

*Запропоновано класифікацію слабкоструктурованих задач за наявності якісної та кількісної інформації. Обґрунтовано введення поняття адекватної формальної моделі, яке охоплює як традиційну для репрезентативної теорії вимірювань проблему адекватності, так і проблему гомоморфізму емпіричної і формальної систем з відношеннями.*

© І.І. Рясна, 2019

УДК 519.8

І.І. РЯСНА

## КЛАСИФІКАЦІЯ СЛАБКСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ ЗА НАЯВНОСТІ КІЛЬКІСНОЇ ТА ЯКІСНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

**Вступ.** Для значної кількості практичних задач оптимізації характерна істотна невизначеність моделей, яка не має статистичного характеру і пов'язана з вербальним описом параметрів моделей. В процесі моделювання таких задач, а також розробці методів їх розв'язування важливою проблемою є структурування та класифікація особливостей невизначеності моделей. При розробці моделей таких задач доцільно застосувати репрезентативну теорію вимірювань (РТВ) [1 – 3].

На базі РТВ розглянемо класифікацію слабкоструктурованих задач за наявності якісної та кількісної інформації та на її основі проведемо аналіз загальних проблем, що виникають при побудові моделей та алгоритмів розв'язування задач такого класу.

**Класифікація слабкоструктурованих задач за наявності якісної та кількісної інформації.** Слабкоструктурованими задачами згідно підходу до класифікації задач Г. Саймона і А. Ньюелла називаються задачі, які містять як кількісні та якісні елементи, так і невизначені аспекти, які мають істотне значення при формалізації задач [4]. За наявності двох видів невизначеності даних: нечіткості та невизначеності, яка пов'язана з вимірюванням властивостей об'єктів у різних шкалах за С. Стівенсом [1], використаємо таку класифікацію слабкоструктурованих задач.

1. Задачі *першого типу* – задачі, у яких невизначеність пов'язана з використанням нечітких характеристик, які вимірюються в абсолютних шкалах.

2. Задачі *другого типу* – задачі, у яких невизначеність пов'язана з використанням різнотипних якісних і кількісних чітких характеристик. Для формалізації цих слабкоструктурованих задач використовуються методи РТВ без використання теорії нечітких множин.

3. Задачі *третього типу* – задачі, у яких невизначеність пов'язана з наявністю різнотипних якісних та/або кількісних чітких характеристик, а також з використанням нечітких характеристик, функції належності яких визначаються за різними шкалами.

Предметом вимірювань, що розглядаються у РТВ, є властивості (ознаки, характеристики) емпіричних об'єктів, а також відношення між емпіричними об'єктами. Базовими поняттями РТВ є система з відношеннями та шкала вимірювання. Однак у основних роботах з РТВ [1 – 3] не розглядаються нечіткі множини. З іншого боку, у роботах з теорії нечітких множин, як правило, не досліджується проблема невизначеності формальної моделі з точки зору РТВ, яка пов'язана з агрегуванням нечітких множин.

Для подальшого аналізу проблем, що виникають при обробці даних, наведемо означення деяких базових понять РТВ.

**Означення 1.** Системою з відношеннями  $\mathfrak{M}$  називається кортеж  $\mathfrak{M} = \langle A; R_1, \dots, R_i, \dots, R_n \rangle$ , де  $A$  – непорожня множина, яка називається областю або носієм системи з відношеннями,  $R_1, \dots, R_n$  – відношення на  $A$ .

Нехай  $R_i \in k_i$ -арним відношенням на  $A$ ,  $i = \{1, \dots, n\}$ .

**Означення 2.** Типом системи з відношеннями  $\mathfrak{M} = \langle A; R_1, \dots, R_i, \dots, R_n \rangle$  називається упорядкована послідовність  $\langle k_i \rangle_{i=1}^n$  додатних чисел.

Дві системи з відношеннями називаються подібними, якщо вони одного типу. Якщо множина  $A$  складається з емпіричних об'єктів і відношення на  $A$  визначені емпірично, то система  $\mathfrak{M}$  називається емпіричною системою з відношеннями (ЕСВ). При цьому не має значення, як на практиці були визначені ці емпіричні відношення. Вони можуть бути визначені при досліді з фізичними об'єктами (як, наприклад, послідовні підключення давачів) або на основі відповідей людини, які висловлені вербально, або отримані на основі якісних та кількісних експертних висновків. Якщо  $A \subseteq \mathbb{R}$ , де  $\mathbb{R}$  – множина дійсних чисел, то система  $\mathfrak{M}$  називається числовою системою з відношеннями (ЧСВ) [2]. Якщо  $A$  – множина нечислових математичних об'єктів (наприклад, символів, векторів, функцій), то система  $\mathfrak{M}$  називається математичною системою з відношеннями (МСВ) [5].

У роботі [1] сформульовано три основні проблеми РТВ: проблема подання результатів вимірювання властивостей або відношень у числовій формі, проблема єдиності результатів вимірювання та проблема адекватності (або осмисленості – *meaningfulness* [3]). Проблема подання полягає у доведенні того, що ЧСВ або МСВ гомоморфна ЕСВ, яка розглядається з метою вимірювання властивостей елементів множини  $A$  та відношень між ними.

Проблема єдиності полягає у визначенні типу допустимих перетворень результатів вимірювань. Для цього потрібно визначити тип шкали, за допомогою якої здійснюється вимірювання. Тип шкали визначає як зміст поняття єдиності, так і тип допустимих перетворень результатів вимірювань.

Проблема адекватності пов'язана з проблемою єдиності. Результати розв'язування задач розглядаються як адекватні, якщо вони не змінюються за допустимих перетворень у шкалах вимірювань, що використовуються.

Розглянемо основні проблеми РТВ у рамках наведеної класифікації.

**Слабкоструктуровані задачі першого типу.** Відомо, що при вимірюваннях нечітких характеристик у абсолютних шкалах допустимі будь-які арифметичні операції зі значеннями функцій належності. Зауважимо, що значення деякої характеристики можуть вимірюватися за абсолютною шкалою, наприклад, за допомогою так званого імперативного вимірювання. Вимірювання називається імперативним (*imperatus* (лат.) – наказ, веління, припис; *measurement by fiat* – вимір за вказівкою, директивою), якщо призначення чисел проводиться за допомогою деякого операційного припису, який не спирається на гомоморфність відображення ЕСВ у ЧСВ (фундаментальне вимірювання), чи на функціональні зв'язки фундаментальних вимірювань (похідні вимірювання) [2]. Типовим прикладом є випробування, наприклад, здібностей людини, що базуються на кількості правильних відповідей. До імперативних вимірювань або вимірювань за абсолютними шкалами слід віднести також експертні оцінки деякої характеристики об'єкту в тих випадках, коли оцінки характеристики об'єкту визначаються директивно без порівняння з іншими об'єктами. Такі оцінки можуть бути виражені вербально і впорядковані, наприклад, за зростанням.

Ще одним важливим варіантом реалізації поняття вимірювання за абсолютною шкалою є процедури вимірювання, в яких значення функції належності задаються апріорі графіком або формулою, тобто директивно.

Відзначимо, що у задачах оптимізації переважна частина моделей має нормативний характер [6], у цих моделях множини альтернатив, критеріїв (цілей) і обмежень, відношень переваги вважаються заданими.

Основна увага при розв'язуванні цих задач приділяється усуненню лінгвістичної невизначеності опису емпіричних моделей, яке проводиться із застосуванням різного виду моделей на основі нечітких множин. Ці задачі розглядаються як слабкоструктуровані задачі оптимізації в нечіткій постановці або задачі нечіткого математичного програмування (НМП) [7].

У більшості робіт, у яких досліджуються слабкоструктуровані задачі першого типу, не приділяється достатньо уваги проблемі подання, тобто проблемі гомоморфізму емпіричної моделі та використаної математичної моделі. За відсутності гомоморфізму формальну модель не має сенсу застосовувати.

Як приклад, розглянемо застосування методу Беллмана-Заде для отримання розв'язку слабкоструктурованих задач першого типу. Згідно методу Беллмана-Заде задача досягнення нечітко поставлених цілей за нечітких обмежень розв'язується на основі принципу злиття, наприклад, як результат перетину

нечітких множин, що відповідають нечітким цілям і обмеженням [6]. Вперше на проблеми, що виникають при застосуванні операції перетину, було вказано в [8]. Проаналізуємо ці проблеми на прикладі задачі оцінки ефективності системи захисту інформації [9].

Нехай  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  – множина  $n$  варіантів реалізації розроблюваної системи захисту інформації. Припустимо, що ефективність варіантів порівнюється за значеннями показника БЕЗПЕКА:  $Y = (y_1, y_2, y_3)$ , де  $y_1$  – КОНФІДЕНЦІЙНІСТЬ,  $y_2$  – ДОСТУПНІСТЬ,  $y_3$  – ЦІЛІСТНІСТЬ. Нехай отримані експертні оцінки якісних характеристик двох варіантів  $x_i$  та  $x_j$ , а саме:

$$\mu_Y(x_i) = (\mu_{y_1}(x_i), \mu_{y_2}(x_i), \mu_{y_3}(x_i)) = (0,9; 0,8; 0,2),$$

$$\mu_Y(x_j) = (\mu_{y_1}(x_j), \mu_{y_2}(x_j), \mu_{y_3}(x_j)) = (0,5; 0,3; 0,2).$$

Застосувавши нечіткий логічний оператор перетину нечітких множин ( $\min$ ), введений Л. Заде, отримаємо нечіткий розв'язок  $\tilde{D}$ :  $\mu_{\tilde{D}}(x_i) = \mu_{\tilde{D}}(x_j) = 0,2$ , тобто оцінки безпеки цих варіантів однакові, в той час, як вочевидь, що варіант  $x_i$  суттєво кращий за варіант  $x_j$ . Функція  $\mu_{\tilde{D}}(x)$  – згортка нечітких якісних критеріїв та задає бінарне відношення переваги  $P$  у формальній моделі,  $P: X \times X \rightarrow [0,1]$ , яке є слабким порядком. Згідно цього методу вважається, що

$$\mu_{\tilde{D}}(x_i) = \mu_{\tilde{D}}(x_j) \Rightarrow (x_i \approx x_j),$$

$$\mu_{\tilde{D}}(x_i) > \mu_{\tilde{D}}(x_j) \Rightarrow (x_i \succ x_j),$$

де  $\approx, \succ$  – відповідно, відношення еквівалентності та відношення строгого порядку в ЕСВ. Вищенаведений приклад показує, що ці імплікації не завжди істинні.

Слід зазначити, що оптимальність розв'язку на основі принципу злиття обґрунтовується евристично, тобто нормативно. Однак з позицій РТВ така згортка не є шкалою вимірювання емпіричного відношення переваги  $\succeq$  в задачі НМП за наявності декількох нечітких критеріїв та обмежень.

**Слабкоструктуровані задачі другого типу.** Згідно вищенаведеної класифікації, невизначеність у моделях слабкоструктурованих задач другого типу пов'язана з використанням якісних та кількісних чітких характеристик. Ці задачі детально розглядаються в основних роботах з РТВ [1 – 3].

**Слабкоструктуровані задачі третього типу.** Присутність двох видів невизначеності, одна з яких пов'язана з нечіткістю, а друга з наявністю якісної та кількісної інформації, призводить до істотних проблем при побудові формальних моделей задач.

Перша проблема пов'язана з наявністю невизначеності, яка не усувається при проведенні експериментальних досліджень реальних процесів, що є фундаментальною властивістю, що призводить до суттєвих проблем при застосуванні математичних моделей. Нечіткі множини, функції належності яких вимірюються за різними шкалами, є недовизначеними нечіткими множинами [10].

Друга суттєва особливість слабкоструктурованих задач третього типу – необхідність застосування нечітких шкал вимірювання, у яких шкальними значеннями є функції належності нечітких множин [10]. Для нечітких шкал необхідно проводити дослідження про допустимі перетворення, а також про адекватні та інваріантні функції тощо.

Нехай задано дві подібних системи:  $\mathfrak{M}_1 = \langle E; S_1, \dots, S_n \rangle$ , де  $E = \{e_j\}$  – множина об'єктів (елементів) ЕСВ,  $S_1, \dots, S_n$  – задані відношення на  $E$ , та  $\mathfrak{M}_2 = \langle A; R_1, \dots, R_n \rangle$ , де  $A = \{a_j\}$  – множина елементів ЧСВ або МСВ,  $R_1, \dots, R_n$  – відношення, задані на  $A$ . Нехай  $a_j \in A$  – результат вимірювань властивостей емпіричного об'єкту  $e_j \in E$ :  $a_j = f(e_j)$ ,  $f: E \rightarrow A$ .

**Означення 3.** Формальна модель  $\mathfrak{M}_2$  називається *адекватною*, якщо відображення  $f$  – гомоморфізм, який зберігає у  $\mathfrak{M}_2$  відношення емпіричної системи  $\mathfrak{M}_1$  за допустимих перетворень у шкалах, які застосовані при вимірюваннях.

Отже, при побудові математичної моделі завжди необхідно урахувати проблему подання. Відсутність таких досліджень може привести до застосування відображення, яке не є гомоморфізмом [11, 12]. Тому, на наш погляд, необхідно розширити поняття «адекватність» для того, щоб проблема подання стала складовою цього поняття. Зазначимо, що у рамках РТВ поняття «адекватність» має сенс, який пов'язано лише з невизначеністю числового подання результатів вимірювань властивостей емпіричних об'єктів.

**Висновки.** Введено класифікацію слабкоструктурованих задач за наявності якісної та кількісної інформації, на основі РТВ обґрунтовано її доцільність. Запропоновано поняття адекватної формальної моделі, що охоплює як традиційну для РТВ проблему адекватності, так і проблему гомоморфізму емпіричної і формальної систем з відношеннями. Темою подальших робіт буде дослідження зв'язку вищенаведеної класифікації та класифікації нечітких комбінаторних об'єктів [13].

*І.І. Рясная*

КЛАССИФИКАЦИЯ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ПРИ НАЛИЧИИ  
КОЛИЧЕСТВЕННОЙ И КАЧЕСТВЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Предложена классификация слабоструктурированных задач при наличии качественной и количественной информации. Введено понятие адекватной формальной модели, которое охватывает как традиционную для репрезентативной теории измерений проблему адекватности, так и проблему гомоморфизма эмпирической и формальной систем с отношениями.

*I.I. Riasna*

ON CLASSIFICATION OF ILL-STRUCTURED PROBLEMS WITH PRESENT  
QUANTITATIVE AND QUALITATIVE INFORMATION

Classification of ill-structured problems in the presence of qualitative and quantitative information is proposed. The concept of an adequate formal model encompassing both the traditional for representative theory of measurement problem of adequacy and the homomorphism of the empirical and formal systems with relations is offered.

**Список літератури**

1. Суппес П., Зинес Дж. Основы теории измерений. *Психологические измерения*. М.: Мир, 1967. С. 9 – 110.
2. Пфанцагль И. Теория измерений. М.: Мир, 1976. 248 с.
3. Luce R., Krantz D., Suppes P. and Tversky A. *Foundations of Measurement: Vol. III*. New York: Dover Publications, Inc., 2007. 356 p.
4. Simon H.A., Newell A. Heuristic problems solving: the next advance in operation research. *Operation Reserch*. 1958. Vol. 6, N 1. P. 1–10.
5. Толстова Ю.Н. Измерение в социологии. Курс лекций. М.: Инфра-М, 1998. 224 с.
6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
7. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1981. 208 с.
8. Сметс Ф. Простейшие семантические операторы. В кн.: Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. М.: Радио и связь, 1986. С. 177–186.
9. Корченко О.Г. Побудова систем захисту інформації на нечітких множинах. *Теорія та практичні рішення*. К.: «МК-Пресс», 2006. 320 с.
10. Рясна І.І. Проблеми формалізації задач комбінаторної оптимізації на нечітких множинах. *Теорія оптимальних рішень*. 2018. С. 29 – 34.
11. Рясная И.И., Ходзинский А.Н. Об адекватности меры сходства по расстоянию. *Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции*. Том 2. Херсон: ХНТУ, 2010. С. 448 – 450.
12. Riasna I. On problem of adequacy of multiset mathematical models. *Information Theories and Application*. 2015. 22, N 2. P. 188 – 199.
13. Hulianytskyi L.F., Riasna I.I. Formalization and classification of combinatorial optimization problems. In: *Optimization Methods and Applications* (eds. Butenko S., Pardalos P. M., Shylo V.). Cham: Springer International Publishing AG, 2017. P. 239 – 250.

Одержано 28.02.2019