

К.Ю. СОЛОВЧУК, аспірантка,
Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій
та систем НАН України та МОН України, просп. Глушкова, 40, Київ 03187, Україна
E-mail: solovchuk_ok@ukr.net

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТИПОВИХ НЕПЕРЕРВНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ОРІЄНТОВАНИХ НА КОМП'ЮТЕРНЕ КЕРУВАННЯ

З позиції сучасної теорії автоматичного керування проведено системний аналіз математичних моделей типових багатозв'язаних технологічних процесів виробництва однорідної продукції, в тому числі механічних, гідромеханічних, теплових та масообмінних процесів. Припускається, що такі моделі мають бути орієнтованими на побудову високоефективних систем автоматичного керування цими процесами на базі сучасних засобів комп'ютерної техніки з використанням новітніх методів теорії керування. Звернено увагу на деякі характерні особливості, властиві певним класам багатозв'язаних технологічних процесів.

Ключові слова: типовий технологічний процес, математична модель, багатозв'язаний об'єкт, дискретний час.

Вступ

Сучасний стан технічного прогресу характеризується появою нових високоефективних систем автоматичного керування різноманітними технологічними процесами на базі програмно-алгоритмічних і технічних засобів цифрових ЕОМ. Вимоги до показників якості функціонування цих систем невідмінно зростають [1, 2].

Окремий клас технологічних процесів як об'єктів автоматичного керування, введених, мабуть, уперше в колективній монографії [3], складають так звані неперервні технологічні процеси виробництва однорідної продукції. Така продукція випускається у металургії (технологічні процеси збагачення руди, виробництва чавуну, сталі, прокату), хімічній і нафтохімічній промисловості (процеси виробництва бензину, спирту), промисловості будівельних матеріалів (процеси виробництва цементу,

скла та виробів з нього), целюлозно-паперової промисловості і т.д. [3]. Об'єктами, в яких відбуваються технологічні процеси виробництва однорідної продукції, є домни, конвертори, прокатні та трубопрокатні стани, хімічні реактори та роздільні колони, печі тощо. Характерна особливість даного класу технологічних процесів — наявність певного числа вхідних і вихідних змінних (сигналів), пов'язаних між собою перехресними зв'язками таким чином, що зміна одного з них супроводжується зміною кількох інших [4]. На цю особливість неперервних технологічних процесів виробництва однорідної продукції як багатозв'язаних об'єктів було в свій час звернено увагу відомих дослідників [4–7] та ін.

Незважаючи на різноманітність технологічних процесів виробництва однорідної продукції, вони складають низку типових процесів як об'єктів керування. За означенням, введеним в [8], під типовим об'єктом керування слід ро-

зуміти типовий технологічний процес, який відбувається у промисловій установці відповідного класу.

Аби побудувати сучасні високоефективні системи автоматичного керування технологічними процесами, необхідно, як правило, мати в своєму розпорядженні опис відповідного класу процесів у формі певної математичної моделі [4]. На першому етапі повну математичну модель можна застосовувати для дослідження технологічного процесу як об'єкта керування з використанням аналітичних методів або методів математичного моделювання подібно до того, як запропоновано в [4, 6, 7]. На другому етапі, який виступає як основний, спрощена математична модель використовується для організації власне самого закону керування в замкненому контурі системи [4–6]. Оскільки передбачається, що таке керування має здійснюватись на базі сучасних комп'ютерних засобів, при побудові спрощеної математичної моделі технологічного процесу того чи іншого класу потрібно враховувати ефект дискретизації у часі сигналів, що виступають як певні змінні на входах і виходах моделі [9].

Мега роботи — провести системний аналіз, ідейна основа якого розвинута у фундаментальній монографії [10], стосовно існуючих математичних моделей типових не-перервних багатозв'язаних технологічних процесів виробництва однорідної продукції, описаних в доступних літературних джерелах, а також упорядкувати ці моделі та привести їх до деякого уніфікованого вигляду з орієнтацією на можливість безпосереднього використання таких моделей у замкнених системах автоматичного керування на базі цифрових ЕОМ.

Загальна характеристика типових неперервних технологічних процесів як об'єктів для комп'ютерного керування

Сучасний технологічний процес виробництва однорідної продукції як об'єкт керування являє собою складний багатозв'язаний об'єкт.

Кожний такий процес відрізняється своєю фізико-хімічною суттю, що, як відомо, виражається в ідентичності матеріальних і енергетичних внутрішніх зв'язків. Спираючись на класифікацію технологічних процесів, запропоновану у [8], доцільно виділити такі основні класи процесів:

- механічні і гідромеханічні;
- теплові;
- масообмінні.

Загальні особливості основних класів неперервних технологічних процесів зібрані в табл. 1.

Під математичною моделлю будь-якого неперервного технологічного процесу з багатьма змінними звичайно розуміють певне математичне співвідношення, яке пов'язує m -вимірний вектор $y(t) = [y^{(1)}(t), \dots, y^{(m)}(t)]^T$ вихідних величин з r -вимірним вектором $u(t) = [u^{(1)}(t), \dots, u^{(r)}(t)]^T$ керувальних дій та l -вимірним вектором $v(t) = [v^{(1)}(t), \dots, v^{(l)}(t)]^T$ зовнішніх (контрольованих чи неконтрольованих) збурень як деяких функцій часу $t \in [0, \infty)$. У загальному випадку воно має такий вигляд:

$$y(t) = \Phi(u(t), v(t)) \quad (1)$$

У цьому співвідношенні $\Phi: \mathbf{R}^r \times \mathbf{R}^l \rightarrow \mathbf{R}^m$ — деякий, взагалі кажучи, нелінійний оператор, що ставить вектор-функцію $u(t)$ у відповідність парі вектор-функцій $u(t), v(t)$.

Співвідношення (1) — просте узагальнення моделі, наведеної в [8], на багатовимірний випадок. Модель такого типу описує багатозв'язаний технологічний процес, (рис. 1, а). За наявності так званих адитивних збурень [4] співвідношення (1) набуває вигляду

$$y(t) = G(u(t)) + G_v(v(t)), \quad (2)$$

де G і G_v — певні оператори. На рис. 1, б показано загальну структурну схему технологічного процесу з багатьма змінними, пов'язаними співвідношенням (2).

В залежності від типу агрегата, в якому має здійснюватись технологічний процес, розрізняють процеси з зосередженими параметрами і процеси з розподіленими параметрами [4, 8].

При цьому згідно з [3] математичну модель процесу з зосередженими параметрами можна описати у так званому просторі стану або лінійним звичайним ди-ференціальним рівнянням:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + Dv(t), \\ y &= Cx(t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

або нелінійним звичайним диференціальним рівнянням:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \varphi(x(t), u(t), v(t)), \\ y &= g(x(t), u(t)), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

припускаючи, що дія збурень $v^{(1)}(t), \dots, v^{(l)}(t)$ має адитивний характер (рис. 1 б).

На відміну від моделей типу (3), (4) моделі технологічних процесів, що супроводжуються теплопередачею, масообміном та хімічними реакціями, описуються нелінійними диференціальними рівняннями в частинних похідних [4] як

$$\partial x / \partial t = \varphi(x, u, \nabla x, \nabla^2 x, \dots). \quad (5)$$

Рівняння (5), в якому в дуже загальній формі

відображено ту особливість цього класу технологічних процесів, що стан x та керування u залежать не тільки від часу t але й від деякої просторової координати, характеризують поведінку процесів з розподіленими параметрами.

Відомо [4], що існують, щонайменш, два шляхи побудови математичних моделей неперервних технологічних процесів виробництва однорідної продукції, враховуючи загальні моделі типу (1)–(5). Основу першого шляху складають фундаментальні закони фізики і хімії (закони збереження речовини, енергії тощо), що дозволяють описати динаміку таких об'єктів як хімічних реакторів, ректифікаційних колон, нагрівальних печей та інших апаратів, які експлуатуються в хімічній та нафтохімічній промисловості, спираючись на рівняння матеріального й теплового балансів, кінетичні закономірності протікання процесів, гідро-динамічні умови та ін. [5]; при цьому згідно з [8] основою математичного опису хіміко-технологічних процесів слугують саме

Таблиця 1. Характеристика основних класів технологічних процесів як багатозв'язаних об'єктів керування

Клас	Цільове призначення	Вхідні змінні (керувальні дії й збурення)	Вихідні змінні
Механічні і гідромеханічні процеси	Виготовлення металевих і скляних труб	Положення обтискних валків Тиск повітря для роздмухування скляної труби Швидкість витягу труби Геометричні розміри металевої заготовки Температура металу (рідкого скла)	Геометричні розміри готової труби
	Гомогенізація	Відносний склад хімічних речовин на вході в гомогенізатор	Відносний склад хімічних речовин на виході з гомогенізатора
	Розподіл дуття за фурмами доменної печі	Положення заслінок у фурмах	Перепад тиску між сусідніми фурмами
Теплові процеси	Нагрівання Охолодження Випарювання Конденсація парів	Витрати залишку речовини та пару Витрати рідин, що змішуються Температура рідин і пару на вході до агрегатів	Температура продукту на виходах з апаратів Втрати продукту на виходах з апаратів Концентрація розчину на виході з другого апарату
Масообмінні процеси	Ректифікація	Витрати флегми і кубового продукту Температура компонентів суміші	Склад дистилату і кубового продукту
	Абсорбція Хемосорбція Екстракція з розчинів	Витрати рідин і газів на вході в агрегат	Концентрація речовини, що поглинається в газовій і рідкій фазах

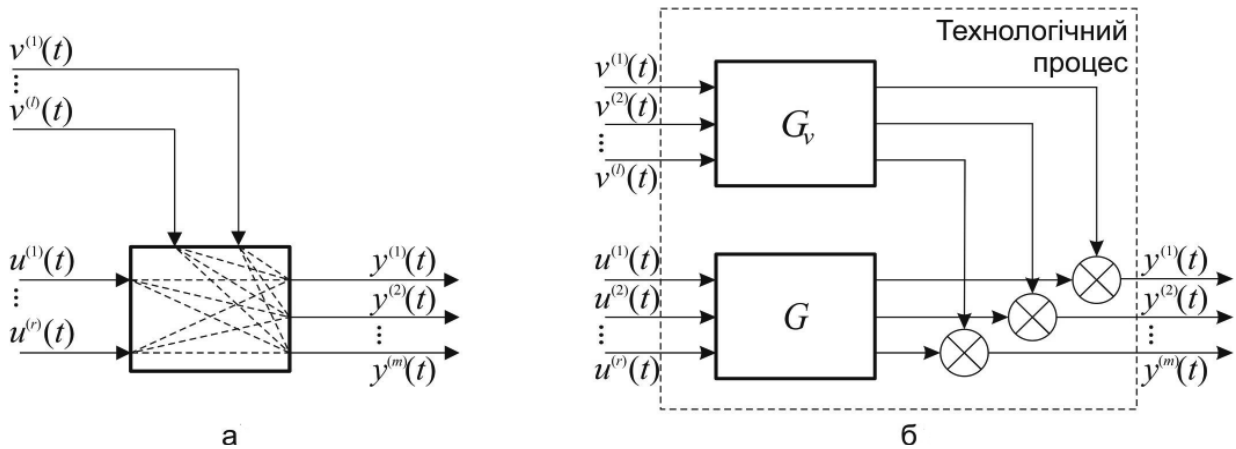


Рис. 1. Загальні схеми неперервних технологічних процесів як багатозв'язаних об'єктів керування

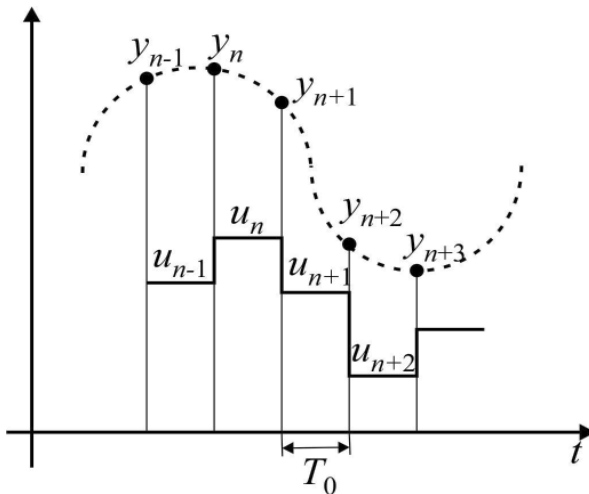


Рис. 2. Процеси квантування сигналів

рівняння, що описують гідродинаміку потоків рідин і газів у апаратах, де відбуваються такі процеси.

В основу другого шляху побудови математичних моделей неперервних багатовимірних технологічних процесів покладають використання експериментальних даних, отриманих за певний час спостереження змін вихідних величин у керувальних дій u та контрольованих збурень v у дискретні моменти часу. Саме цим шляхом переважно йдуть на практиці, орієнтуючись на можливість використання таких моделей для автоматичного керування технологічними процесами на базі засобів цифрової обчислювальної техніки [9].

Специфічність математичної моделі, на основі якої передбачено керування неперервним технологічним процесом у складі цифрової автоматичної системи, полягає у врахуванні ефектів часового квантування змінних стану x та вихідних величин що фізично залишаються неперервними сигналами (рис. 2), а також формування керувальних дій у дискретний момент часу $t = nT_0$ ($n = 1, 2, \dots$), де T_0 — період квантування (інтервал квантування у часі) [9].

Перехід до моделі процесів у дискретній формі може здійснюватися з використанням як стандартних прийомів (для лінійних моделей), так і новітніх прийомів [11] (для нелінійних моделей).

Математичні моделі механічних і гідромеханічних процесів

Модель технологічного процесу прокатки металевих труб. Цей процес, як відомо [3], здійснюється в промислових умовах в трубопрокатному агрегаті: дві печі, прошивний, розкатний і калібрувальний стани (рис. 3). З цих трьох станів найбільш помітний вплив на геометричні розміри гарячочатаних труб спричиняють розкатний і калібрувальний стани [3]. Саме на розкатному стані формується товщина S_T стінки металеві труби, а на калібрувальному стані — її зовнішній діаметр D_T . Згідно з [3] на величину S_T впливають наступні змінні: діаметр D_T гільзи, яка надходить від прошивного стану;

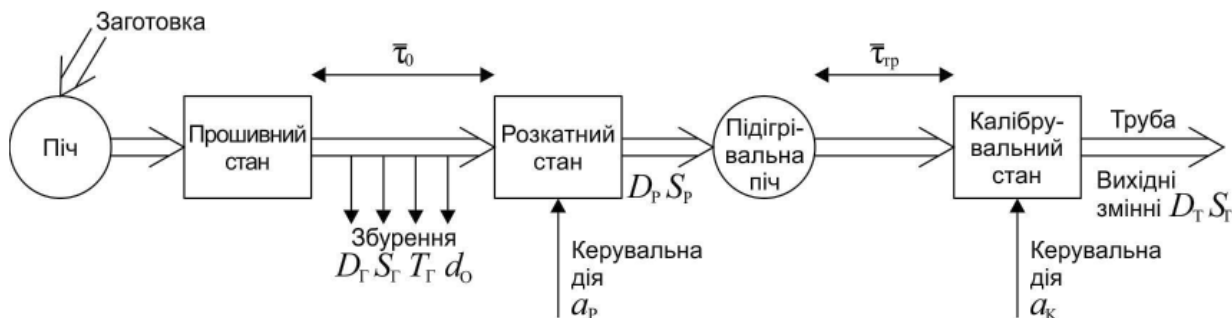


Рис. 3. Принципова схема технологічного процесу трубопрокатки

товщина S_T її стінки; температура T_G гільзи на виході з прошивного стану; час τ_0 , протягом якого ця гільза пересувається до розкатного стану, поступово охолоджуючись; діаметр d_0 оправки, яка перед прокаткою вводиться всередину гільзи; відстань a_p між валками розкатного стану. Основними факторами, що впливають на зовнішній діаметр D_T готової труби, виступають такі величини, як діаметр D_p труби перед калібрувальним станом; температура T_K труби на виході з підігрівальної печі; час $\tau_{тр}$ транспортування гільзи від підігрівальної печі до калібрувального стану; відстань a_k між валками цього стану.

Співвідношення

$$\left. \begin{aligned} S_T &= S(D_G, S_G, T_G, d_0, a_p), \\ D_T &= D(D_p, T_K, a_k) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

визначають залежність двох геометричних розмірів S_T і D_T готової труби, що виконують роль вихідних змінних об'єкта керування, від змінних $D_G, S_G, T_G, d_0, D_p, T_K$, що виступають як збурення, та від змінних a_p, a_k що використовуються як керувальні дії. Відповідно до першого співвідношення, яке фігурує у (6), лінійна модель процесу прокатки труб, орієнтована на функціонування системи автоматичного керування цим процесом на базі цифрової ЕОМ, має такий вигляд:

$$S_T(n) = K_T x(n-1) + K_a a_p(n-1). \quad (7)$$

Тут $K_T = [k_1, \dots, k_4]$ — вектор параметрів цього процесу як об'єкта керування; $x(n) = [D_G(n), S_G(n), T_G(n), d_0(n)]^T$ — вектор зовнішніх збурень, віднесений до n -го дискретного моменту часу; K_a — деякий коефіцієнт [3].

Модель (7), що описує даний процес у статистиці, практично виявилась доволі ефективною [3].

Модель технологічного процесу виготовлення скляних труб на лінії горизонтального витягу

Цей неперервний технологічний процес здійснюється так. З варильної печі (рис. 4) розплавлене скло певного фізико-хімічного складу по розподільному каналу надходить у чашу, де підтримується заданий рівень скломаси і її температура. Грузла скломаса безупинно стікає на похило обертовий «мундштук» і намотується на нього. Повітря, що продувається під певним тиском через внутрішню порожнину «мундштука», формує з аморфно-м'якого скла пустотілу «цибуліну», яка під дією сили натягу, переходить у циліндричну трубу (фідер). Під час руху уздовж транспортера труба поступово твердіє, проходить стадію термічної обробки і остигає. Наприкінці лінії витяжки труба ріжеться на шматки певної довжини.

Для підтримки заданих значень зовнішнього діаметра D і товщини h стінки здійснюється зміна тиску P повітря, що подається для роздмухування скляної труби, а також зміна швидкості V руху труби уздовж конвеєра. Використовуються регулятор-стабілізатор 1 тиску і регулятор—стабілізатор 2 швидкості V руху труби уздовж конвеєра.

З позицій керування даний технологічний процес являє собою двохзв'язаний об'єкт: ді-

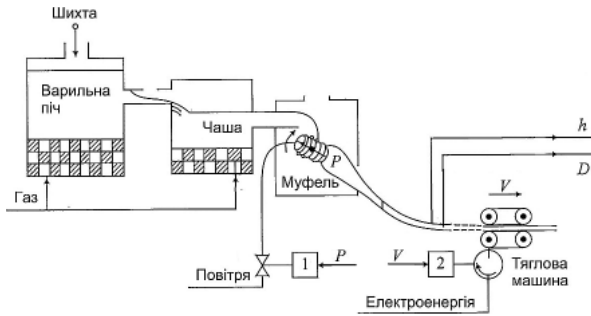


Рис. 4. Схема технологічного процесу виготовлення скляних труб

аметр D труби, що формується, та її товщина h залежать як від тиску P повітря, так і від швидкості V витяжки [12].

Особливість цього процесу полягає в тому, що точні рівняння

$$D(t) = \phi(P(t), V(t), \xi(t)),$$

$$h(t) = \phi_h(P(t), V(t), \xi_h(t)),$$

які зв'язують у кожний момент часу t вихідні величини $D(t)$, $h(t)$ з керувальними впливами $P(t)$, $V(t)$ і збуреннями $\xi_D(t)$, $\xi_h(t)$ (оператори Φ_D , Φ_h невідомі), а самі збурення не доступні для виміру.

Якщо ж ці вихідні величини вимірювати в рівновіддалені дискретні моменти $t = nT_0$ ($n = 1, 2, \dots$) з деяким інтервалом T_0 і формувати керувальні впливи в ті ж моменти, то даний процес можна описати рівнянням виду

$$y_n = Bu_{n-1} + \eta_n. \quad (8)$$

В цьому рівнянні $y_n = [D_n, h_n]^T$ — вектор вихідних змінних D_n , h_n в n -й дискретний момент часу; $u_{n-1} = [P_{n-1}, V_{n-1}]^T$ — вектор керувальних впливів P_{n-1} , V_{n-1} , сформованих у попередній $(n-1)$ -й момент часу; $\eta_n = [\eta_D(n), \eta_h(n)]^T$ — вектор приведених до виходу неконтрольованих збурень; B — деяка матриця з елементами $b^{(ij)}$ ($i = 1, 2; j = 1, 2$). Рівняння (8) описує статичну модель об'єкта. Таку модель можна застосувати, коли інтервал T_0 квантування за часом настільки великий, що перехідний процес, викликаний зміною керувального впливу u_n у кожний n -й дискретний момент $t = nT_0$, прак-

тично загасне до чергового $(n+1)$ -го моменту квантування сигналів.

Модель технологічного процесу розподілу дуття за фурмами доменної печі

Основний елемент цього процесу — система повітропроводів, що складається з розподільного кільця і 16-ти радіальних повітропроводів (рис. 5, а). До них подається гаряче повітря — дуття. Система повітропроводів містить 16 звужуючих пристроїв 1 і 16 регулюючих заслінок 2, що дозволяє регулювати дуття у кожній з 16-ти фурм. Керувальні дії здійснюються зміною положень d_1, \dots, d_{16} заслінок 2.

Вихідними змінними виступають перепади тиску $\Delta P_{1;2}, \Delta P_{2;3}, \dots, \Delta P_{16;1}$ між сусідніми фурмами (рис. 5, б).

Як об'єкт автоматичного керування процес розподілу дуття описується рівнянням

$$\Delta P(n) = Bd(n-1) + v(n). \quad (9)$$

У цьому рівнянні $\Delta P = [\Delta P_{1;2}, \Delta P_{2;3}, \dots, \Delta P_{16;1}]^T$ — 16-вимірний вектор перепадів тиску $\Delta P_{i;i+1}$ між i -ю та $(i+1)$ -ю фурмами, що визначаються так:

$$\Delta P_{i;i+1} = P_i - P_{i+1} \quad \text{при } i = 1, \dots, 15,$$

$$\Delta P_{16;1} = P_{16} - P_1;$$

$d = [d_1, \dots, d_{16}]^T$ — 16-вимірний вектор керувальних дій; v — 16-вимірний вектор неконтрольованих збурень; B — матриця розміром 16×16 . Рівняння (9) визначає математичну модель технологічного процесу розподілу дуття як 16-зв'язаного статичного об'єкта.

Специфічна особливість даного процесу, на яку, мабуть, уперше було вказано в роботі [13], полягає в тому, що матриця в рівнянні (9) вироджена: $\det B = 0$.

Математичні моделі теплових процесів

Проаналізуємо математичні моделі певних типових теплових технологічних процесів, а саме теплові процеси, які відбуваються у деяких випарних апаратах, змішувальному ре-

зернуваті та гідролізітній установці для виробництва спирту.

Модель технологічного процесу теплообміну у багатокорпусному випарному апараті. Принципіальна схема такого апарату зображена на рис. 6. Згідно з цією схемою початковий розчин, що характеризується витратою F концентрацією C_f та температурою T_f надходить до першого корпусу для випарювання. Відпарювання здійснюється шляхом нагрівання парою; витрата пару складає величину S_p , а вихід вологи — O_1 .

Вторинний залишковий розчин, який характеризується концентрацією C_1 подається до другого корпусу. Випарювання у другому корпусі здійснюється вторинною парою, що утворюється у першому корпусі. При цьому концентрація розчину, який виходить з другого апарату, складає величину C_2 , а вихід вологи — O_2 (рис. 6). Як показано в [4], лінеаризація рівнянь матеріального і теплового балансів в околі усталеного режиму приводить до лінійного диференціального рівняння

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \Gamma v, \\ y &= Cx, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

наведеного у [4]. Вектори стану x керування u , вихідні змінні y та збурення v , що фігурують у цьому рівнянні, визначаються так:

$$\begin{aligned} x &= [W_1, C_1, h_1, W_2, C_2]^T, & u &= [S_f, B_1, B_2]^T, \\ v &= [F, C_f, h_f]^T, & y &= [W_1, W_2, C_2]^T. \end{aligned}$$

Тут змінні $h_1, h_f, W_1, W_2, B_1, B_2, S_f$ мають такий зміст: h_1 і h_f — ентальпія рідин у першому і другому корпусах відповідно; W_1 і W_2 — втрати в обох апаратах; B_1 і B_2 — витрати залишків;

S_f — витрата пари (див. [4]). Рівнянням (10) описано просту, але досить повну математичну модель теплового процесу, що відбуваються у неперервному часі $t \in [0, \infty)$ в багатокорпусній випарній установці. Використовуючи стандартний прийом [9] від цієї моделі можна негайно перейти до моделі в дискретному часі $n = 1, 2, \dots$, в якій мають фігурувати змінні x_n, u_n, v_n і y_n .

Модель теплообмінного процесу в змішувальному резервуарі. Розглянемо динаміку теплово-

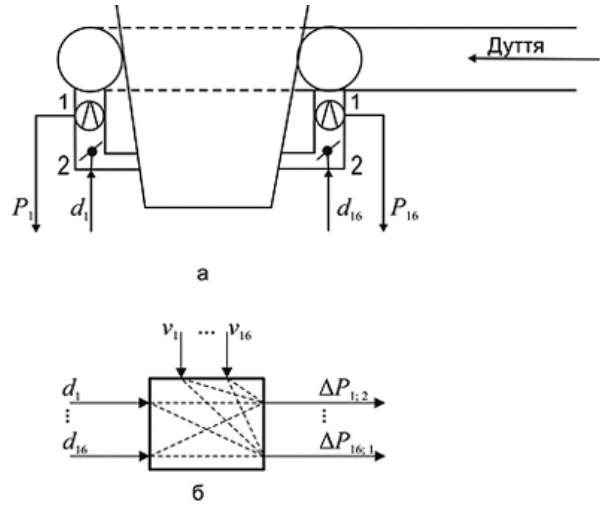


Рис. 5. Схема технологічного процесу розподілу дуття за фурмами доменної печі як об'єкта керування: а — принципіальна схема; б — структурна схема

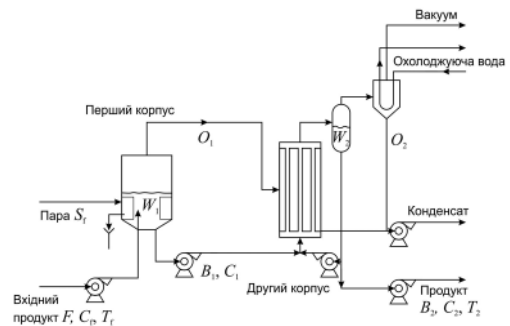


Рис. 6. Змішувальний резервуар як об'єкт керування з двома вихідними змінними

го процесу у змішувальному резервуарі (баці) [4] і (рис. 7). Цей процес здійснюється у такий спосіб. Гарячий вхідний потік з температурою T_H та витратою F_H постійно змішується з холодним потоком, з температурою T_C та витратою F_C . Збурення створюються потоком, який надходить з другого апарату і з температурою T_v та витратою F_v . Як результат повного перемішування трьох потоків вихідний потік має температуру T та витрату $F(h)$, яка залежить від рівня h . Керувальними діями слугують саме витрати F_H, F_C рідин, які можна регулювати.

Відомо [4], що лінеаризована математична модель даного теплового процесу як двохзв'язаного об'єкта керування, отримана на основі рівнянь матеріального і енергетич-

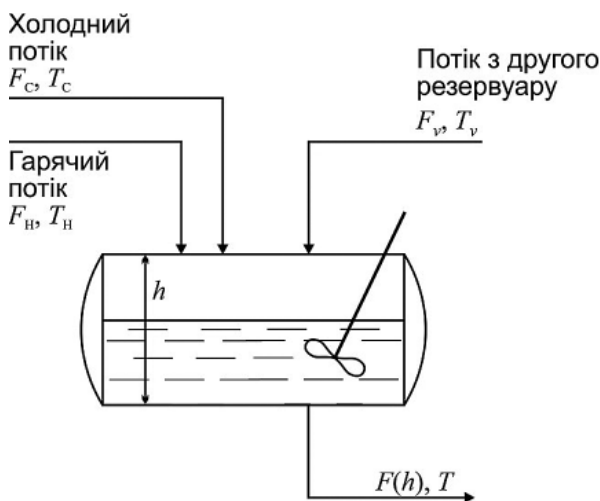


Рис. 7. Змішувальний резервуар як об'єкт керування з двома вихідними змінними

ного балансу, має вигляд (10) зі змінними $y = x = [h, T]^T$, $u = [F_H, F_C]^T$, $v = [F_v, T_v]^T$, кожна з яких визначається як відхилення її поточного значення від відповідного йому усталеного значення. Маючи у розпорядженні таке рівняння, можна побудувати її дискретний аналог, використовуючи стандартну техніку переходу від неперервного до дискретного часу, яка була згадана.

Модель теплообмінного процесу в гідролізній установці для виробництва спирту. Принципіальна схема технологічного процесу виробництва спирту, в якій відбувається процес відокремлення етилового спирту від сірчаної кислоти, показана на рис. 8, а. У нижню частину гідролізеру цієї установки надходить екстракт і вода. Продуктами реакції гідролізу тут стають розбавлена кислота і спирт-сирець. Етан, етилен та пари спирту з ефіром, які виділяються зверху гідролізеру, надходять до парового простору випарної колони. Гідролізат у вигляді суміші етилового спирту, сірчаної кислоти на етил сірчаної кислоти, яка не прореагувала, надходять до верхньої частини випарної колони. З куба цієї колони відводиться 40-45-відсоткова сірчана кислота, а пари спирту разом з газами відводяться зверху колони. Вихідними змінними даного технологічного процесу як об'єкта ав-

томатичного керування виступають температура T_1 в гідролізері і температура T_2 у випарній колоні. Керувальними діями слугують витрата води $G_{\text{води}}$ і витрата пари $G_{\text{пари}}$.

Структурна схема установки для виробництва спирту, (рис. 8, б), показує, що технологічний процес, який відбувається у цій установці, як об'єкт керування являє собою двозв'язаний об'єкт. Згідно з цією схемою та даними [5, табл.4], цей об'єкт містить чисті запізнення і описується лінійними диференціальними рівняннями

$$a^{(11)}\ddot{T}_1(t) + a^{(12)}\dot{T}_1(t) + a^{(13)}T_1(t) = b^{(11)}\dot{G}_{\text{води}}(t - \bar{\tau}_1) + b^{(12)}G_{\text{води}}(t - \bar{\tau}_1), \quad (11)$$

$$a^{(21)}\ddot{T}_2(t) + a^{(22)}\dot{T}_2(t) + a^{(23)}T_2(t) = b^{(21)}\dot{G}_{\text{пари}}(t - \bar{\tau}_{21}) + b^{(22)}G_{\text{пари}}(t - \bar{\tau}_2) \quad (12)$$

по каналах «витрата $G_{\text{води}}$ води — температура T_1 в гідролізері», «витрата $G_{\text{пари}}$ пари — температура у випарній установці» відповідно, а також лінійними диференціальними рівняннями

$$a^{(31)}\ddot{T}_1(t) + a^{(32)}\dot{T}_1(t) + a^{(33)}T_1(t) + a^{(34)}T_1(t) = b^{(31)}G_{\text{екстр}}(t - \bar{\tau}_3), \quad (13)$$

$$a^{(41)}\ddot{T}_1(t) + a^{(42)}\dot{T}_1(t) + a^{(43)}T_1(t) = b^{(41)}\dot{T}_{\text{екстр}}(t - \bar{\tau}_4) + b^{(42)}T_{\text{екстр}}(t - \bar{\tau}_4), \quad (14)$$

$$a^{(51)}\ddot{T}_1(t) + a^{(52)}\dot{T}_1(t) + a^{(53)}T_1(t) + a^{(54)}T_1(t) = b^{(51)}G_{\text{води}}(t - \bar{\tau}_5) \quad (15)$$

по каналах «витрата $G_{\text{екстр}}$ екстракту — температура T_1 в гідролізері», і «температура $T_{\text{екстр}}$ екстракту — температура T_1 в гідролізері», «температура $T_{\text{води}}$ води — температура T_1 в гідролізері», відповідно і лінійним диференціальним рівнянням

$$a^{(61)}\ddot{T}_2(t) + a^{(62)}\dot{T}_2(t) + a^{(63)}T_2(t) + a^{(64)}T_2(t) = b^{(61)}T_1(t - \bar{\tau}_6) \quad (16)$$

по каналу «температура T_1 в гідролізері — температура T_2 у випарній установці». У цих рівняннях $\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_6$ — чисті запізнення, (числові значення коефіцієнтів рівнянь (11) — (16), а також

величин $\bar{\tau}_1, \dots, \bar{\tau}_6$, визначених експериментально, можна знайти в табл. 4, в [5]).

У відповідності до структурної схеми, (рис. 8, б), рівняння (11), (12) описують прямі зв'язки двох вихідних змінних $T_1(t)$ і $T_2(t)$ з двома керувальними діями $G_{\text{води}}(t)$ і $G_{\text{пари}}(t)$, а рівняння (13) – (15) – зв'язок вихідних змінних з основними збуреннями $G_{\text{екстр}}(t)$, $T_{\text{екстр}}(t)$ і $T_{\text{води}}(t)$, тоді як рівняння (16) – внутрішній зв'язок між двома вихідними змінними.

Використовуючи далі стандартну техніку переходу від опису поведінки лінійного об'єкта у неперервному часі можна доволі просто побудувати математичну модель даного технологічного процесу для організації комп'ютерного керування його температурним режимом у дискретному часі $t = nT_0$.

Математичні моделі масообмінних процесів

До основних масообмінних процесів відносяться, зокрема, процеси ректифікації, абсорбції та екстракції [8]. Розглянемо математичну модель одного з цих процесів, а саме процесу ректифікації.

Модель технологічного процесу ректифікації. Ректифікацією називають технологію поділу гомогенних сумішей рідин, частково або повністю розчинних одна в одній, які мають різні температури кипіння й парціальні тиски пари. Фракціонування звичайно здійснюють у колонних апаратах шляхом багаторазового часткового випарювання суміші (бінарної або багатокомпонентної) і конденсації пари, що утворюється. При цьому відбувається багаторазовий контакт між рідкою й паровою фазами, що рухаються в більшості випадків протіччєю одна до іншої.

На рис. 9 наведено принципіальну схему процесу ректифікації для поділу бінарних сумішей. Схема складається з тарілчастої ректифікаційної колони 1, дефлегматора 2, теплообмінників 3 і 4 для підігріву вихідної сировини й охолодження пари відповідно, і кип'ятильника 5. Вихідними змінними тут слугують склад x_D ,

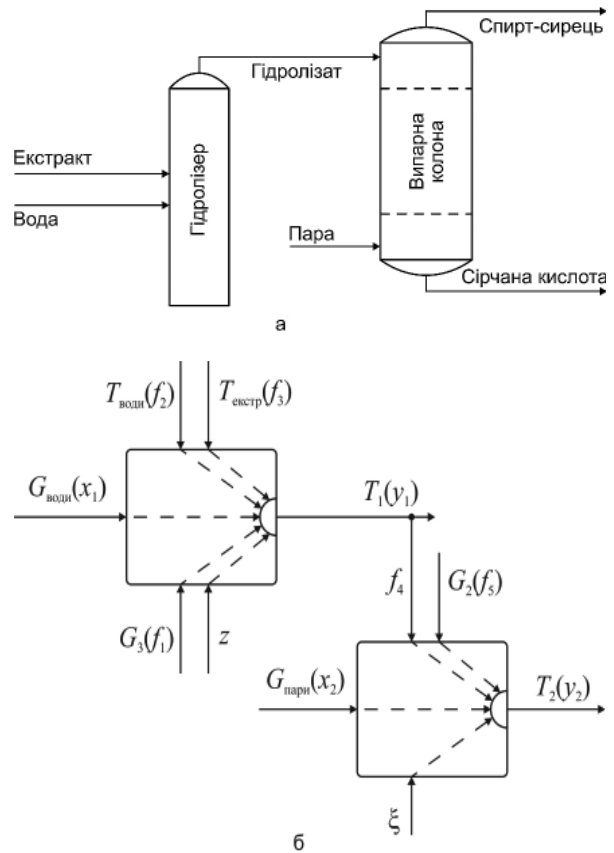


Рис. 8. Гідролізна установка виробництва спирту як об'єкт керування: а — принципіальна схема; б — спрощена структурна схема

дистиляту й кубового продукту x_B . Керувальними впливами (при керуванні за схемою так званої *LV*-конфігурації [14]) виступають витрата L флегми і витрата V кубового залишку, що повертаються.

Задача керування технологічним процесом ректифікації (в *LV*-конфігурації) полягає в тому, щоб підтримувати склад дистиляту й кубового продукту на заданих рівнях шляхом відповідних зміни витрат флегми L і кубового залишку V , що повертаються.

Згідно [14] лінеаризація рівняння, яке пов'язує вихідні змінні x_D, x_B з керувальними діями L, V в припущенні, що динаміка цього технологічного процесу як об'єкта керування може бути достатньо точно описана лінійною моделлю першого порядку з деякою сталою часу τ , приводить до такої передавальної ма-

Таблиця 2. Математичні моделі типових неперервних технологічних процесів

Клас технологічного процесу як об'єкту керування	Форма моделі
Об'єкти зі зосередженими параметрами: процеси виготовлення металевих і скляних труб процес розподілу дуття за фурмами доменної печі теплообмінні процеси у змішувальному резервуарі і багатокорпусному випарному апараті процес ректифікації	Лінійні звичайні диференціальні (різницеві) рівняння Матричні дробово-раціональні передавальні функції
Об'єкти з розподіленими параметрами I: теплообмінні процеси у гідролізній установці для виробництва спирту	Лінійні звичайні диференціальні (різницеві) рівняння з запізнюючим аргументом Матричні трансцендентні передавальні функції
Об'єкти з розподіленими параметрами II: процеси абсорбції процеси екстракції процеси хемосорбції	Лінійні і нелінійні диференціальні рівняння у частинних похідних

Таблиця 3. Методи керування неперервними багатозв'язаними технологічними процесами

Об'єкт (процес)	Метод керування
Виготовлення скляних труб Розподіл дуття за фурмами доменної печі Ректифікація	Метод оберненого (псевдооберненого) оператора [7, 15–19]
Теплообмінні процеси у змішувальному резервуарі і багатокорпусному випарному апараті Теплообмін у гідролізній установці для виробництва спирту	Теорія інваріантності [5]
Абсорбція Екстракція Хемосорбція	Оптимальне керування [4] та інші методи

триці цього об'єкта:

$$W_0(s) = \frac{1}{\tau s + 1} B. \quad (17)$$

Тут $B = \begin{pmatrix} b^{(11)} & b^{(12)} \\ b^{(21)} & b^{(22)} \end{pmatrix}$ — матриця коефіцієнтів підсилення по прямих $b^{(11)}, b^{(22)}$ і перехресних $b^{(12)}, b^{(21)}$ зв'язках між вхідними і вихідними

змінними, числові значення яких наведені в [14]. В цій роботі вперше, мабуть, встановлено таку характерну особливість процесу ректифікації: матриця B виявляється поганообумовленою (її так зване число обумовленості $\text{cond } B = \|B\| \|B^{-1}\|$ таке, що $\text{cond } B \gg 1$).

Застосування стандартного апарату z -перетворення [9] до (17) дає просту дискретну модель цього процесу у формі різницевого рівняння першого порядку

$$y_n - \alpha y_{n-1} = B u_{n-1},$$

де $\alpha = \exp(-\tau / \tau_0)$, а $y = [x_D, x_B]^T$, $u = [L, V]^T$ — вектори вихідних змінних і керувальних дій відповідно.

Шляхи використання математичних моделей для комп'ютерного керування технологічними процесами

Основні характеристики математичних моделей деяких типових неперервних технологічних процесів як багатозв'язаних об'єктів, що були розглянуті, а також певних масообмінних процесів, наведені в табл. 2.

В залежності від класу, до якого належить той чи інший технологічний процес, для здійс-

снення комп'ютерного керування конкретним технологічним процесом на базі його математичної моделі доцільно використовувати певний метод, розроблений у сучасній теорії автоматичного керування. табл. 3 містить перелік цих методів.

Висновки і рекомендації

Ефективне керування технологічними процесами виробництва однорідної продукції в різних галузях промисловості: в металургії, хімічній, нафтохімічній промисловості, у виробництві будівельних матеріалів тощо, на базі сучасних засобів комп'ютерної техніки потребує математичного опису залежності між певним числом вхідних і вихідних змінних, у формі відносно простих, але достатньо повних математичних моделей керованих процесів у дискретному часі. Системний аналіз показав, що для доволі широких класів механічних, гідромеханічних, теплових та масообмінних процесів існує можливість побудови типових уніфікованих моделей, зручних для використання при комп'ютерному керуванні такими процесами. При цьому слід враховувати той факт, що матриці коефіцієнтів підсилення в рівняннях, які описують такі моделі, можуть виявитися поганообумовленими

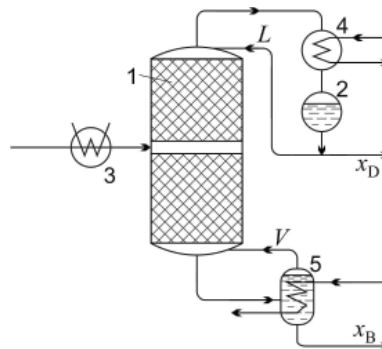


Рис. 9. Принципіальна схема процесу ректифікації

або навіть виродженими. Для забезпечення високих показників якості функціонування систем керування певними неперервними багатозв'язаними технологічними процесами за наявності повної інформації про параметри математичної моделі, порядок якої не перевищує одиниці, доцільно використовувати метод узагальненого (псевдооберненого) оператора [15, 16]. В межах цього методу вдається подолати труднощі, пов'язані з можливою виродженістю матриці коефіцієнтів підсилення в рівнянні моделі, а також побудувати алгоритм керування технологічними процесами у випадках поганої обумовленості такої матриці.

В умовах параметричної невизначеності рекомендується використовувати так звану робастну модифікацію вказаного метода, обґрунтування якої можна знайти в [18, 19].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Mort N. Multivariable Process Control Proc. IFAC Symposium on Advances in Control Education (ACE'94), Tokyo, Japan. 1994. V. 27, N. 9. P. 161–164.
2. Schuler S., Münz U., Allgöwer F. Decentralized State Feedback Control for Interconnected Process Systems. Proc. 8th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes. 2012. V. 45, N. 15. P. 1–10.
3. Основы управления технологическими процессами М.: Наука, 1978. 440 с.
4. Рей У. Методы управления технологическими процессами М.: Мир, 1983. 368 с.
5. Алиев Р.А. Промышленные инвариантные системы автоматического управления. М.: Энергия, 1971. 112 с.
6. Ли Т.Г., Адамс Г.Э., Гейнз У.М. Управление процессами с помощью вычислительных машин. Моделирование и оптимизация управления М.: Сов. радио, 1972. 312 с.
7. Пухов Г.Е., Хатиашвили Ц.С. Модели технологических процессов. М.: Техника, 1974. 223 с.
8. Липатов Л.Н. Типовые процессы химической технологии как объекты управления. М.: Химия, 1973. 320 с.

9. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. М.: Мир, 1987. 480 с.
10. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. К.: Наук. думка, 2005. 743 с.
11. Yuz J.I., Goodwin G.C. Sampled-data models for linear and nonlinear system. London: Springer-Verlag, 2014. 289 p.
12. Скурихин В.И., Житецкий Л.С. Управление тепло- и массообменными процессами с использованием настраиваемых моделей: практические примеры. УСиМ. 2002. №6. С. 77-83.
13. Соболев О.С. Многоканальное регулирование взаимосвязанных безынерционных каналов. Теория и методы построения систем многосвязного регулирования. М.: Наука, 1973. С. 293—301.
14. Skogestad S., Morari M., Doyle J. Robust control of ill-conditioned plants: high purity distillation. IEEE Trans. Automat. Control. 1988. 33, N 12. P. 1092—1105.
15. Скурихин В.И., Житецкий Л.С., Соловчук К.Ю. Управление многосвязными объектами с вырожденными и плохо обусловленными передаточными матрицами на основе метода псевдообратного оператора. Управляющие системы и машины. 2013. №3. С. 14—20, 29.
16. Скурихин В.И., Гриценко В.И., Житецкий Л.С., Соловчук К.Ю. Метод обобщенного обратного оператора в задаче оптимального управления линейными многосвязными статическими объектами. Доповіди НАН України. 2014. №8. С. 57—66.
17. Соловчук К.Ю. Управление в многосвязных системах с плохо обусловленной передаточной матрицей объекта. Математические машины и системы. 2013. №2. С. 35—45.
18. Zhitetskii L.S., Skurikhin V.I., Solovchuk K.Y. Stabilization of a nonlinear multivariable discrete-time time-invariant plant with uncertainty on a linear pseudoinverse model. J. of Computer and Systems Sciences International. 2017. № 5. P. 12—26.
19. Zhitetskii L.S., Solovchuk K.Y. Pseudoinversion in the problems of robust stabilizing multivariable discrete-time control systems of linear and nonlinear static objects under bounded disturbances. J. of Automation and Information Sciences. 2017. № 3. P. 57—70

Поступила 04.12.2018

REFERENCES

1. Mort, N., 1994. "Multivariable Process Control". Proc. IFAC Symposium on Advances in Control Education (ACE'94), Tokyo, Japan, v. 27, n. 9, p. 161—164.
2. Schuler, S., Münz, U., Allgöwer, F., 2012. "Decentralized State Feedback Control for Interconnected Process Systems" Proc. 8th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes, v. 45, n. 15, p. 1—10.
3. Foundation of process control. Rajbman, N.S. ed., 1978. M.: Nauka, 440 p. (In Russian).
4. Ray, W.H., 1981. Advanced process control. NY: McGraw-Hill, 376 p.
5. Aliyev, R.A., 1971. Industrial invariant automatic control systems. Moscow: Energiya, 112 p.
6. Lee, T., Adams, G., Gaines, W., 1968. Computer Process Control: Modeling and Optimization. NY: Wiley, 312 p.
7. Pukhov, G.Ye., Khatiashvili, Ts.S., 1973. Models for process control. Moscow: Tekhnika, 223 p. (In Russian).
8. Lipatov, L.N., 1973. Typical chemical processes as plants. Moscow: Khimiya, 320 p. (In Russian).
9. Aström, K. J., Wittenmark, B., 2014. Adaptive Control: 2nd Edition. NY: Dover Publications, 480 p.
10. Zgurovsky, M.Z., Pankratova, N.D., 2005. System analysis: problems, methodology, applications. Kiev: Naukova dumka, 743 p. (In Russian).
11. Yuz, J.I., Goodwin, G.C., 2014. Sampled-data models for linear and nonlinear system. London: Springer-Verlag, 289 p.
12. Skurikhin, V.I., Zhiteckii, L.S., 2002. "Control of heat and mass transfer processes using custom models: practical examples". Upravlausie sistemy i masiny, 6, p. 77—83.
13. Sobolev, O.S., 1973. "Multivariable regulation of interconnected memoryless plants". Theory and methods for designing interconnected regulation systems. Moscow: Nauka, p. 293—301.
14. Skogestad, S., Morari, M., Doyle, J., 1988. "Robust control of ill-conditioned plants: high purity distillation". IEEE Trans. Automat. Contro, v. 33, n. 12, p. 1092—1105.
15. Skurikhin, V.I., Zhiteckii, L.S., Solovchuk, K.Yu., 2013. "Control of interconnected plants with singular and ill-conditioned transfer matrices based on pseudo-inverse operator method". Upravlausie sistemy i masiny, 3, p. 14—20, 29.
16. Skurikhin, V.I., Gritsenko, V.I., Zhiteckii, L.S., Solovchuk, K.Yu., 2014. "Generalized inverse operator method in the problem of optimal controlling linear interconnected static plants". Dopovidi NAN Ukrainy, 8, p. 57—66.
17. Solovchuk, K.Yu., 2013. "Control of interconnected systems with ill-conditioned gain matrices". Mathematical machines and systems, 2, p. 35—45.

18. Zhitetskii, L.S., Skurikhin, V.I., Solovchuk, K.Y., 2017. "Stabilization of a nonlinear multivariable discrete-time time-invariant plant with uncertainty on a linear pseudoinverse model". Journal of Computer and Systems Sciences International, 5, p. 12–26
19. Zhitetskii, L.S., Solovchuk, K.Y., 2017. "Pseudoinversion in the problems of robust stabilizing multivariable discrete-time control systems of linear and nonlinear static objects under bounded disturbances". Journal of Automation and Information Sciences, 3, p. 57–70

Received 04.12.2018

К.Ю. Соловчук, аспирантка,

Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем
НАН Украины и МОН Украины, просп. Академика Глушкова, 40, Киев 03187, Украина
E-mail: solovchuk_ok@ukr.net

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТИПОВЫХ
НЕПРЕРЫВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, ОРИЕНТИРОВАННЫХ
НА КОМПЬЮТЕРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

Введение. Современный этап технического прогресса характеризуется появлением новых высокоэффективных систем автоматического управления различными технологическими процессами на основе программных и технических средств цифровых ЭВМ. Требования к показателям качества этих систем постоянно возрастают. Чтобы построить современные системы управления технологическими процессами, необходимо располагать описание соответствующего класса процессов в форме определенной математической модели.

Цель статьи — провести системный анализ существующих математических моделей различных многомерных управляемых технологических процессов, которые были найдены в литературе, и упорядочить эти модели, приведя их к унифицированному, но довольно простому виду, удобному для компьютерного управления.

Методы. Для того, чтобы дать соответствующее описание типовых процессов в математической форме, используются как фундаментальные законы сохранения массы и энергии, так и экспериментальные данные. Для представления моделей технологических процессов в дискретной форме необходимо использовать новейшие и традиционные методы.

Результаты. Представлены математические модели типовых многосвязных механических, гидромеханических, тепло- и массообменных технологических процессов. Они могут быть описаны линейными (линеаризованными) дифференциальными уравнениями, пригодными для использования в цифровых системах управления на базе средств ЭВМ после их преобразования в дискретную форму. Установлены некоторые специфические особенности, присущие определенным классам этих технологических процессов.

Заключение. Унификация математических моделей различных многомерных технологических процессов позволяет с единой точки зрения строить современное компьютерное управление этими процессами. К тому же, необходимо учитывать те факты, что матрицы коэффициентов усиления, которые появляются в уравнениях, описывающих эти модели, могут быть плохо обусловленными или даже вырожденными.

Ключевые слова: типовой технологический процесс, математическая модель, многосвязный объект, дискретное время.

Klavdiya Solovchuk, PhD Student,
International Research and Training Centre of Information Technologies and Systems
of the NAS and MES of Ukraine, Glushkov ave., 40, Kyiv, 03187, Ukraine
solovchuk_ok@ukr.net

MATHEMATICAL MODELS FOR TYPICAL CONTINUED COMPUTER-ORIENTED PROCESS CONTROL

Introduction. The modern stage of technical progress is characterized by the emergence of new highly effective automatic systems for various process control based on software and hardware of digital computers. The requirements to performance indexes of these systems increase constantly. To design modern process control, some description of the corresponding class of processes in the form of a certain mathematical model is necessary.

Purpose is to conduct the analysis of existing mathematical models for different multivariable process control found in literature and to convert these models to a unified but simple enough form to be convenient for the computer-aided control.

Methods. To give an appropriate description of the typical processes in the mathematical form, both the fundamental balances of momentum, energy and material for the process and the experimental data are employed. Novel and traditional techniques are needed for deriving of the process models in the discrete-time form.

Results. The mathematical models for typical interconnected mechanical, hydromechanical, heat and mass transfer processes are presented. They may be described by the linear (linearized) differential equations to be suitable for their implementation in digital computer-oriented process control systems after transforming to the discrete-time form. Some specific features intrinsic to certain classes of these processes are established.

Conclusion. A unification of the mathematical models for the different interconnected processes makes it possible to design the modern computer process control based on a uniform system. The facts that the gain matrices, which may appear in the equations describing their models, may be ill-conditioned or even singular, should be taken into account.

Keywords: typical process, mathematical model, interconnected plant, discrete time.