DOI https://doi.org/10.15407/usim.2019.01.011
УДК 65.01:62-505

Л.С. ФАЙНЗИЛЬБЕРГ, д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник,
Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН Украины
и МОН Украины, просп. Академика Глушкова, 40, Киев 03187, Украина,
fainzilberg@gmail.com

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЙ ОСТАНОВКИ В ЗАДАЧЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА АЛЬТЕРНАТИВ

Предложен метод, обобщающий классическую постановку задачи оптимальной остановки принятия решений при последовательном просмотре ранжированных альтернатив в случайном порядке. Отличительная особенность метода состоит в том, что правильным считается решение о появлении претендента, который по некоторому критерию (суперкритерию) отличается от абсолютного лидера не более чем на заданную величину уступки.

Ключевые слова: альтернатива, оптимальная остановка, вероятность правильного решения.

Введение

На современном этапе развития общества повышается цена ошибочных решений в различных сферах профессиональной деятельности и в повседневной жизни человека. Неправильно установленный медицинский диагноз, рискованное взятие кредитов или вложения инвестиций, несвоевременно обнаруженное аварийное состояние оборудования — это далеко не полный перечень неправильных решений в медицине, экономике и технике, негативные последствия которых хорошо известны.

Теория принятия решений обеспечивает научно обоснованный подход к выбору лучшего, в некотором смысле, варианта поведения в условиях неполной информации [1]. Важность научного подхода обусловлена тем, что решения, которые человек принимает лишь на основе своей интуиции, не всегда рациональны.

Можно сформулировать такие основные принципы теории принятия решений как научной дисциплины [2].

- Задача принятия решений возникает в ситуациях, когда есть не менее двух вариантов развития событий (альтернатив).
- Идеальных решений не бывает: выбор каждой из возможных альтернатив может приводить к определенным потерям (риску) лица, принимающего решение (ЛПР).
- Теория принятия решений обеспечивает выбор альтернативы, которая минимизирует возможный риск.
- Математический метод, реализующий способ минимизации риска, должен соответствовать внешней ситуации, в которой принимается решение, и предпочтениям ЛПР, в частности, его склонности рисковать.

В одних случаях задача может быть сведена к поиску лучшей альтернативы по совокупности критериев и тогда ее решение основывается на методах многокритериальной оптимизации [3]. В других адекватной моделью задачи является принятие решений в условиях конфликта в предположении активного противодействия противников, и тогда оптимальная стратегия основывается на теории игр [4].

Если же принятие решений осуществляется в так называемой *игре с природой*, которая равнодушна к последствиям принимаемых решений, то выбор оптимальной альтернативы основывается на методах теории статистических решений (решения в условиях риска и неопределенности) [5].

Существует класс практически важных задач, когда ЛПР имеет возможность лишь последовательно анализировать возможные альтернативы, которые предъявляются в случайном порядке.

Метод оптимальной остановки [6–9] — один из известных подходов к решению таких задач, который позволяет определить наилучший в некотором смысле момент времени, когда следует принять окончательного решение.

Такая задача, которая в русскоязычной литературе получила название задача о *разборчивой невесте* [10], а в англоязычной – *secretary problem* [11], возникает, например, в следующих ситуациях:

- поиск кандидата на вакантную должность по результатам последовательного кастинга;
- выбор места парковки или заправки автомобиля на дороге с движением в одном направлении;
- принятие решения о наиболее привлекательном банке для получения кредита, поиск квартиры для аренды в большом городе или отдельного товара на рынке.

Список подобных примеров можно было бы продолжить.

Оказалось, что оптимальный момент остановки для принятия окончательного решения имеет элегантное математическое обоснование [10, 11] — правило *тридцать семь процентов*. Доказано, что независимо от общего числа претендентов вероятность выбора наилучшего из них будет максимальна, если после просмотра 37 процентов общего числа вариантов выбрать того из кандидатов, который будет лучше предыдущих.

Постановка задачи

Традиционная постановка задачи оптимальной остановки приводит к такому решению в предположении, что ЛПР интересует самый лучший вариант из всех кандидатов. Возникает вопрос: как изменится оптимальная стратегия принятия решений, если несколько модифицировать постановку задачи и допустить заданную уступку на качество выбираемой альтернативы.

Иными словами, как изменится момент оптимальной остановки и какая при этом будет вероятность выбора претендента, который по некоторому критерию (суперкритерию) отличается от абсолютного лидера не более чем на заданную величину.

Цель статьи — исследовать возможности модифицированного метода оптимальной остановки на основе статистического эксперимента.

Традиционный метод оптимальной остановки

Прежде чем непосредственно переходить к решению поставленной задачи напомним некоторые детали классической постановки метода оптимальной остановки.

Пусть $D = \{d_1, \ldots, d_N\}$ — конечное множество линейно упорядоченных (ранжированных) альтернатив, для которых выполняется традиционное условие транзитивности: если $d_i \succ d_j$ и $d_j \succ d_z$, то $d_i \succ d_z$, $\forall\ i, j, z \in [1, N]$, причем двух одинаковых альтернатив нет.

Допускается, что ЛПР заранее не известны качества альтернатив $d_1, \ldots, d_N$, но на основе эксперимента он может в случайном порядке оценивать альтернативы и определить альтернативу, которая имеет преимущества перед предыдущими.

На каждом n-м шаге последовательного просмотра ($n = 1, 2, \ldots, N$) ЛПР может принять одно из двух решений: *навсегда* отклонить очередную n-ю альтернативу и перейти к просмотру следующей или же остановиться и принять окончательное решение о выборе

n-й альтернативы, не просматривая остальные N-n претендентов.

Стратегия оптимального решения состоит в том, что ЛПР отклоняет первые r претендентов ($r < N$) независимо от их качеств, а затем в качестве лучшей признает первую из альтернатив, которая оказалась лучше просмотренных ранее. Для этого достаточно определить лидера d_v на интервале просмотра $[1, r]$ и принять окончательное решение, как только на интервале $[r + 1, N]$ найдется альтернатива $d_n \succ d_v$ (рис. 1).

Поскольку альтернативы просматриваются в случайном порядке, т.е. равновероятны все $N!$ перестановок, которые задают порядок просмотра альтернатив, то на каждом шаге $n = 1, ..., N$ вероятность появления наилучшей альтернативы равна

$$P_0 = \frac{1}{N} \;. \tag{1}$$

Математическая постановка задачи состоит в определении такого номера шага $t^* \in [1, N]$, на котором следует принять окончательное решение, чтобы максимизировать вероятность $P > P_0$ выбора наилучшей альтернативы из всех N возможных, т.е.

$$t^* = \arg\max_{\substack{1 \le t \le N \\ \forall j \ne t}} P(d_t \succ d_j)\;, j = 1,...,N\,. \tag{2}$$

Интуитивно понятно, что если число r маленькое в сравнении с N, скорее всего наилучшая альтернатива появится на интервале $[r, N]$. Другими словами существует большой риск, что ЛПР еще не встретил лучшую альтернативу. Если же останавливаться слишком поздно, отвергая все альтернативы на интервале $[1, r]$, то при слишком большом числе r ЛПР продолжает ждать лучшую альтернативу, которая уже отвергнута.

Таким образом, оптимальная стратегия предполагает определенный баланс между недостаточным и чрезмерным поиском, а значит, вероятность P зависит от выбора числа r:

$$P = P(r).$$

В работе [11] представлено аналитическое выражение для вероятности $P(r)$, которое имеет вид

$$P_n(r) = \left(\frac{r-1}{N}\right)\sum_{n=r}^{N}\frac{1}{n-1}. \tag{3}$$

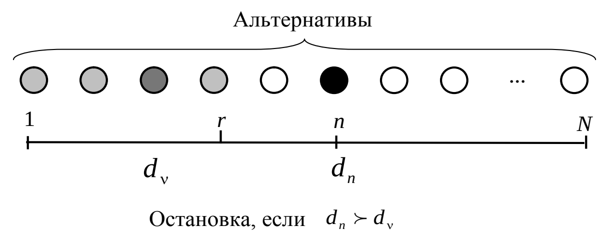

Рис. 1. Иллюстрация традиционного метода оптимальной остановки

Если ввести обозначения

$$x = \lim_{N\to\infty}\frac{r}{N} \quad \text{и} \quad t = \lim_{N\to\infty}\frac{n}{N}, \tag{4}$$

то сумма, фигурирующая в (3), представляет собой римманновское приближение интеграла, т.е.

$$P(r) \to x\int_x^1 \frac{1}{t}dt == x\log(x). \tag{5}$$

Значение x, максимизирующее эту величину, легко найти, приравняв к нулю производную $P(r)$ по x и найти корень x^* полученного уравнения. Нетрудно убедиться в том, что

$$x^* = \frac{1}{e}, \tag{6}$$

где e — 2,71828 — основание натурального логарифма (число Непера).

Отсюда как раз и следует, что момент оптимальной остановки t^*, максимизирующий вероятность выбора наилучшей альтернативы, приблизительно определяется как 37 процентов общего числа N альтернатив, а вероятность P того, что такое решение будет правильным, равна

$$P \approx 0,37. \tag{7}$$

Существуют и другие подходы к аналитическому определению оптимального шага t^* остановки, удовлетворяющего условию (2).

Рассмотрим кратко один из таких альтернативных методов определения t^*, несколько упростив схему доказательства, предложенную в работе [10].

Введем обозначение случайных событий:

A — ЛПР выбрал наилучшую альтернативу из множества $D = \{d_1, ..., d_N\}$ возможных;

B_t — ЛПР выбрал текущую альтернативу на t-м шаге, предполагая, что она останется наилучшей далее;

$\overline{B}_t$ — ЛПР отверг текущую альтернативу на t-м шаге, предполагая, что наилучшая встретится далее.

Для определения оптимальной стратегии, которая обеспечивает набольшую вероятность $P = P(A)$, рассмотрим две условные вероятности:

- $g_t = P(A \mid B_t)$ — вероятность того, что текущая альтернатива на t-м шаге не только лучше предыдущих, но и лучшая среди всех альтернатив множества $D = \{d_1, \ldots, d_N\}$;
- $h_t = P(A \mid \overline{B}_t)$ — вероятность выбрать наилучшую альтернативу из множества $D = \{d_1,\ldots, d_N\}$, если на t-м шаге ЛПР отвергнет текущую альтернативу (хотя она оказалась лучшей среди предыдущих) в предположении, что начиная со следующего t+1-го шага ЛПР будет использовать оптимальную стратегию.

Очевидно, что оптимальная стратегия на t-м шаге предполагает выбор текущей альтернативы, если она лучше предыдущих и выполняется условие

$$g_t \geq h_t \,. \tag{8}$$

На основе метода динамического программирования нетрудно показать [10], что

$$g_t = \frac{t}{N}. \tag{9}$$

В самом деле, пусть вначале $t = N$, т.е. ЛПР находится на последнем N-м шаге, а значит, все предыдущие N—1 альтернативы отвергнуты. В этом случае оптимальная стратегия очевидна:

- выбрать N-ю альтернативу, если она лучше предыдущих (цель задачи достигнута);
- отвергнуть N-ю альтернативу, если она не лучше предыдущих (цель задачи не достигнута).

Понятно, что если на последнем шаге (при $t = N$) альтернатива лучше предыдущих, то она и самая лучшая, т.е. вероятность достижения цели равна $g_t = 1$.

Определим теперь значение g_t на шаге $t = N - 1$. Вероятность $g_{N\text{-}1}$ означает, что альтернатива, которую ЛПР признал лучшей на N - 1 шаге, не только лучше предыдущих, но и самая лучшая (случайное событие G_{N-1}).

Поскольку анализ альтернатив происходит в случайном порядке, то в соответствии с (1) вероятности появления наилучшей альтернативы на любом шаге одинаковы:

$$P(G_1) = \ldots = P(G_{N-1}) = P(G_N) = \frac{1}{N}.$$

Таким образом, вероятность появления наилучшей альтернативы на N-м шаге равна $1/N$. Отсюда следует, что если на N -1-м шаге альтернатива оказалась наилучшей в сравнении со всеми предыдущими, то условная вероятность остаться наилучшей и далее (т.е. быть лучше альтернативы на следующем N-м шаге) определяется так:

$$g_{N-1} = 1 - G_N = 1 - \frac{1}{N} = \frac{N-1}{N} \,.$$

Движемся далее и вычислим значение g_t на шаге $t = N - 2$, т.е. условную вероятность $g_{N\text{ - }2}$ того, что альтернатива, которая на шаге N - 2 признана лучше предыдущих останется лучшей и на следующих двух шагах.

Поскольку случайные события $G_{N\text{-}1}$ и G_N не совместны, то по формуле сложения вероятностей имеем

$$g_{N-2} = 1 - [P(G_{N-1}) + P(G_N)] = 1 - \left[\frac{1}{N} + \frac{1}{N}\right] = \frac{N-2}{N}.$$

Продолжая рассуждать аналогичным образом, легко показать, что

$$g_t = \frac{t}{N}, \tag{10}$$

т.е. вероятность g_t линейно возрастает с ростом t.

Вернемся теперь к вероятности h_t, которая представляет собой вероятность достижения цели (выбрать наилучшую альтернативу), когда на t-м шаге альтернатива отвергнута, а далее ЛПР действует по оптимальной стратегии.

Используя технику динамического программирования можно показать [10], что

$$h_t = \frac{t}{N}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t+1} + \ldots + \frac{1}{N-1}\right), \tag{11}$$

т.е. величина h_t монотонно убывает с ростом t.

Из выражений (10) и (11) непосредственно следует, что равенство $g_t = h_t$ достигается при выполнении условия

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{t+1}+\ldots+\frac{1}{N-1}=1, \qquad (12)$$

которое определяет точку T оптимальной остановки (рис. 2).

На основании условия (12) легко показать, что при $N \geq 100$ точку оптимальной остановки определяет соотношение

$$T=\frac{N}{e},$$

которое совпадает с ранее полученным выражением.

Следует обратить внимание на важное свойство задачи оптимальной остановки. Здравый смысл наталкивает на мысль, что шансы выбрать самую лучшую альтернативу неизменно уменьшаются при возрастании общего числа претендентов N. Этот факт непосредственно следует из формулы (1), в соответствии с которой выбор лидера наугад при $N = 100$ претендентах дает всего лишь один шанс угадать, а если $N = 1000$, этот шанс снижается уже до 0,1 процента.

В то же время, примечательно, что используя стратегию оптимальной остановки вероятность успеха $P = 37$ процента при выборе лучшего кандидата из $N = 100$ претендентов. И эта вероятность остается $P = 37$ процента и при $N = 1000$, и при других значениях N.

Этот факт еще раз подтверждает крылатую фразу, что «*наука начинается там, где заканчивается здравый смысл!*»

Модифицированный метод оптимальной остановки

В соответствии с (2) классическая постановка задачи оптимальной остановки ставит своей целью максимизировать вероятность P поиска самой лучшей альтернативы из конечного множества $D = \{d_1,\ldots, d_N\}$ и дает изящное математическое решение этой задачи при последовательном просмотре альтернатив в случайном порядке.

В то же время в ряде прикладных задач цель выбрать самую лучшую альтернативу может оказаться избыточной. Достаточно предложить оптимальную стратегию, которая при последовательном просмотре альтернатив в случайном порядке обеспечит выбор альтернативы, которая лишь близка к самой лучшей.

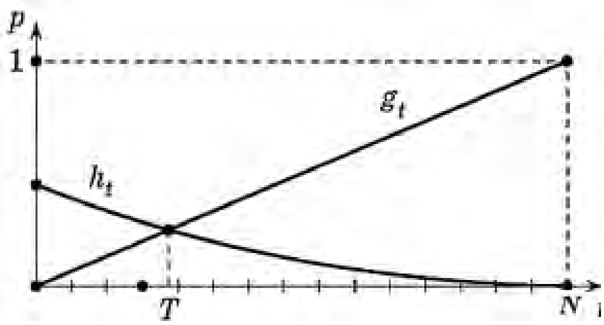

Рис. 2. Определение точки оптимальной остановки по условию $g_t = h_t$

Предположим, что каждую из альтернатив $d_1, \ldots, d_N$ характеризует совокупность критериев $x_1, \ldots, x_Q$. Если допустить, что для критериев выполняется условие независимости по предпочтениям [12], то для сравнения альтернатив можно перейти от частных критериев $x_1, \ldots, x_Q$ к суперкритерию в виде аддитивной свертки

$$x^0=\sum_{k=1}^{Q} a_k x_k, \qquad (13)$$

где a_k — весовые коэффициенты, характеризующие относительную важность k-го критерия x_k в суперкритерии x^0.

При отсутствии объективных обоснований об относительной важности критериев $x_1, \ldots, x_Q$ весовые коэффициенты a_k, $k = 1, \ldots, Q$ можно определить на основе метода Саати [13] по таблицам парных сравнений, представленных экспертами.

Допустим теперь, что цель ЛПР выбрать альтернативу $\tilde{d}^* \in D$, которая по суперкритерию $x^0(\tilde{d}^*)$ отличается от наилучшей альтернативы $d^* \in D$ не больше, чем на заданную уступку $\Delta \geq 0$. Другими словами, поставим задачу найти такой оптимальный шаг t последовательного просмотра альтернатив $d_1, \ldots, d_N$, на котором будет обеспечена максимальная вероятность P выбора альтернативы, которая удовлетворяет условию

$$\left| x^0(\tilde{d}^*) - x^0(d^*) \right| \leq \Delta. \qquad (14)$$

Поскольку аналитическое определение оптимального шага t^* в такой постановке сталкивается

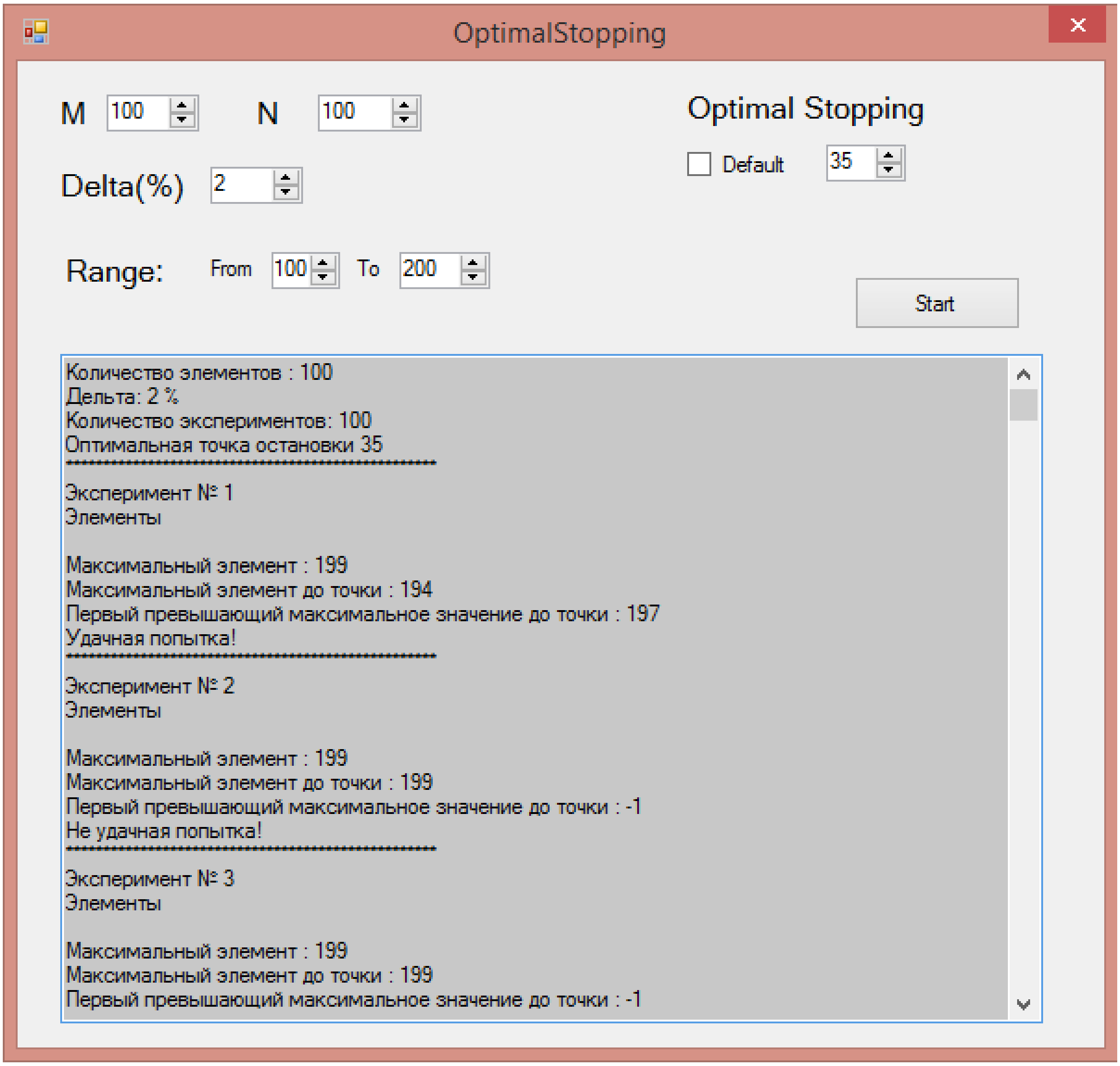

Рис. 3. Рабочее окно программы

с некоторыми сложностями, вызванными необходимостью введения дополнительных ограничений, оценим t^* и соответствующую вероятность $\tilde{P}^*$ методом статистического эксперимента.

Правильно организованный статистический эксперимент — эффективный метод исследования поведения объекта в случайных условиях [14], который позволяет на основе компьютерного моделирования оценить характеристики объекта, аналитическая оценка которых затруднительна или невозможна. Для этого проводятся многократные испытания с разными значениями исходных данных с последующей статистической обработкой результатов наблюдений.

Предлагаемый статистический эксперимент основан на методе Монте-Карло [15], предусматривающий многократную генерацию массивов $X_M = \{x_n^0,\ n = 1,\dots,N\}$, $M=1,\dots,M_0$ независимых одинаково распределенных случайных величин x_n^0 с заданным законом распределения. Каждое сгенерированное число

$x_n^0 \in [x_{\min}^0, x_{\max}^0]$ имитирует значение суперкритерия для альтернативы $d_n \in \{D_1, ..., D_N\}$, которую ЛПР наблюдает на n-м шаге. В простейшем случае можно допустить, что величины $x_n^0,\ n = 1,...,N$ равномерно распределены в интервале значений $[x_{\min}^0, x_{\max}^0]$.

Очевидно, что наилучшая альтернатива d^*, соответствующая максимальному значению суперкритерия $x_{\max}$, на каждом отдельном эксперименте может встретится на произвольном шаге $n \in [1,..., N]$ сгенерированного массива X_M. Аналогично случайными будут и номера шагов, при которых наблюдаются альтернативы $\tilde{d}^*$, удовлетворяющие условию (14).

Цель экспериментов — на серии испытаний оценить оптимальный шаг $t^* \in [1, ..., N]$, который обеспечивает максимум вероятности выполнения условия (14), когда используется следующая стратегия принятия решений по сгенерированному массиву $X_M = \{x_n^0,\ n = 1,...,N\}$, $M = 1,..., M_0$ значений:

- определяют *истинного* лидера отдельного эксперимента по максимальному значению суперкритерия $x^* = \max\limits_{1 \le n \le N} x_n^0$;
- определяют *условного* лидера по максимальному значению суперкритерия в интервале индексов $[1, t]$, $t < N$, т.е. определяют число

$$x_{1,t}^{\max} = \max\left\{x_1^0,...,x_t^0\right\}; \qquad (15)$$

- определяют в качестве окончательного решения принимается первая из альтернатив $\tilde{d}^*$ в диапазоне индексов $[t, N]$, которую характеризует суперкритерий, превышающий число $x_{1,t}^{\max}$.

Для определения свойств модифицированного метода оптимальной остановки проводиться M_0 статистических экспериментов по описанной стратегии и для каждого фиксированного $t \in [1, N]$ оценивается вероятность правильного решения, т.е. вероятность выбора альтернативы $\tilde{d}^* \in D$, которая удовлетворяет условие (14).

Вероятность достижения цели (14) оценивают частотой

$$P(t) = \frac{m(t)}{M_0}, \qquad (16)$$

где $m(t)$ — число успехов на t-м шаге в серии из M_0 экспериментов.

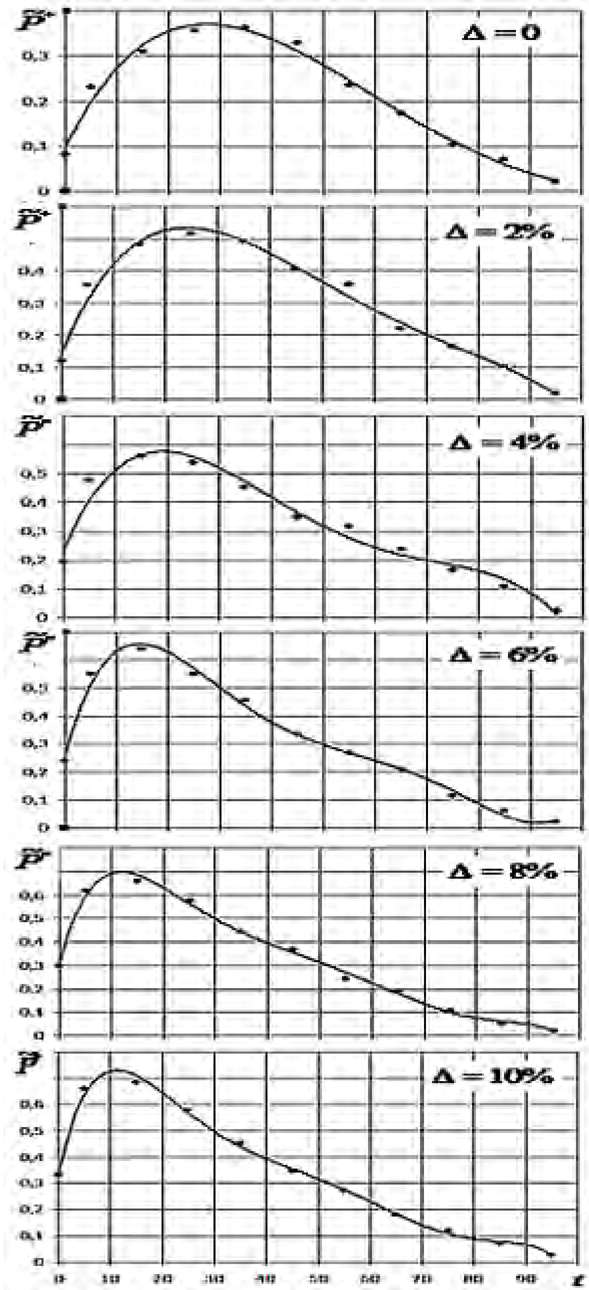

Рис. 4. Зависимости вероятности $\tilde{P}^*$ успеха от номера шага t принятия окончательного решения при различных уступках Δ

Таким образом, вместо аналитического определения свойств модифицированного метода оптимальной остановки можно с помощью предлагаемой схемы организации вычислительного эксперимента провести ком-

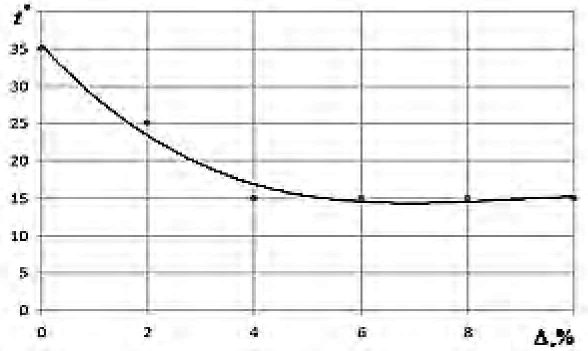

Рис. 5. Зависимость веротяности P от величины уступки Δ

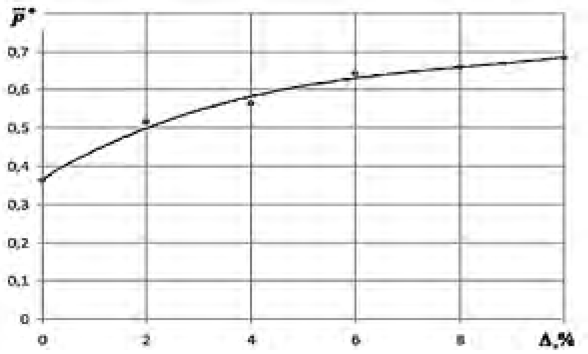

Рис. 6. Зависимость номера оптимального шага t^* остановки от величины уступки Δ

пьютерное моделирование процесса принятия решений при заданных N и M_0 и оценить вероятность достижения цели на разных шагах $t \in [1, N]$. В результате по максимуму вычисленной вероятности определяют оптимальный момент остановки t^* при разных значениях уступки $\Delta \geq 0$.

Очевидно, что при $\Delta = 0$ результаты эксперимента должны совпадать с ранее приведенными результатами аналитического определения момента оптимальной остановки традиционной схемы.

Для выполнения статистических экспериментов разработана программа[1], рабочее окно которой показано на рис. 3.

Приведем некоторые результаты проведенных исследований. Вероятности $\tilde{P}$ оценивались для $N = 100$ альтернатив в сериях из $M_0 = 1000$ экспериментов на последовательностях случайных чисел, которые имитировали значения суперкритерия. На рис. 4. представлены графики зависимости оценок вероятностей (16) от номера шага t принятия окончательного решения в соответствии с рассматриваемой стратегией при разных значениях величины уступки Δ (в процентах от значения суперкритерия для наилучшей альтернативы).

Как видно (рис. 4) при увеличении значения уступки Δ оптимальный шаг $t^* \in [1,..., N]$, на котором следует принимать окончательное решение, уменьшается, а вероятность $\tilde{P}$ принять правильное решение увеличивается.

Для наглядности на рис. 5 представлен график зависимости вероятности $\tilde{P}^*$ принятия окончательного решения на оптимальном шаге от величины уступки Δ, а на рис. 6 — график зависимости номера оптимального шага от величины уступки Δ.

Как и следовало ожидать, вероятность $\tilde{P}$ и номер оптимального шага t^* приближаются к теоретическим значениям, полученным аналитическим путем для классического метода оптимальной остановки при $\Delta \to 0$.

Следует обратить внимание, что уже при значении уступки $\Delta = 4\%$ обеспечивается уменьшение оптимальной точки принятия окончательного решения от 37 процентов максимального количества шагов (классический метод) до 15 процентов (рис. 5). А это значит, что при $N = 100$ альтернатив для достижения цели модифицированного метода оптимальной остановки, анализируемых в случайном порядке, достаточно просмотреть всего 15 альтернатив.

При этом вероятность принятия правильного решения увеличивается (рис. 6) и достигает $\tilde{P} = 0{,}68$ при уступке $\Delta = 10\%$ в сравнении с вероятностью правильного решения $P = 0{,}37$, достигаемой классическим методом.

Заключение

Традиционная постановка задачи оптимальной остановки ставит своей целью выбрать момент принятия решения о появлении самого лучшего варианта при последовательном просмотре ранжированных альтернатив в случайном порядке.

1 Программу под руководством автора разработала Ю.С. Яременко — студентка Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского" [16].

Доказано, что независимо от общего числа претендентов вероятность правильного решения будет максимальна, если после просмотра 37 процентов общего числа вариантов выбрать того из кандидатов, который будет лучше предыдущих.

Отличительная особенность рассматриваемого в статье метода состоит в обобщении задачи оптимальной остановки в том смысле, что правильным считается решение о появлении претендента, который по некоторому критерию (суперкритерию) отличается от абсолютного лидера не более чем на заданную величину уступки $\Delta \geq 0$.

На основании серии статистических экспериментов показано, что такая модификация метода позволяет уменьшить объем *экспериментальной* группы наблюдений и повысить вероятность правильного решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. К.: Вид-во полігр. центр «Київ. ун-т», 2010. 336 с.
2. Файнзільберг Л.С., Жуковська О.А., Якимчук В.С. Теорія прийняття рішень: підручник для студентів спеціальності «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», спеціалізації «Інформаційні технології в біології та медицині». Київ : Освіта України, 2018. 246 с.
3. Maheswari U.A., Kumari P.A. Fuzzy Mathematical Model for Multi Criteria Group Decision Making-An Application in Supply Chain Management. Int. J. of Computer Applications, 2012, 54 (7), p. 5–10.
4. Rasmusen E. Games and Information: An Introduction to Game Theory, 4th Edition. Oxford: Wiley-Blackwell, 2006. 445 p.
5. Де Грот М. Оптимальные статистические решения. М.: Мир, 1974. 491 с.
6. Доценко С.И., Негадайлов П.А. Об оптимальном порядке просмотра групп в задаче выбора наилучшего элемента с групповым просмотром кандидатов, Кибернетика и вычислительная техника, 2014, вып. 175, С. 32–9.
7. Роббинс Г., Сигмунд Д., Чао И. Теория оптимальных правил остановки. Пер. с англ. М.: Наука, 1975. 188 с.
8. Гусейн-Заде С.М. Задача выбора и оптимальное правило остановки последовательности независимых испытаний. Теория вероятностей и ее применения, 1966, том XI, № 3, С. 534–537.
9. Sakaguchi M. Optimal stopping problems for randomly arriving offers. Math. Japon, 1976, N 21, pp. 201–217.
10. Гусейн-Заде С.М. Разборчивая невеста. М.: МЦНМО, 2003, 24 с.
11. Ferguson T.S. Who Solved the Secretary Problem? Statistical Science, 2003, 4 (3), pp. 282–289.
12. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981.
13. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993.
14. Rubinstein R.Y., Kroese D.P. Simulation and the Monte Carlo Method. New York: John Wiley & Sons, 2016, 432 p.
15. Robert C.P., Casella G. Monte Carlo statistical methods. New York: Springer, 2004. 397 p., http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4757-4145-2.
16. Файнзільберг Л., Яременко Ю. Комп'ютерне моделювання модифікованого методу оптимальної зупинки, Proceedings of the Int. Sci. Conf. "Information Technologies and Computer Modeling" (2018, May, 14th to 19th, Ivano-Frankivsk). Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2018. С. 270–273.

Поступила 24.02.2019

REFERENCES

1. Voloshin, O.F., Maschenlo, C.O., 2010. Models and Methods of Decision Making: Teach. Manual, Kiev: View-polygraph. center "Kyiv. un-t ", 336 p. (In Ukrainian).
2. Fainzilberg, L.S., Zhukovska, O.A., Yakumchuk, V.S., 2018. Theory of decision-making: a textbook for students of the specialty "Computer Science and Information Technologies", specialization "Information Technologies in Biology and Medicine". Kyiv: Education of Ukraine, 246 p. (In Ukrainian).
3. Maheswari, U.A., Kumari, P. A., 2012. "Fuzzy Mathematical Model for Multi Criteria Group Decision Making-An Application in Supply Chain Management", Int. J. of Computer Applications, Vol. 54, No. 7, pp. 5–10.
4. Rasmusen, E., 2006. Games and Information: An Introduction to Game Theory, 4th Edition. Oxford: Wiley-Blackwell, 445 p.

5. DeGroot, M., 1974. Optimal statistical decision, Moscow: Mir, 491 p. (In Russian).
6. Dotcenko, S.I., Negadaylov, P.A., 2014. "The optimal order of viewing groups in the task of choosing the best element with a group view of the cardidates", Cybernetics and Computer Engineering, Issue 175, pp. 32–39. (In Ukrainian).
7. Robbins, G, Sigmund, D., Chao, I., 1975. The theory of optimal stopping rules, Moscow; Nauka, 188 p. (In Russian).
8. Gusein-Zade, S.M., 1966. The problem of choice and the optimal stopping rule for the sequence of independent tests. Theory of probabilities and its applications, Vol. 11, No 3, pp. 534–537.
9. Sakaguchi, M., 1976. "Optimal stopping problems for randomly arriving offers", Math. Japan, No. 21, pp. 201–217.
10. Gusein-Zade, S.M., 2003. Clever bride, Moscow: MCNMO, 24 p. (In Russian).
11. Ferguson, T.S., 2003. "Who Solved the Secretary Problem?", Statistical Science, Vol. 4, No. 3, pp. 282–289.
12. Keeney, R.L., Raiffa, H., 1981. Decisions with Multiple Objectives, Moscow: Radio and communication, 500 p. (In Russian).
13. Saati, T., 1993. Decision making. Hierarchy analysis method, Moscow: Radio and communication, 278 p. (In Russian).
14. Rubinstein, R.Y., Kroese, D.P., 2016. Simulation and the Monte Carlo Method, New York: John Wiley & Sons, 432 p.
15. Robert, C.P., Casella, G., 2004. Monte Carlo statistical methods. New York: Springer, 2004, 397 p. http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4757-4145-2.
16. Fainzilberg, L., Yaremenko, Yu., 2018. "Computer Modeling of the Modified Method of Optimal Stopping", Proceedings of the International Scientific Conference "Information Technologies and Computer Modeling" (2018, May, 14th to 19th, Ivano-Frankivsk). Ivano-Frankivsk, pp. 270–273. (In Ukrainian).

Received 24.02.2019

L.S. Fainzilberg, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the department,
International Research and Training Center for Information Technologies
and Systems of the NAS and MES of Ukraine, Glushkov ave., 40, Kyiv, 03187, Ukraine,
fainzilberg@gmail.com,

MODIFIED OPTIMAL STOPING METHOD
IN THE PROBLEM OF A SEQUENTIAL ALTERNATIVES ANALYSIS

Introduction. The traditional formulation of the optimal stopping problem is aimed at choosing the moment of making a decision about the appearance of the best option during the sequential viewing of ranked alternatives in a random order. A distinctive feature of the proposed generalization of the method is in the sense that the decision on the appearance of an applicant, which by some criterion differs from the absolute leader by no more than a specified amount (assignment), is considered correct.

The purpose of the article is to explore the possibilities of a modified optimal stopping method based on a statistical experiment

Methods. The statistical experiment is based on the Monte Carlo method and provides for the multiple generation of arrays of independent identically distributed random variables that mimic the values of the super criterion of the alternative, which the person observes at the current step. On the basis of a series of multiple tests, the probability of selecting an applicant, which differs by a given amount from the absolute leader, is estimated. The analysis of the dependence of the probability of correct decisions on the value of the assignment is done.

Result. It has been established that already at a value of 4% assignment, the required amount of experimental sampling for making a final decision decreases from 37% (the classical method) to 15%. At the same time, the probability of right decision increases to $\tilde{P}$=0,68 (when is concession of 10%) compared with the probability P = 0,37 of the right decision, achieved by the classical method.

Conclusion. By introducing an insignificant concession to the deviations of the chosen applicant from the absolute leader, the possibilities of the optimal stopping method are expanded to solve practical problems.

Keywords: *optimal stopping, alternative, probability of correct decision.*

Л.С. Файнзильберг, д-р техн. наук, професор, головний науковий співробітник,
Міжнародний науко-навчальний центр інформаційних технологій та систем
НАН України та МОН України, просп. Академіка Глушкова, 40, Київ, 03187, Україна,
fainzilberg@gmail.com

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОЇ ЗУПИНКИ В ЗАДАЧІ ПОСЛІДОВНОГО АНАЛІЗУ АЛЬТЕРНАТИВ

Вступ. Традиційна постановка задачі оптимальної зупинки ставить собі за мету вибрати момент прийняття рішення про появу найкращого варіанту при послідовному огляді у випадковому порядку ранжованих альтернатив. Відмінність пропонованого узагальнення полягає у тому, що правильним вважається рішення про появу претендента, який за деяким критерієм відрізняється від абсолютного лідера не більше ніж на задану величину (поступку).

Ціль статті — дослідити можливості модифікованого методу оптимальної зупинки на основі статистичного експерименту.

Методи. Статистичний експеримент, що пропонується, заснований на методі Монте-Карло і передбачає багаторазову генерацію масивів незалежних однаково розподілених випадкових величин, які імітують значення суперкритерію до альтернативи, за якою особа, що приймає рішення, спостерігає на поточному кроці. На основі серії багаторазових випробувань оцінюється ймовірність вибору претендента, який на задану величину поступки відрізняється від абсолютного лідера. Проводиться аналіз залежності ймовірності вірних рішень від величини поступки.

Результат. Встановлено, що вже при значенні чотири відсотка поступки необхідний обсяг експериментальної вибірки для прийняття остаточного рішення знижується з 37 (класичний метод) до 15 відсотків. При цьому ймовірність прийняття правильного рішення збільшується і досягає $\tilde{P}=0{,}68$ при поступці в 10 відсотків в порівнянні з ймовірністю правильного рішення $P = 0{,}37$, що досягається класичним методом.

Висновок. За рахунок введення незначної поступки на відхилення якостей обраного претендента від абсолютного лідера розширюються можливості методу оптимальної зупинки для вирішення практичних завдань.

Ключові слова: *оптимальна зупинка, альтернатива, ймовірність правильного рішення.*