КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

Инструментальные средства информационных технологий

УДК 681.3: 06.51

О.В. ВЕРЁВКА

СТРУКТУРЫ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Рассмотрены нечеткие условно-линейные отношения – структуру данных, которая делает возможным нечеткую трансформацию существующих точечных методов вычислений при наличии взаимодействующих переменных и линейных зависимостей между ними. В качестве примера использования предложенного подхода рассмотрены нечеткие оценки вероятностей. Привлечение условных нечетких отношений является эффективным способом обеспечения корректности результатов, в частности выполнения четких условий при использовании нечеткой информации.

Введение. Математические методы и программное обеспечение для решения большинства задач созданы в предположении наличия достаточного количества идеальных данных в стабильных условиях совершенного мира. Однако часто реальная информация весьма приблизительна, выводы, полученные на её основе, – жизненно важны, а последствия принятых на её основе решений – необратимы. Полученная оценка, например, может рассматриваться как показатель безопасности, а достижение ею критического значения – основанием для активизации форс-мажорных мероприятий. Специальные методы теории неопределенности, направленно разработанные для создания гипотетической модели текущей ситуации, построенной на основе реальных, обычно зашумленных нечетких данных, могут предоставить более приемлемые результаты с аргументированной и понятной интерпретацией; они существенно расширяют возможности и снижают риски практического использования результатов. Исследуемые проблемы могут быть настолько сложными, что их решение требует привлечения многошаговой процедуры с нечеткостью второго порядка. Примером является задача прогнозирования на основе анализов крови возможности рецидива вылеченного онкозаболевания с привлечением моделей случайного блуждания.

Для создания нечеткой версии математических методов необходимо выбрать множество данных и их представление, т. е. определить, что является существенным и информативным в текущих неопределенных обстоятельствах, как это следует учитывать и в какой форме представлять, исследовать внутренние зависимости и определить математические операции с избранными структурами данных, аргументировать сделанный выбор. Конструктивным подходом к разработке нечетких методов является модификация существующих программно реализованных точечных версий. Задачи формулируются таким образом, чтобы сберечь математическую корректность и понятность интерпретации входных данных, результатов и самого процесса решения задачи, причем стартовые методы для точечного случая должны быть граничными вариантами случая нечеткого.

В предлагаемой статье рассмотрены нечеткие условно-линейные отношения – структура данных для нечетких вычислений при наличии линейных ограничений. В качестве примера нечетких условно-линейных отношений рассмотрены нечеткие оценки вероятностей, используемые, в частности, при создании нечетких байесовских сетей и экспертных систем. Условные нечеткие отношения являются эффективным средством обеспечения выполнения четких условий при использовании нечетких методов.

Основные обозначения и предположения. Далее используются базовые определения нечеткого числа и нечеткого отношения согласно [1]. Нечеткое число A – нормальное выпуклое нечеткое множество, определенное на действительной оси, с функцией принадлежности (ф.п.) $\mu_A(x): R \to [0,1]$. $\forall \alpha \in [0,\ 1]$ α-сечение $S_A(\alpha)$ – непрерывный закрытый или открытый интервал действительной прямой, $S_A(\alpha) = \{ s_A^L(\alpha),\ s_A^R(\alpha)\}$; $\alpha_1 < \alpha_2 \to S_A(\alpha_1) \supset S_A(\alpha_2)$. Соответственно нечеткое N-арное отношение A на множестве $U \subset R$ – нечеткое нормальное выпуклое множество с ф.п. $\mu_A(x_1, x_2, ..., x_N): U^N \to [0,1]$; $\forall \alpha \in [0,\ 1]$ α-сечение $S_A(\alpha)$ – выпуклое множество. Отношение A называется бинарным при $N = 2$ и тернарным, когда $N = 3$. N-арное нечеткое отношение A назовем условным нечетким отношением, если $\forall (x_1, x_2, ..., x_N) \in S_A(0) \subset R^N$ выполняются заданные зависимости $\text{RESTRICT}(x_1, x_2, ..., x_N)$. Нечеткое отношение A назовем условно-линейным, или просто линейным, если множество $\text{RESTRICT}(x_1, x_2, ..., x_N)$ состоит из линейных неравенств и равенств. Нечеткое линейное отношение

$$A = \{< x_1, x_2, ..., x_N >,\ \mu'(x_1, x_2, ..., x_N)\}, \quad \mu'(x_1, x_2, ..., x_N): [0,1]^N \to [0,1]$$

назовем вероятностным, если $\forall (x_1, x_2, ..., x_N) \in S_A(0) \subseteq [0,1]^N$ множество ограничений $\text{RESTRICT}(x_1, x_2, ..., x_N)$ содержит условие

$$\sum_{n=1}^{N} x_n = 1. \qquad (1)$$

В основе соотношений для нечетких расчетов лежит принцип обобщения, согласно которому функция $Y = F(Z_1, Z_2, ..., Z_M)$ с ф.п. $\mu_Y(y)$ от M нечетких чисел $\{Z_m\}_{m=1}^{M}$ с ф.п. $\{\mu_{Z_m}(z)\}_{m=1}^{M}$ задается соотношением

$$F(Z_1, Z_2, ..., Z_M) = \sum_{\alpha} \alpha\, F(S_1(\alpha), ..., S_M(\alpha)),$$

где $S_m(\alpha) = \{s_m^L(\alpha), s_m^R(\alpha)\}$ – множество α-уровня, 0≤α≤1, нечеткого числа Z_m (носитель при α = 0, ядро при α = 1; использован индекс L (left) для левой границы сечений ф.п. и R (right) для правой) [1–3]. Такое определение делает возможным выполнение любых вычислений с многомерными нечеткими величинами.

Выбор структуры данных. Математические методы и программное обеспечение для решения задач в нечетком информационном пространстве существенно сложнее, чем в точечном случае, в том числе из-за специфичных, порожденных нечеткостью проблем, которые в четком или интервальном случаях просто не возникают. Вследствие этого нечеткие системы имеют сложную отличную от систем точечных архитектуру и требуют на этапе создания тщательного анализа возможных стандартных и внештатных ситуаций. Вид привлеченных для анализа данных является определяющим. Наиболее распространенными данными являются числа (точки в пространстве R^N, $N \geq 1$), интервалы (соответственно параллелепипеды) и нечеткие числа. Корректность правил нечетких вычислений существенно опирается на жесткое предположение, что нечеткие аргументы соотношений являются невзаимодействующими. Это требование делает невозможным создание нечетких версий большинства известных методов простой подстановкой нечетких чисел в соответствующие соотношения, проекции результатов операций с нечеткими множествами отличаются от результатов тех же операций с проекциями этих множеств без учета взаимодействия компонент нечетких отношений [1]. Решением проблемы часто является использование в качестве структуры данных условных нечетких отношений: имеющиеся N взаимодействующих величин рассматриваются как компоненты одного нечеткого отношения. Ф.п. N-мерного нечеткого отношения является функцией на декартовом произведении R^{N+1}, $N \geq 2$, от N аргументов на множестве специфичной структуры в пространстве R^N. Носитель в R^N определяется так, чтобы каждая его точка удовлетворяла условиям RESTRICT$(x_1, ..., x_N)$.

Представление данных, соответствующих условным небинарным отношениям, нетривиально и сильно влияет на результат. Рассмотрим два способа представления таких данных, условно назовем их эпюрным и топографическим.

Эпюрное представление нечетких отношений. Пусть $\{A_n\}_{n=1}^{N}$ – взаимодействующие компоненты нечеткого условного отношения A с ф.п. $\mu_A(x_1, x_2, ..., x_N)$, и $\mu_{A_n}(x_n)$ – проекция $\mu_A(x_1, x_2, ..., x_N)$ на плоскость $x_n 0 y$,

$$\mu_{A_n}(x_n) = \sup_{x_k,\ k=\overline{1,N},\ k \neq n} \{\mu_A(x_1, x_2, ..., x_N), (x_1, x_2, ..., x_N) \in S_A(0)\}. \quad (2)$$

Обратное представление нечеткой оценки A по ортогональным проекциям на координатные плоскости базируется на чрезвычайно сильном предположении, что поверхность $\mu_A(x_1, x_2, ..., x_N)$ образуется пересечением цилиндрических продолжений N своих теней $\{\mu_{A_n}(x_n)\}_{n=1}^N$ (рис. 1). Будем называть представление нечеткого отношения A множеством $\{A_n\}_{n=1}^N$ ортогональных проекций на координатные плоскости $x_n 0 y$ эпюрным [4, 5]. $\mu_A(x_1, ..., x_N)$ монотонно убывает от ядра, α-сечения $\forall \alpha \in [0, 1]$ – выпуклые множества (рис. 2).

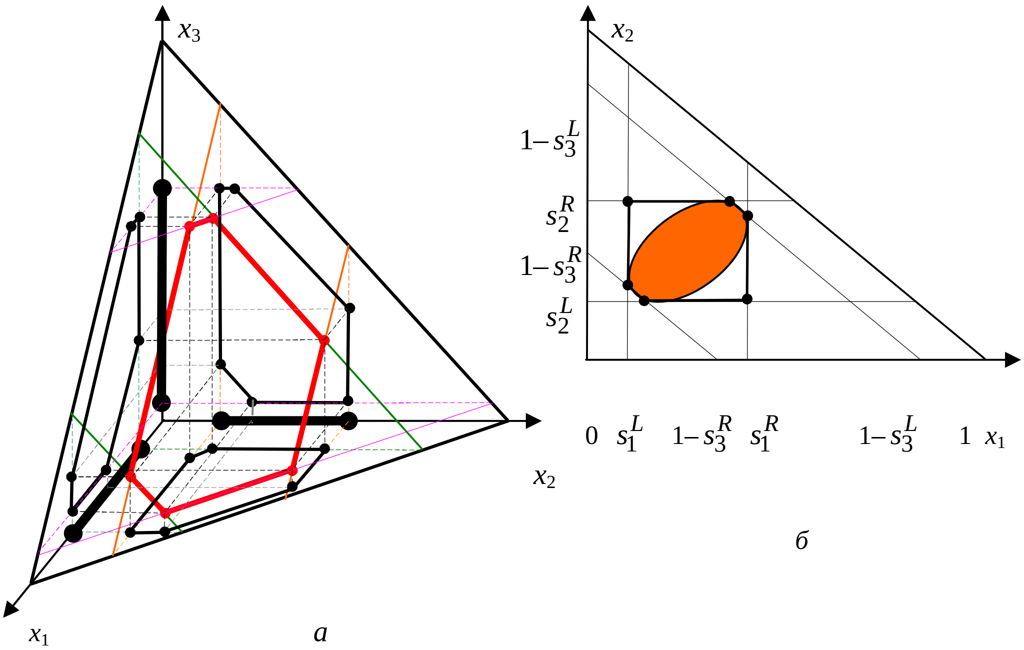

РИС. 1. Эпюрный подход: а – α -сечение $\boldsymbol{S}(\alpha)$, $0 \le \alpha \le 1$, тернарного вероятностного отношения по проекциям $\{S_n^L, S_n^R\}_{n=1}^3$ на оси $\{0x_n\}_{n=1}^3$; б – на координатной плоскости $x_1 0 x_2$ тени (шестиугольник) α -сечения $\boldsymbol{S}(\alpha)$, тернарного вероятностного отношения по концам $\{s_n^L, s_n^R\}_{n=1}^3$ проекций $\boldsymbol{S}(\alpha)$

Предположим, что избран базовый точечный метод для разработки нечеткой версии для модели на основе линейных уравнений, неравенств и монотонных функций без особых точек. При эпюрном представлении данных полезными являются следующие действия: условия в форме равенств, например (1), использовать для замены переменных, уменьшив таким образом размерность пространства задачи. Соотношения RESTRICT $(x_1, x_2, ..., x_N)$ использовать для формирования пространственных в R^N представлений носителя и ядра нечетких отношений, с учетом математических требований и условий корректности,

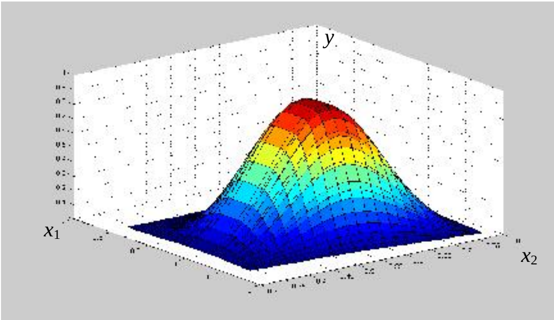

РИС. 2. Пример – ф.п. $\mu_A(x_1, x_2)$ нечеткого бинарного отношения, не являющегося вероятностным, или – проекции ф.п. $\mu_A(x_1, x_2, x_3)$ нечеткого тернарного вероятностного отношения в пространство R^3 по оси $0x_3$

обусловленных нечеткостью взаимодействующих переменных. Исследовать на возрастание/убывание полученное выражение искомой оценки. Монотонность оценочных соотношений на основе полилинейных моделей позволяет свести сложную (по многомерному объёму) оптимизационную задачу к поиску экстремальных значений в конечном дискретном множестве определяющих точек, и окончательное значение можно представить в виде ортогональных проекций на координатные плоскости $\{x_n 0 y\}_{n=1}^{N}$, используя операции типа (2). С возрастанием N стремительно возрастает сложность гарантирования корректности, для чего уже при $N = 3$ необходимо создание специального программного обеспечения. Данный подход имеет непреодолимый дефект: экстремумы достигаются в вершинах многоугольников (усеченных параллелепипедов) α-сечений соответствующих оценок [4, 5]. Тени (шестиугольник) на координатной плоскости $x_1 0 x_2$ α-сечения $\boldsymbol{S}(\alpha)$, $0 \le \alpha \le 1$, тернарного вероятностного отношения с концами $\{s_n^L, s_n^R\}_{n=1}^{3}$ на оси $\{0x_n\}_{n=1}^{3}$ могут соответствовать разные конфигурации $\boldsymbol{S}(\alpha)$, например, темный овал на рис. 1, *б*. Экстремальные значения монотонной целевой функции без особенностей достигаются в определяющих точках – вершинах описанного вокруг овала шестиугольника (на рисунке обозначены жирными точками), в частности, возможно, в точках $\{s_1^L, s_2^R\ \ 1–(s_1^L + s_2^R)\}$ и $\{s_1^R, s_2^L, 1–(s_{!}^R + s_2^L)\}$ в R^3, далеких от реального α-сечения $\boldsymbol{S}(\alpha)$. Увеличение N не способствует улучшению ситуации, и может существенно ухудшить её.

Топографическое представление нечетких отношений. Мониторинг сложной системы может опираться на анализ N взаимодействующих нечетко оцененных показателей функционирования системы. Экспертно, с соблюдением RESTRICT, для $\alpha \in [0, 1]$ (всегда для $\alpha \in \{0, 1\}$ и часто для $\alpha = 0{,}5$) определены множества $B(\alpha)=\{\bar{x}_j(\alpha)\}_{j=1}^{J_\alpha}$ J_α точек $\bar{x}_j(\alpha) = (x_{1j}(\alpha), x_{2j}(\alpha), \ldots, x_{Nj}(\alpha))$, принадлежащих α – сечениям априорных оценок. Представление α-сечений нечетких условно-линейных отношений множествами $B(\alpha)$ принадлежащих им точек назовем топографическим или табличным. По топографическому представлению легко получить эпюрное,

$$s_n^L(\alpha) = \min_{j=\overline{1, J_\alpha}} \{x_{n\,j}(\alpha),\ \overline{x}_j(\alpha) \in B(\alpha)\}, \quad s_n^R(\alpha) = \max_{j=\overline{1, J_\alpha}} \{x_{n\,j}(\alpha),\ \overline{x}_j(\alpha) \in B(\alpha)\},$$

так, что результат при вероятностном оценивании в бинарном случае не зависит от представления данных.

Рассмотрим возможную последовательность оценивания при топографическом представлении данных на примере тернарного ($N = 3$) вероятностного условно-линейного отношения (рис. 3).

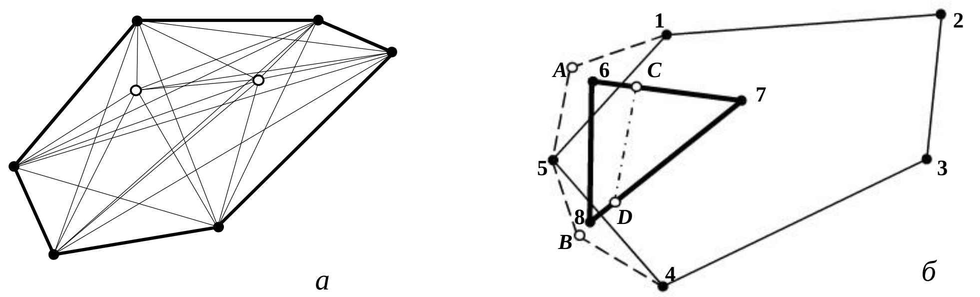

РИС. 3. Топографическое представление α -сечения для нечеткой оценки вероятности в тернарном случае: *а* – построение аппроксимирующего многоугольника для $\boldsymbol{S}(\alpha)$; *б* – пример устранения некорректности априорной информации

1. Вследствие (1) точки $B(\alpha)$ можно спроецировать на плоскость $x_1 0 x_2$, не исказив их взаимного расположения (крупные точки на рис. 3, *а*). Соединив каждую из точек $B(\alpha)$ с каждой из остальных отрезками прямых, сгруппировать вершины $B(\alpha)$ в два множества – внутренние (на рис. 3, *а* их 2, они белые) и внешние – множество $B^{ВНЕШНИЕ}(\alpha)$ (6 черных крупных точек). В дальнейшем многоугольник (шестиугольник) рассматривать как вписанный в контур α-сечения $\boldsymbol{S}(\alpha)$ и являющийся его приближением.

2. Все вершины множества $B^{ВНЕШНИЕ}(\alpha)$ использовать как определяющие точки. Искомые оценки получить как экстремумы по всем возможным комбинациям координат, определяющих точек каждой из входящих в соответствующие математические соотношения величин.

Последовательность действий при $N \geq 4$ аналогична. При $N = 4$, например, точки $B(\alpha)$ можно спроецировать в пространство $0x_1x_2x_3$, каждую тройку вершин соединить фрагментом плоскости, определить внешние вершины и т. д., однако целесообразность вариантов с $N \geq 4$ весьма проблематична.

Для обеспечения корректности нечетких вычислений в программных средствах должен содержаться активный контролирующий блок. На рис. 3, *б* показан пример некорректности исходных данных, представленных топографически, в тернарном случае на этапе ввода информации. Пятиугольник с номерами вершин от 1 до 5 соответствует $\boldsymbol{S}(0)$, ядро $\boldsymbol{S}(1)$ представлено треугольником (вершины с номерами от 6 до 8). Вершины ядра с номерами 6 и 8 выходят за ребра носителя 1÷5 и 4÷5. Контролирующая программа предлагает эксперту простейшие варианты коррекции: либо ребро 6÷8 ядра переносится вовнутрь носителя (*C*÷*D*), либо ребра носителя 1÷5 и 4÷5 заменяются парами 1÷*A* и *A*÷5, 4÷*B* и *B*÷5.

Нечеткая оценка вероятности. В качестве примера рассмотрим оценивание вероятности в нечетких экспертных системах и байесовских сетях [4]. Пусть система может пребывать в одном из допустимых состояний $\{A_n\}_{n=1}^N$, образующих полную группу. Нечеткая оценка вероятности $\{\tilde{P}(A_n)\}_{n=1}^N$ – нечеткая N-арная вероятность отношения. Точка носителя $(x_1, x_2, ..., x_N)$ – оценка для $\{\tilde{P}(A_n) = x_n\}_{n=1}^N$, ф.п. $\mu'(x_1, x_2, ..., x_N)$: $[0,1]^N \to [0,1]$ задает её «рейтинг», принимающий значения от 0 до 1, так что нечеткая оценка вероятности вполне органично относится к байесовскому направлению вероятностных исследований. В бинарном варианте носитель $S(0) \in R^2$ – отрезок диагонали $x_1 + x_2 = 1$ квадрата $[0,1]^2$, расположенный между точками (1,0) и (0,1) (рис. 4, *а*; ф.п. $\mu'(x_1, x_2)$ удобно рассматривать как функцию одной переменной, $\mu(x) = \mu'(x, 1 - x)$, соответствующий носитель $S_1(0) \in [0,1]$ – отрезок на оси $0x_1$ между 0 и 1 (рис. 4, *б*). В бинарном случае каких-либо усложнений не возникает. Условия корректности точечных значений легко видоизменяются для носителей нечетких оценок. Например, для исследования взаимозависимости пары объектов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, которые могут пребывать в состояниях *A* и $\bar{A}$, *B* и $\bar{B}$, одним из требований информативности точечных данных является выполнение соотношения $P(A/B) \neq P(A/\bar{B})$ для оценок условных вероятностей. Для нечеткой версии это требование просто трансформируется в support$\{\tilde{P}(A/B)\} \cap$ $\cap$support$\{\tilde{P}(A/\bar{B})\} = \varnothing$. Учет (1) обеспечивает математическую корректность нечетких модификаций точечных алгоритмов и интерпретируемость промежуточных и окончательных результатов. Основные формулы для пересчета получаются элементарными заменами типа $\bar{A} = 1 - A$.

При $N > 2$ определить ф.п. нечеткой оценки вероятности как оригинальную функцию N переменных в пространстве $[0,1]^{N+1}$ достаточно сложно [4, 5]. Нужно, во-первых, корректно оценить в N-мерном пространстве область носителя, каждая из точек $(x_1, x_2, ..., x_N)$ которого должна удовлетворять основному условию (1) и, во-вторых, задать функцию N аргументов $y = \mu'(x_1, x_2, ..., x_N) \in [0,1]$ на точках носителя таким образом, чтобы её проекции на координатные плоскости были нечеткими числами. Рассмотрим необходимые дополнительные действия, которые не гарантируют качества результата, а лишь очерчивают зону его пребывания, в простейшем варианте $N = 3$.

Пусть необходимо учесть вероятностное отношение $\tilde{P}$, заданное проекциями $\{\tilde{p}_n\}_{n=1}^{3}$. Каждой точке одного из интервалов с границами $s_n^L(\alpha)$, $s_n^R(\alpha)$, $n=\overline{1,3}$ должна соответствовать хотя бы одна точка каждой из остальных проекций, что определяет необходимость выполнения условий: $\forall n=\overline{1,N}$, $\alpha\in[0,1]$,

$$\sum_{1\le k\le N, k\ne n} s_k^L(\alpha)+s_n^R(\alpha)\le 1;\quad \sum_{1\le k\le N, k\ne n} s_k^R(\alpha)+s_n^L(\alpha)\ge 1.\quad s_n^L(0)<s_n^L(1)\le s_n^R(1)<s_n^R(0).$$

Если $\{\tilde{p}_n\}_{n=1}^{3}$ – трапециевидные или треугольные нечеткие числа, достаточно выполнения приведенных неравенств для границ носителя и ядра. Информационное наполнение системы выполняется экспертом с помощью специальной компоненты, вычисляющей и предоставляющей границы допустимых интервалов, в пределах которых должна располагаться задаваемая оценка [6]:

$s_3^L(0)\in\big[\max\{0,\ 1-[s_1^R(0)+s_2^R(0)]\}$;

$\min\{1-[s_1^L(0)+s_2^R(0)],\ 1-[s_1^R(0)+s_2^L(0)],\ 1-[s_1^L(1)+s_2^R(1)],\ 1-[s_1^R(1)+s_2^L(1)]\}\big]$;

$s_3^L(1)\in\big[\max\{s_3^L(0), 1-[s_1^R(1)+s_2^R(1)]\};\ \min\{1-[s_1^L(1)+s_2^R(1)], 1-[s_1^R(1)+s_2^L(1)]\}\big]$;

$s_3^R(1)\in\big[\max\{s_3^L(1),\ 1-[s_1^R(1)+s_2^L(1)],\ 1-[s_1^L(1)+s_2^R(1)]\};\ \ 1-[s_1^L(1)+s_2^L(1)]\ \big]$;

$s_3^R(0)\in\big[\max\{s_3^R(1),\ 1-[s_1^R(0)+s_2^L(0)],\ 1-[s_1^L(0)+s_2^R(0)]$.

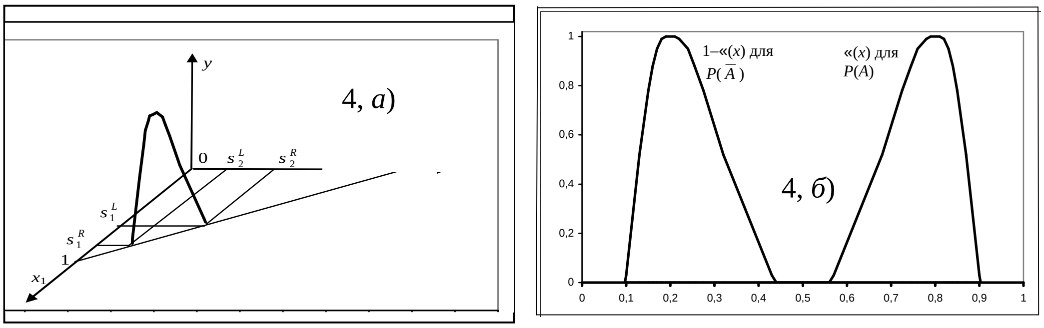

РИС. 4. Пример ф.п. нечеткой оценки бинарной вероятности

Вероятностные системы базируются на полилинейных формуле полной вероятности и цепной формуле, и на формуле Байеса, дробно-линейной по каждому из аргументов, причем на носителях отсутствуют стационарные или особенные точки. Вследствие этого вычисление оценок по функциям $F(z_1,z_2,...,z_M)$ указанного типа, использующих информацию $\tilde{P}$ о z_m, достаточно выполнять лишь на 6 точках множества $W_m(\alpha)$ вершин α-сечения $S_m(\alpha)\in[0,1]^3$, и дальнейший поиск α-сечения $[f^L(\alpha), f^R(\alpha)]$ оценки $\{F(z_1,z_2,...,z_M)\}$ по множествам α-уровня $S_m(\alpha)$ нечетких оценок вероятностей Z_m, $1\le m\le M$, сводится к определению экстремумов конечного дискретного множества.

При каждом $N > 3$ вышепредставленные условия и ограничения имеют свои конкретные выражения, их количество и сложность проверок на корректность стремительно возрастает [4, 5]. Таким образом, чисто технически вычисления можно выполнить для произвольного $N > 2$, но представить общую картину для содержательной интерпретации полученных значений сложно, а их пригодность для дальнейшего анализа и выводов проблематична [7, 8]. Из изложенного вытекают следующие утверждения:

1) вычисления, базирующиеся на нечетких оценках вероятностей, корректны и математически обоснованы лишь в чисто бинарных случаях;

2) значение количества взаимодействующих компонент N в нечетком отношении должно быть минимальным, желательно манипулировать бинарными отношениями, для чего, возможно, придется переформулировать постановку задачи или пересмотреть выбор и тип используемых данных. Так, мультиальтернативные ситуации (выбор лучшего из нескольких вариантов при одновременном взаимном сравнении их оценок) целесообразно свести к нескольким задачам парного выбора (каждая альтернативная ситуация против совместного объединения остальных вариантов, с дальнейшим выбором согласно со всеми индивидуальными оценками). Это упрощает начальное оценивание, улучшает интерпретацию результатов и позволяет провести корректную нечеткую модификацию исходных математических методов;

3) при эпюрном представлении только для оценок бинарных вероятностей ф.п. выбирается в форме любого нечеткого числа на [0, 1]. В остальных случаях достаточным является сплайн, линейно соединяющий экстремумы проекций носителя и ядра. Выбор более сложной формы результата не улучшает.

Выводы. При разработке программных систем важнейшую роль имеет человеческий фактор, и наиболее сложным этапом является создание базы данных. Помимо квалификации экспертов, у каждого из которых есть свой уникальный опыт, необходима их готовность пойти на компромисс с коллегами и поделиться своими знаниями. Может понадобиться цикл диалогов математиков с экспертами, в ходе которых обе стороны уточняют, что именно они хотят и как могут получить желаемое. В случае правильного выбора входных данных приемлемые результаты могут быть получены даже при использовании простых схем зависимостей информационных потоков (в идеале – дерево [9]). Запоминающимся примером нечеткого экспертного оценивания является консилиум, приведенный в [10]. Состояние пациента эксперты позиционируют вербально, и информативность $U(e) \in [-1, 1]$ их высказываний может быть оценена лишь нечетко, причем высказывания являются как корректными («пациент скорее жив, чем мертв», левая граница ядра равна 0), так и бесполезными («одно из двух, либо пациент жив, либо он умер», 0 в центре ядра). Перспективы развития ситуации также неопределенны («если он жив – он останется живим или не останется живим»). Несмотря на зыбкость ситуации, выбранный консилиумом лечебный препарат оказался эффективным.

О.В. Верьовка

СТРУКТУРИ ДАНИХ У ЗАДАЧАХ ІЗ НЕВИЗНАЧЕНІСТЮ

Розглянуто нечіткі умовно-лінійні відношення – структуру даних, що уможливлює нечітку трансформацію існуючих точкових методів обчислень при наявності взаємодіючих змінних та лінійних залежностей між ними. Як приклад застосування наведеного підходу розглянуто нечіткі оцінки ймовірностей. Використання умовних нечітких відношень є потужним засобом забезпечення коректності результатів, зокрема виконання чітких умов при застосуванні нечіткої інформації.

O.V. Verovka

DATA STRUCTURES IN PROBLEMS WITH UNCERTAINTY

Fuzzy conditionally-linear relations are considered. This data structure provides fuzzy transformation possibility for existing point methods of calculations in the presence of fuzzy interactive variables and linear dependences between them. As an example of the approach, fuzzy probability estimates are considered. The use of conditional fuzzy relationships is a powerful mean for providing the correctness of results. In particular, it provides implementation of non-fuzzy conditions when using fuzzy information.

Список литературы

1. Мациевский С.В. Нечеткие множества. Калининград: Изд-во Калинингр. ун-та, 2004. 176 с.
2. Борисов А.Н., Алексеев А.В., Меркурьева Г.В. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
3. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
4. Парасюк И.Н., Верёвка О.В. Математические основы вероятностного оценивания в нечетких байесовских сетях доверия. *Кибернетика и системный анализ.* 2016. Т. 52, № 2. С. 37 – 50.
5. Верёвка О.В. Эпюрное представление информации в нечетких байесовских сетях. *Компьютерная математика*. 2013. № 1. С. 52 – 60.
6. Верёвка О.В., Карпинка Е.С. Информационное наполнение нечеткой байесовской сети. *Компьютерная математика.* 2014. № 2. С. 57 – 63.
7. Верёвка О.В., Карпинка Е.С. Априорное оценивание в байесовских сетях при ярусном подходе. Часть 1. *Компьютерная математика*. 2017. № 1. С. 55 – 62.
8. Верёвка О.В. Априорное оценивание в байесовских сетях при ярусном подходе. Часть 2. *Компьютерная математика*. 2017. № 2. С. 54 – 61.
9. Верёвка О.В. Распространение вероятностей в нечетких древовидных байесовских сетях. *Компьютерная математика*. 2012. № 2. С. 10 – 17.
10. Толстой А. Золотой ключик или приключения Буратино. Вильнюс: Витурис, 1988. 126 с.

Получено 15.02.2019

Об авторе:

Верёвка Ольга Викторовна,

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины.

E-mail: verovka.olga@gmail.com