data. We explain abrupt changes in the content of nitrogen and phosphorus with the prediction of the further development of eutrophication at the current level of nutrient pressure of nitrogen and phosphorus, caused by anthropogenic factor. Changing the trophic status of the lake has an impact on the well-being of the reproduction of hydrobionts and may cause changes in the composition of the fauna, promote the emergence of introduced, specially planted biological species in the environment. A modified version of the model of replenishment of bioresources in the calculation of survival for an early ontogenesis of fish in oxygen supply problems is suggested, which can be followed by an unpleasant phenomenon of water "algal bloom". The eutrophication model uses empirical dependences of the decomposition and precipitation of organic compounds in the lake. Modification of the survival model of fish generation, depending on the growth rate of the young, is based on making competitive corrections of von Bertalanffy equation. The iterative aggregated model was adjusted on the real data of observations of changes in the hydrological parameters of water reservoir in China, which were subject to an increase in the runoff of excess nutrient elements. Computational experiments showed the time of transition of the water reservoir to the hypertrophic status at a given level of nitrogen and phosphorus inflow, and the effect of undesirable state on the reproduction of autochthonous and alien species of hydrobionts.

**Keywords:** balance of biogenic elements of the lake, trophodynamics model, consequences of eutrophication, correction of the model of reproduction and growth of fish, speed of fish growth and oxygen supply, scenario computing experiments, model verification.

## 1. Введение

В серии работ авторы последовательно развивали оригинальные методы математической формализации комплекса факторов для построения вычислительных моделей в форме дифференциальных уравнений, но для популяционного уровня водных экосистем. Здесь рассматривались и моделировались внутренние механизмы саморегуляции эффективности воспроизводства популяций гидробионтов [1]. Нелинейными вычислительными моделями убывали численности удалось математически описать некоторые неожиданные для методов определения стратегии рыболовства эффекты в динамике промысловых рыб. Пороговое снижение эффективности воспроизводства повлияло на стремительную деградацию ценных популяций. Модельные исследования проводились на примере исчезающей волжской севрюги Каспия в [2] и трески у побережья Лабрадора. В то же время специалистами отмечалось влияние внешнего гидрологического фактора на успех воспроизводства [3], к которому можно отнести избыточное развитие первичных продуцентов (фотосинтезирующих организмов) при эвтрофировании. Актуально с использованием расчета трофодинамических изменений водоема корректировать модель оценки эффективности воспроизводства ценных биоресурсов, развивая теорию работы [4]. В современных условиях необходимо учитывать активность чужеродных видов-вселенцев.

В современном мире большое внимание уделяется вопросам контроля качества водной среды, но нагрузка на многие водоемы, связанная с хозяйственной деятельностью, возрастает во многих странах, где происходит усиленная индустриализация. Водоемы испытывают, помимо мусора, приток избыточного количества органических веществ для многих видов, привыкших к воде с высоким содержанием кислорода, цветение воды и гипоксию – критический фактор для размножения. В то же время малоценные неприхотливые виды-вселенцы могут успешно занимать образовавшуюся нишу и вытеснять конкурентов.

В настоящей статье рассмотрим построение модели экосистемы озера, которую удалось верифицировать по данным о состоянии биогенных элементов (так называемом трофическом статусе: мезотрофное→эвтрофное→гипертрофное) в озере Чао – одном из озер Китая, оказавшихся на острие хозяйственного освоения района традиционного земледелия. Дискретную модель трофодинамики, предназначенную для сценарного исследования, можно через поправочные функции связать с обсуждаемыми нами на страницах жур-

нала непрерывными моделями эффективности воспроизводства водных биоресурсов – ценных объектов рыбного промысла. В том числе рассмотреть как дополнительный аспект недостаток обеспечения кислородом при моделировании явления коллапса промысловых запасов. В дальнейшем можно рассматривать параметрические модельные сценарии при прогнозировании опасных биологических инвазий – вторжения чужеродных видов.

## 2. Краткая характеристика водного объекта – мелководного озера

Задачу построения модели экосистемного уровня в рамках трофодинамики (направления, изучающего баланс органики и потоки энергии в живых системах) и проведения верификации удалось выполнить благодаря сотрудничеству СПИИРАН (группы профессора Михайлова В.В.) и сотрудников Хефейского института интеллектуальных машин со стороны КНР, заинтересованного в математических методах анализа данных наблюдений о состоянии озера Чао – источника пресной воды для быстрорастущего города [5]. Изменение лимнологических характеристик водного объекта имеет ряд специфических черт, но в то же время обладает большой долей общности для случаев трофодинамики с повышенной фосфорной нагрузкой. В работе применен опыт популяционного моделирования.

Озеру свойственны значительная проточность (время водообмена по речному стоку составляет около 0,4 года, а с учетом хозяйственного забора воды – около 0,33 года) и большие сезонные колебания уровня и объема водной массы – около 25% от среднего значения. Эти причины препятствуют образованию пояса макрофитов в прибрежной зоне, доля продукции которых в первичной продукции озера незначительна. В связи с особенностью морфометрии озера сезонные изменения уровня почти не влияют на площадь зеркала, амплитуда колебания которой составляет всего около 2,5% от среднего.

Вода озера характеризуется высокой мутностью (прозрачность по диску Секки в течение всего года около 15–20 см). Концентрация растворенного кислорода в воде озера Чао составляет в столбе воды в среднем около 9 мг при уровне насыщения 98%. Это способствует процессам минерализации органического вещества. По данным [5], в водной толще озера разлагается около 60% автохтонного органического вещества, образовавшегося в течение года. Естественным образом это сказывается на кислородном обеспечении биоты.

Скорость осадконакопления в озере составляет в среднем около 1,67 мм/год (по данным за 1903–1986 гг.), в верхнем рыхлом слое – около 4 мм/год. Соотношение массы органических форм биогенных элементов в биомассе фитопланктона близко к соотношению Свердрупа ( $C : N : P = 40 : 7 : 1$ ). Однако в процессе разложения органического вещества в воде озера относительная доля азота и фосфора убывает, и в органическом веществе поверхностного слоя донных отложений (толщиной около 0,5 см) это соотношение составляет 90: 8,5:1.

Фосфор осаждается на дно озера в составе органического вещества и с минеральными частицами, приносимыми с водосбора или поступающими в водоем вследствие разрушения берегов. Азот поступает на дно преимущественно в составе детрита. По всем данным наблюдений, соотношение общего азота и фосфора в донных отложениях озера составляет около 1,3:1. Фосфор присутствует в минеральной форме (85%). Азот – в органической, оценено 90% от общего количества азота. Количество поступающего на дно органического вещества ( $29,6 \text{ тыс. т С год}^{-1}$ ) оценивалось по соотношению продукции и деструкции в водной толще озера Чао. С учетом биогенного состава на дно с органическим веществом будет поступать в год около 2800 т азота и 330 т фосфора. При составлении баланса было сделано предположение о том, что соотношение биогенных элементов в органическом веществе активного слоя отложений в процессе минерализации не изменяется и соответствует  $C : N : P = 90 : 8,5 : 1$ . Захоронение фосфора в донных отложениях принято равным разности приходной и расходной частей баланса этого элемента – около 357 т, а

вынос фосфора из донных отложений в воду – не менее  $300 \text{ т/год}^{-1}$ . Следовательно, в соответствии с приведенными в работе [5] сведениями для соблюдения баланса количество оседающего на дно фосфора должно равняться  $657 \text{ т/год}^{-1}$ . Из этого количества  $330 \text{ т}$  поступает с детритом,  $328 \text{ т}$  – в составе минеральной взвеси. Коэффициент необратимого захоронения фосфора относительно поступающего на дно составляет около  $0,54$ , что близко к среднему значению данного показателя для лимнических систем [6], а коэффициент удержания фосфора – около  $0,35$ . По литературным данным [6], почти весь азот поступает на дно озер в составе органических соединений. Количества азота, накапливающегося в донных отложениях озера Чао, можно определить, исходя из соотношения общего азота и фосфора в донных отложениях (около  $1,3:1$ ) и количества захороненного фосфора. По нашим собственным оценкам, эта величина составляет около  $470 \text{ т/год}^{-1}$ . В этом случае поток азота со дна должен быть равен  $2330 \text{ т/год}^{-1}$ , что близко к средней величине выноса азота, указанной в [5] величине – около  $2200 \text{ т/год}^{-1}$ .

Среднесуточная концентрация хлорофилла «а» в воде озера Чао в летне-осенний период составляет около  $60 \text{ мкг/л}^{-1}$  и в зимне-весенний период снижается до  $4 \text{ мкг/л}^{-1}$ . В работах [6, 7] приведены расчетные формулы, связывающие прозрачность воды с концентрацией хлорофилла. Согласно этим формулам, прозрачность воды в озере Чао должна равняться  $70\text{--}80 \text{ см}$  в летне-осенний период и около  $3 \text{ м}$  зимой и весной. Однако результаты наших прямых измерений показывают, что прозрачность воды в озере Чао существенно ниже расчетных величин, причем наибольшие значения приходятся на летне-осенний период, когда концентрация планктона в воде максимальна. Анализ данных о сезонных изменениях показателей экосистемы озера Чао показал, что прозрачность коррелирует с глубиной. Можно предположить, что основным фактором, влияющим на прозрачность, является ветровое взмучивание донных отложений. При увеличении глубины озера скорость придонных течений снижается, уменьшается размыв отложений, и прозрачность возрастает. При уменьшении глубины взмучивание увеличивается, и прозрачность воды снижается. Влияние планктонно-детритной взвеси на прозрачность воды в зимне-весенний период незначительно, в летне-осенний период оно увеличивается, но определяющей роли в ослаблении света не играет. Эта гипотеза была принята при разработке модели баланса биогенных элементов именно для данного водоема.

Следствием перечисленных факторов было ухудшение кислородного режима отложений и образование в наиболее продуктивных участках озера анаэробных зон. Известно, что в условиях гипоксии происходит высвобождение сорбированного минерального фосфора и резко увеличивается поток фосфора из донных отложений в воду. Можно предположить, что повышенная концентрация фосфора в озере в 1999 и 2000 гг. при относительно низкой внешней биогенной нагрузке вызвана возросшим потоком фосфора из донных отложений в воду. Гипотеза о притоке фосфора была принята при построении модели и способствовала повышению адекватности результатов вычислительных экспериментов по восстановлению динамики фосфорной нагрузки и прогнозированию трофического статуса озера.

### **3. Расчетные блоки вычислительной модели круговорота биогенов**

С учетом поставленных задач и имеющихся исходных [5] материалов, была разработана балансовая эмпирическая модель, которая имитирует динамику продукционно-деструкционных процессов в озерной экосистеме и круговорота азота и фосфора. Продукционные процессы в модели представлены обобщенно без выделения трофических уровней. При моделировании процессов деструкции органического вещества учитывается разложение детрита в водной толще и в донных отложениях с выделением поверхностного, активного и консервативного слоев [6, 7]. Баланс азота и фосфора строится с учетом внеш-

них поступлений, выноса из озера с речным стоком, захоронения в донных отложениях и выделения соединений азота в атмосферу в газообразной форме [8, 9].

Модель строится блоками расчетов показателей и зависимостей:

I. Концентрация хлорофилла  $CHL$ , прозрачность  $S$ , первичная продукция в оптимальном по освещенности слое  $A_{OPT}$ , среднесуточная  $AD$  и годовая  $AY$  интегральная первичная продукция, где  $VEG$  – время вегетации. В блоке проводятся расчеты:

$$CHL = 0,28 \times TP_S^{0,96}, A_{OPT} = 30,6 \times CHL^{0,927}, S_1 = 5,7 \times CHL^{-0,44}, E_1 = \ln(0,05) / S_1;$$

$$E_2 = 1 / (k_1 \times Z^{k_2} + 1); E_S = E_1 + E_2, S = \ln(0,05) / E_S, AD = A_{OPT} \times S;$$

$$AY = AD \times VEG.$$

II. Блок расчета оседания частиц детрита  $CRD$ .  $V$  – скорость осаждения детрита (м/сут),  $t_i$ ,  $\alpha_i$  – постоянная времени разложения (сут). Доля лабильной, промежуточной и консервативной фракции детрита:  $t_1 = 1, t_2 = 20, t_3 = 365, a_1 = 0,15, a_2 = 0,8, a_3 = 0,05, V = 0,175$ . Расчет седиментации:

$$\text{при } Z \leq 2S: CRD = \sum 0,5 \times A_{OPT} \times V \times t_i \times a_i \times (1 - \exp(-Z / (V \times t_i)));$$

$$\text{при } Z > 2S: CRD = \sum 0,5 \times A_{OPT} \times V \times t_i \times a_i \times (1 - \exp(-2S / (V \times t_i))) \times \exp(2S - Z) / (V \times t_i).$$

Связь с предыдущим блоком:  $CR = CRD \times VEG$ .

Подблок IIa: Седиментация азота  $NR$  и фосфора  $PR$  в составе детрита,  $cn, cp$  – соотношение углерод-азот и углерод-фосфор в детрите:  $NR = CR / cn, PR = CR / p$ .

III. Минерализация органического азота  $STN$  и фосфора  $STP$ .  $NRR, PRR$  – количество органического азота и фосфора, поступающее в активный слой отложений. Коэффициент минерализации  $k1 = 0,4$ . Показатели рассчитываются:

$$STN = NR \times k1, STP = PNR \times k1;$$

$$NRR = NR - STN, PRR = PR - STP.$$

IV. Минерализация и захоронение органического азота ( $NORGM, NORGZ$ ) и фосфора ( $PORGM, PORGZ$ ) активного слоя отложений.  $NORG, PORG$  – количество органического азота и фосфора в активном слое. Принимается  $k2 = 0,017, k3 = 0,0066$  и рассчитывается:

$$PORGM = PORG \times k2; PORGZ = PORG \times k3, NORGM = NORG \times k2, NORGZ = NORG \times k3.$$

V. Отдельным блоком считаем внесение поправок в коэффициент выноса фосфора в воду  $k4$  и коэффициент десорбции  $k5$ . Для модели эвтрофирования интересен расчет выноса в воду  $PPMV$ , где сорбция  $PPMS$  минерального фосфора порового раствора  $PPM$ , десорбция  $PSDS$  и захоронение  $PSS$  сорбированного фосфора  $PS$  активного слоя донных отложений. Важнейшая характеристика  $PLIM$  – граничное значение содержания органического вещества (в долях фосфора) в донных отложениях, при котором наступает дефицит кислорода. Установлено:  $k4 = 0,045, k5 = 0,002, k6 = 0,1, k7 = 0,0065$ .

$$PPMV = PPM \times k4; PPMS = PPM \times k6; PSDS = PS \times k5; PSS = PS \times k7.$$

VI. Финальный блок модели – общее выделение минеральных соединений азота  $NVV$  и фосфора  $PVV$  в воду. Пересчет органического, минерального и сорбированного фосфора и органического азота активного слоя донных отложений для следующего шага счета рассчитывается линейно:

$$\begin{aligned}
NVV &= STN + NORGM; PVV = STP + PPMV; \\
NORG(t+1) &= NORG(t) + NRR - NORGM - NORGZ; \\
PORG(t+1) &= PORG(t) + PRR - PORGM - PORGZ; \\
PPM(t+1) &= PPM(t) - PPMV - PPMS + PORGM + PSDS; \\
PS(t+1) &= PS(t) - PSDS - PSS + PPMS + PSV.
\end{aligned}$$

Таким образом, данным методом осуществляется задача расчета баланса азота и фосфора в водной массе. Учитывается внешняя биогенная нагрузка, седиментация органического и минерального фосфора, поток азота и фосфора из отложений в воду, потери с водным стоком. После подведения всех балансов рассчитывается концентрация общего азота и фосфора для следующего шага итерационных вычислений.

#### 4. Актуальные сценарии трофодинамики и параметризация модели

Изменение потока фосфора из донных отложений в воду при увеличении трофического статуса озера и образование на дне анаэробных зон имитируется в модели путем изменения коэффициентов десорбции и выноса фосфора в зависимости от количества органического фосфора в донных отложениях.

Для моделирования выживаемости молоди рыб важны следующие факторы:

1. Дефицит кислорода в донных отложениях связан с количеством органического вещества в них.
2. Существует граничный уровень органического вещества, при котором возникают на дне анаэробные зоны.
3. Площадь зон пропорциональна превышению количества органического вещества над граничным уровнем.
4. Величины коэффициентов десорбции и выноса фосфора в воду пропорциональны площади анаэробных зон.

В модели донных отложений учтены качественные различия процессов в поверхностном, активном и консервативном слоях донных осадков. Для описания процессов разложения органического вещества в модели используются соотношения реакций первого порядка. Шаг счета в модели определяется свойствами эмпирических зависимостей и равен году. Коэффициенты десорбции и выноса фосфора в воду задавались пропорциональными площади анаэробных зон [9, 10]. Следовательно, расчетная, действующая на фауну гипоксия из-за нехватки кислорода в модели выживаемости молоди рыб должна быть пропорциональна превышению количества органического вещества в отложениях над граничным уровнем.

Предполагается, что при стабилизации внешних воздействий на данном уровне среднегодовые значения продукционно-деструкционных и гидрохимических показателей экосистемы озера изменяться не будут. Как показали предварительные расчеты, связь среднегодовой концентрации общего фосфора с концентрацией хлорофилла и продукцией в оптимальных условиях освещенности ( $A_{opt}$ ) удовлетворительно описываются с помощью приведенных выше эмпирических формул.

Для интегральной первичной продукции результаты расчетов дают величину, вдвое меньшую, чем фактические данные о продукции в озере Чао. Несоответствие расчетных и экспериментальных данных может быть вызвано особенностями рассеяния света взмученными водами озера. Учтем, что при низкой прозрачности воды увеличиваются методические ошибки измерения как самой прозрачности, так и концентрационных и интегральных величин продукции. По этой причине в расчетах интегральной продукции мы используем условную эффективную прозрачность. Величина эффективной прозрачности рассчитывается на основе известных в лимнологии связей интегральной и продукции в оптимальных условиях освещенности [6, 7]. Значение эффективной прозрачности вдвое превосходит данные прямых измерений прозрачности воды.

Параметры формулы для расчета коэффициента рассеяния света в зависимости от глубины подбирались по данным для трех точек, соответствующих двум обобщенным сезонам: летне-осеннему и зимне-весеннему и среднегодовым данным. Для каждой точки оценивались средние значения глубины озера, прозрачности и концентрации хлорофилла. По этим данным находились суммарные коэффициенты рассеяния света и коэффициенты рассеяния, связанные с функционированием планктона. Разность полученных величин принята равной эталонным значениям коэффициентов рассеяния света частицами донных отложений, поступивших в воду в результате ветрового перемешивания. Параметры формулы  $k_1$  и  $k_2$  подбирались так, чтобы для трех заданных точек глубины озера рассчитанные величины коэффициентов рассеяния света в наименьшей степени отличались от эталонных. Скорость осаждения детрита  $V$  в формулах седиментации подбирали с учетом величины первичной продукции и деструкции органического вещества в водной толще. С учетом лимнологических данных принято, что в поверхностном слое отложений минерализуется около 40% оседающего органического вещества, то есть коэффициент минерализации  $k_3 = 0,4$ .

С увеличением коммунальных стоков и стоков фосфора с полей возрастала фосфорная нагрузка на озеро. По нагрузке на модели рассчитывалась концентрация фосфора в озере. Темп изменения нагрузки подбирался таким, чтобы рассчитанная на модели и фактическая концентрация фосфора в 1994 г. совпадали. На интервале с 1995 до 1998 гг. также методом подбора находили величины нагрузки по фосфору, при которых рассчитанная на модели концентрация фосфора в озере соответствовала фактической.

## 5. Основные результаты вычислительных экспериментов

Вычислительные эксперименты проводились с целью прогнозирования трофического состояния озера при планируемом значении фосфорной нагрузки  $800 \text{ т Р} \cdot \text{год}^{-1}$ . Результаты четырех имитационных экспериментов представлены на рис. 1.

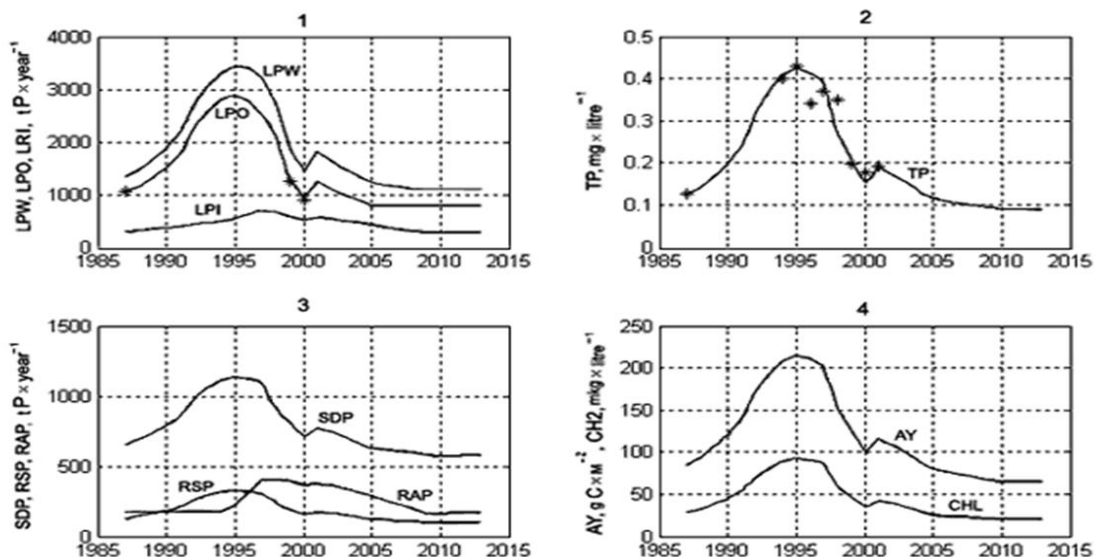


Рисунок 1 – Расчет лимнологических характеристик в имитационных экспериментах

Рассчитывались следующие показатели на рис. 1: LPW, LPO, LPI – суммарная, внешняя и внутренняя среднегодовая нагрузка по фосфору, TP – среднегодовая концентрация в воде общего фосфора, SDP – среднегодовая седиментация фосфора, RSP, RAP – вынос фосфора из поверхностного и активного слоев донных отложений, AY – среднегодовая первичная продукция, CHL – среднегодовая концентрация хлорофилла.

## 6. Обсуждение результатов и сравнение имитационных экспериментов

Опишем наиболее значимые результаты имитационных экспериментов.

I. На рис. 1.1 приведены кривые изменения внешней фосфорной нагрузки LPO, потока фосфора из донных отложений LPI (внутренней фосфорной нагрузки) и полной нагрузки LPW (все для озера в целом). Внешняя нагрузка в 1987, 1999 и 2000 гг. соответствует фактической величине, для других сроков восстановлена с помощью модели. Графики для LPO и LPW имеют сходный характер ввиду превышения внешней нагрузки над внутренней. Время наступления максимальных значений этих величин (1995 г.) совпадает. Пик внутренней нагрузки приходится на 1998 г., когда вынос фосфора из активного слоя донных отложений (рис. 1.3) достиг максимума. Доля внутренней нагрузки от внешней при аэробных условиях в донных отложениях составляет от 15 до 30%, при развитии кислородного дефицита (1995–2007 гг.) увеличивается до 50%. Этот показатель будет критичен.

II. На рис. 1.2 представлена расчетная кривая изменения среднегодовой концентрации фосфора в озере, звездочки – результаты фактических измерений. Из графика видно, что измеренная концентрация в 2000 г. существенно выше, чем в 1987 г. Внешняя биогенная нагрузка в последнем случае была ниже, чем в 1987 г. (рис. 1.1). Характер изменения концентрации фосфора соответствует изменению фосфорной нагрузки, что объясняется высокой проточностью озера и отсутствием накопления фосфора в его водной массе.

III. На рис. 1.3 приведены кривая седиментации органического вещества на дно озера и кривые выноса минеральных соединений фосфора из наилка (связный грунт верхнего слоя) и активного слоя донных отложений. Вынос из наилка повторяет в меньшем масштабе кривую седиментации. Вынос фосфора из активного слоя отложений с 1987 до 1994 г. медленно возрастал ввиду относительно медленного изменения запаса фосфора в отложениях. Затем, при возникновении и развитии дефицита кислорода, поток фосфора из отложений резко увеличивается. Его снижение началось в 2003 г. По модельным оценкам, аэробный режим должен полностью восстановиться лишь к 2003–2004 гг.

IV. На рис. 1.4 показана динамика среднегодовой концентрации хлорофилла и годовой первичной продукции. Характер этих кривых соответствует изменению концентрации фосфора в озере (рис. 1.2) и полной фосфорной нагрузки (рис. 1.1).

## 7. Модификации для ранее разработанных популяционных моделей воспроизводства

Перенасыщение водоема биогенными элементами запускает комплексный процесс изменений и гидрохимического состояния, и существующей фауны водоема. Возникающие зоны дефицита кислорода могут вызывать гипоксию у малоподвижной молодежи многих рыб, ухудшая условия выживаемости. Расчет динамики биогенных элементов при эвтрофировании может быть полезен при прогнозировании эффективности воспроизводства рыб. Подобные оценки проводятся согласно эмпирическим кривым воспроизводства, связывающим нерестовый запас  $S$  и ожидаемое пополнение  $R$  – численности особей нового поколения, доживших до некоторого момента, различного у разных видов рыб [12]. Математическую формализацию нелинейного характера зависимостей «запас-воспроизводство» предложил использовать сам Рикер в работе [4]. Модель использовалась для объяснения невозможности поддержания длительных высоких уловов из-за сильного влияния незначительных ошибок при определении допустимого изъятия [13]. Обоснованная Рикером зависимость  $R = aSe^{-bS}$  в итерациях  $R_{n+1} = f(R_n)$  обладает возможностью появления динамики  $2^p$ -циклов и хаотического режима  $p \rightarrow \infty$  [1]. Альтернативная модель Бивертон-Холта  $R = aS / (1 + S / M)$  или  $R = aSM / (M - (a - 1)S)$  не описывает циклов. Обобщенная модель предложена в [14] так:  $R = aS / (1 + (S / M)^b)$ . Существенное отклонение от гидрохимиче-



ского оптимума влияет на развитие молоди рыб, что отчетливо проявляется, например, в случае выращивания молоди осетровых в условиях, далеких от естественного нереста [15]. Темпы роста организмов при повышенной конкуренции и нехватке кислорода становятся немонотонными, прерывистыми, со скачкообразными изменениями [16]. Мы говорим о существовании группы особей в неравновесной среде, потому уравнения динамики роста определены только для ограниченного времени  $t \in [\tau_1, \tau_2]$  стадии онтогенеза. Подобные зависимости роста не поддаются описанию гладкими, асимптотически стремящимися к стационарному весу  $W^\infty$  кривыми, и было заранее предложено использовать динамически переопределяемые вычислительные структуры на интервалах времени.

Переводить ранее описанные непрерывные модели в дискретные формы нецелесообразно. Используя блок расчета биогенных элементов эффективно предложить поправочные функции  $R = f(S) / v(x)$  для моделей. Поправка расчета от количества органического азота:  $v_1(x) = x/z_1 \exp(-bx(\Upsilon e^{-\rho x} + 1))$  и для фосфора:  $v_2(x) = x/z_2 \exp(-bx(\Upsilon_1 e^{-\rho x} + jxN(0)))$  в указанные модели вида запас-пополнение (наиболее подходящие по данным наблюдений зависимостей) для учета влияния состояния эвтрофикации водоема на ухудшение выживаемости молоди. Значения, соответствующие минимумам  $v_1(NVV), v_2(PVV)$ , оптимальны для воспроизводства рыб.

## 8. Модификация непрерывной модели выживаемости

Модификацию разработанной ранее модели в форме непрерывно-дискретной системы можно осуществить следующим образом с параметрами анаболизма  $\eta$  и катаболизма  $\vartheta$  :

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\eta}{\xi v_1(NVV) v_2(PVV)} \sqrt[3]{w^\xi(t)} - \vartheta w^\sigma(t). \quad (1)$$

Внеся поправку в уравнение динамики размерного развития, (1) опосредованно влияет на выживаемость через показатель отклонения от эталона развития в виде слагаемого в правой части:  $\Delta_{w_i} = \sqrt{W(t) - w(t)^2}$ , которое включается в уравнение убыли численности поколения на интервале  $t \in [0, T], N(0) = \lambda S$  :

$$\frac{dN}{dt} = -\alpha \Delta_{w_i} N(t) + \beta \Psi(S) N(t), \quad (2)$$

где разделенные компенсационные  $\alpha$  – факторы и декомпенсационные  $\beta$  – факторы убыли численности регулируются в зависимости от различных условий существования популяции. Рассчитывается зависимость:  $R = N(T) = \varphi(N(0))$ . Эталонные темпы зададим, взяв за основу хорошо известное уравнение Бергаланфи – простого баланса для соотношения эффективности анаболизма  $\eta$  и катаболизма  $\vartheta$  организмов:

$$\frac{dW}{dt} = \eta \sqrt[3]{W^\xi(t)} - \vartheta W^\sigma(t). \quad (3)$$

Уравнение Л. фон Бергаланфи применяется для оценки прироста взрослых рыб, но не включает факторы конкуренции за ресурсы и условия среды, актуальные для групп молоди при повышенной плотности особей. У молоди присутствует эндогенное питание. Для специфических ситуаций необходимы модификации моделей роста организмов, в том числе дифференцированно по стадиям развития организмов с метаморфозами в онтогенезе. Модификация позволила получить разнообразные формы зависимости  $R = \varphi(S)$  «запас – воспроизводство» с более чем одним экстремумом: максимумами различной величины.

## 9. Заключение

В данной работе рассмотрены вопросы построения модели экосистемного уровня, включающей расчет многих лимнологических характеристик: баланс главных биогенных элементов, азота и фосфора, определяющих трофический статус водоема. Модель в рамках направления экологической трофодинамики по терминологии работы [17] обладает прогностическими возможностями, параметризована по данным о реальном подверженном эвтрофированию озера в КНР. По сравнению с аналогичными моделями процесса эвтрофирования мелководного водоема на примере Азовского моря в [18] и [19] наша модель работает с непосредственными эмпирическими зависимостями в круговороте биогенного азота и фосфора, определенными по данным наблюдений в озере. Проведенные имитационные эксперименты в среде MatLab позволяют рассматривать различные сценарии изменения его трофического статуса. Сформированные поправочные функции по концентрации азота и фосфора на основе рассчитываемой дискретной модели показателей предложено использовать для модификации непрерывно-дискретной модели расчета выживаемости молоди. Полученные результаты актуальны для расчета эффективности процесса воспроизводства популяций различных конкурирующих видов озерных рыб.

## 10. Поддержка исследований

Часть исследований выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках Проекта №17-07-00125 (руководитель Переварюха А.Ю., с.н.с. СПИИРАН). Частично темы АААА-А16-116051250009-8.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Борисова Т.Ю., Переварюха А.Ю., Трофимова И.В. Проблемные аспекты моделирования популяционных процессов и критерии их согласования. *Математичні машини і системи*. 2017. № 1. С. 71–81.
2. Переварюха А.Ю. Качественно различные динамические режимы в новых моделях биологических процессов. *Математичні машини і системи*. 2013. № 2. С. 118–129.
3. Гутенева Г.И. Влияние волжского стока на естественное воспроизводство осетровых рыб. *Рыбное хозяйство*. 2015. № 3. С. 103–105.
4. Ricker W. Stock and recruitment. *J. Fisheries research board of Canada*. 1954. N 11. P. 559–623.
5. Куинг-винг Ту, Динг-хи Гу, Чен-куинг Винг Озеро Чао: Исследование эвтрофирования. Китай, 1990. 226 с.
6. Бульон В.В. Закономерности первичной продукции в лимнических экосистемах. СПб.: Наука, 1994. 219 с.
7. Nakanson L., Boulion V.V. Regularities in primary production. Secchi depth and fish yield and new system to define trophic and humic state indices for lake ecosystems. *Internat. Rev. Hydrobiol.* 2001. Vol. 86. P. 23–62.
8. Кузнецов С.И., Саралов А.И., Назина Г.Н. Микробиологические процессы круговорота углерода и азота в озерах. М.: Наука, 1985. 211 с.
9. Мартынова М.В. Азот и фосфор в донных отложениях озер и водохранилищ. М.: Наука, 1984. 153 с.
10. Мартынова М.В., Михайлов В.В. Зависимость накопления органического вещества в донных отложениях от глубины и продуктивности водоемов. *Доклады АН СССР*. 1988. Т. 299. С. 22–27.
11. Пегов С.А., Хомяков П.М. Моделирование развития экологических систем. Л.: Гидрометиздат, 1991. 222 с.
12. Noakes D. Bill Ricker: An Appreciation. New York. Springer, 2006. 151 p.
13. Ricker W.E. Two mechanisms that make it impossible to maintain peak period yields from stocks of Pacific salmon and other fishes. *J. of the Fisheries Research Board of Canada*. 1973. Vol. 30. P. 1275–1286.
14. Shepherd G.A. Versatile new stock recruitment relationship for fisheries and the construction of sustainable yield curves. *J. Cons. Int. Explor. Mer.* 1982. Vol. 40, N 1. P. 67–75.

15. Veshchev P.V., Guteneva G.I. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions. *Russian Journal of Ecology*. 2012. Vol. 43, N 2. P. 142–147.
16. Переварюха А.Ю. Анализ опыта моделирования биоресурсов с точки зрения современной теории динамических систем. *Экологические системы и приборы*. 2011. № 11. С. 17–21.
17. Голубков С.М. Трофодинамика континентальных водоемов: от балансового подхода к динамической изменчивости экосистем. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2006. Т. 8, № 1. С. 18–25.
18. Никитина А.В., Семенов И.С. Моделирование процессов эвтрофикации мелководного водоема. *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2013. № 4. С. 37–44.
19. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е. [и др.]. Математическое моделирование процессов эвтрофикации в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Вычислительная математика и информатика*. 2016. Т. 5, № 3. С. 36–53.

*Стаття надійшла до редакції 24.04.2018*