УДК 681.3.06

С.В. ЕРШОВ, Р.Н. ПОНОМАРЕНКО

МЕТОД ПАРАЛЛЕЛЬНОГО НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА ДЛЯ СИСТЕМ ТАКАГИ–СУГЕНО ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

Аннотация. Предложен метод нечеткого логического вывода для систем Такаги–Сугено высшего порядка с применением операции понижения порядка правил. Проанализирована возможность использования иерархических нечетких систем высшего порядка для уменьшения количества правил и распараллеливания нечеткого вывода. Метод реализован в интеллектуальной программной системе для ускорения вычислений в задаче оценивания инвестиционных проектов.

Ключевые слова: нечеткие системы Такаги–Сугено, порядок нечеткой системы, понижение порядка, иерархические зависимости, интеллектуальные программные системы, распараллеливание.

ВВЕДЕНИЕ

Методы нечеткой математики широко применяются при решении ряда актуальных задач: проектирования интеллектуальных и экспертных систем, основанных на знаниях [1], принятия решений в условиях неопределенности, моделирования сложных систем с учетом неполноты и размытости данных о предметной области [2, 3] и др. Создание математического и программного обеспечения для решения указанных задач требует разработки сложных систем нечеткого логического вывода, обеспечивающих высокую достоверность получаемых значений за приемлемое время. В то же время количество входных и выходных переменных в системах нечеткого вывода, называемых также нечеткими системами, существенно ограничено [3–5]. Иными словами, для нечеткой системы, преобразующей входные переменные в выходные, количество входных переменных ограничено из-за необходимого экспоненциального увеличения числа правил, которые должен разработать эксперт проблемной области [4].

Для решения данной проблемы в [6–11] предложены иерархические системы нечеткого логического вывода. Возможность распараллеливания программных систем, основанных на нечетком выводе, проанализирована в [12–15].

В отличие от некоторых других типов нечеткого вывода нечеткие системы Такаги–Сугено вырабатывают четкие числовые значения. При формировании иерархических систем нечеткого логического вывода с большим количеством блоков нечетких правил, построенных на основе нечетких систем Такаги–Сугено, не существует проблемы дефаззификации на каждом уровне иерархии, присущей иерархическим нечетким системам Мамдани [3, 5, 7]. Системы типа Такаги–Сугено высшего порядка характеризуются произвольной степенью полинома в консеквенте правил.

Основная цель данной статьи — разработка и обоснование метода нечеткого логического вывода для систем Такаги–Сугено высшего порядка, который позволяет представить такие системы как соответствующую композицию обычных систем Такаги–Сугено, используя их в качестве основных блоков при распараллеливании. Важной задачей также является обоснование способа построения иерархических нечетких систем с большим количеством входных переменных на основе зависимостей между блоками нечетких правил, позволяющего строить сложные функциональные зависимости с различной степенью влияния сочетаний входных значений на результат. Еще один акцент в работе делается на распараллеливании сложных нечетких систем в целях ускорения вычислений в интеллектуальных программных системах.

Системы нечеткого логического вывода Такаги–Сугено состоят из блоков нечетких предикатных правил *Если … Тогда* [3, 5, 7]. Каждое правило обычной системы Такаги–Сугено (нулевого порядка) содержит полиномы нулевой степени в качестве консеквента правила

$$\textit{Если } x_1 \textit{ есть } A_1^l \textit{ и } x_2 \textit{ есть } A_2^l \textit{ и } \ldots \textit{ и } x_m \textit{ есть } A_m^l \textit{ Тогда } y^l = a_0^l,$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_m$ — значения входных переменных, представленные нечеткими множествами, $A_1^l, A_2^l, \ldots, A_m^l$ — нечеткие множества в антецеденте правила l, l — номер правила, a_0^l — выходное значение для консеквента l-го правила, заданное в виде константы.

Правило Такаги–Сугено первого порядка опишем следующим образом:

$$\textit{Если } x_1 \textit{ есть } A_1^l \textit{ и } x_2 \textit{ есть } A_2^l \textit{ и } \ldots \textit{ и } x_m \textit{ есть } A_m^l$$
$$\textit{Тогда } y^l = a_0^l + a_1^l x_1 + a_2^l x_2 + \ldots + a_m^l x_m,$$

где a_0^l — константа для консеквента l-го правила, a_i^l — коэффициент i-й входной переменной в линейной комбинации l-го правила.

Общее выходное значение блока правил Такаги–Сугено рассчитывается по формуле

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{z} w^l y^l}{\sum_{l=1}^{z} w^l}, \tag{1}$$

где w^l — весовой коэффициент l-го правила.

Правило Такаги–Сугено порядка n (всего m переменных) имеет следующий вид:

$$\textit{Если } x_1 \textit{ есть } A_1^l \textit{ и } x_2 \textit{ есть } A_2^l \textit{ и } \ldots \textit{ и } x_m \textit{ есть } A_m^l$$
$$\textit{Тогда } y^l = a_0^l + \sum_{\substack{j_1+\ldots+j_m \le n \\ j_1, j_2, \ldots, j_m \ge 0}} (a^l_{x_1, x_2, \ldots, x_m}) x_1^{j_1} x_2^{j_2} \ldots x_m^{j_m},$$

где l — номер правила в блоке правил нечеткой системы Такаги–Сугено, $x_1^{j_1}, x_2^{j_2}, \ldots, x_m^{j_m}$ — значения входных переменных со степенями $j_1, j_2, \ldots, j_m$, $a^l_{x_1, x_2, \ldots, x_m}$ — коэффициенты входных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_m$, a_0^l — свободный коэффициент правила l.

В общем случае полином P переменных $x_1, x_2, \ldots, x_m$ порядка n представим в виде

$$P(x_1, x_2, \ldots, x_m) = k + x_1 P_1 + x_2 P_2 + \ldots + x_m P_m, \tag{2}$$

где $P_1, P_2, \ldots, P_m$ — полиномы степени не большей $n-1$, т.е. консеквент правила степени n можно представить как комбинацию соответственных консеквентов степени $n-1$:

$$\textit{Если } x_1 \textit{ есть } A_1^l \textit{ и } x_2 \textit{ есть } A_2^l \textit{ и } \ldots \textit{ и } x_m \textit{ есть } A_m^l$$
$$\textit{Тогда } y^l = k^l + x_1 P_1^l + x_2 P_2^l + \ldots + x_m P_m^l.$$

Теорема 1. Выходное значение нечеткой системы Такаги–Сугено порядка n можно представить, используя выходные значения систем порядка $n-1$, следующим образом:

$$y_{(n)} = y_{(0)} + x_1 y^1_{(n-1)} + x_2 y^2_{(n-1)} + \ldots + x_m y^m_{(n-1)}, \tag{3}$$

где n — порядок системы нечеткого логического вывода, m — количество переменных нечеткой системы, $y_{(0)}$ — выход системы Такаги–Сугено порядка 0, $y^i_{(n-1)}$, $i=\overline{1,m}$, — выходы системы порядка $n-1$.

Доказательство. Правило Такаги–Сугено порядка 0 представим как $y^l_0 = a^l_0 + a^l_1 + a^l_2 + \ldots + a^l_m$, т.е. в виде суммы коэффициентов по каждой входной переменной x. Например: $y^l_0 = a^l_0 = a^l_0 + 1^l_1 + 1^l_2 + \ldots + 1^l_m - m$.

Общее выходное значение системы нечетких правил Такаги–Сугено произвольного порядка зададим в виде комбинации выходов, определяемых формулой (1), для каждой переменной x_i нечеткой системы. Тогда получим следующее выражение: $y = y_0 + y_2 + y_2 + \ldots + y_m$, где m — количество переменных нечеткой системы; $y_{(0)}$ — выходное значение системы Такаги–Сугено порядка 0 (с учетом только свободных коэффициентов k по формуле (2)); $y_1, y_2, \ldots, y_m$ — выходные значения для каждой входной переменной $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Таким образом, общий выход запишем в виде

$$y(x_1, x_2, \ldots, x_{m)} = \sum_{i=0}^{m} \frac{\sum_{l=1}^{z} w^l y^l (x_i)}{\sum_{l=1}^{z} w^l}. \tag{4}$$

Исходя из (4) получаем $y_{(0)} = y_{(0)} + y^1_{(0)} + y^2_{(0)} + \ldots + y^m_{(0)}$, причем выходное значение порядка 0 вычисляется как сумма выходов по каждому коэффициенту входных значений.

Допустим, что при произвольных значениях x в нулевой степени справедливы следующие соотношения:

$$y^1 = 1(y^1) = x^0_1(y^1),$$
$$y^2 = 1(y^2) = x^0_2(y^2),$$
$$y^3 = 1(y^3) = x^0_3(y^3),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$y^m = 1(y^m) = x^0_m(y^m).$$

Тогда получим

$$y_{(0)} = y_{(0)} + x^0_1(y^1_{(0)}) + x^0_2(y^2_{(0)}) + \ldots + x^0_m(y^m_{(0)}),$$

т.е. представляем систему правил порядка 0 через выход системы нулевого порядка. При использовании входных переменных в первой степени порядок системы нечетких правил увеличивается до первого. Тогда получим выражение, правая часть которого отлична от правой части предыдущего только входными переменными, с большей на единицу степенью:

$$y_{(1)} = y_{(0)} + x^1_1(y^1_{(0)}) + x^1_2(y^2_{(0)}) + \ldots + x^1_m(y^m_{(0)}),$$

где $y^1, y^2, \ldots, y^m$ — выходные значения порядка 0, т.е. их порядок на единицу меньше порядка общего выходного значения.

Проведем следующие индексные преобразования: заменив индекс нулевого порядка эквивалентным индексом 1–1, получим

$$y_{(1)} = y_{(0)} + x^1_1(y^1_{(1-1)}) + x^1_2(y^2_{(1-1)}) + \ldots + x^1_m(y^m_{(1-1)}).$$

Если n — индекс высшего порядка (в данном случае единица), получим соотношение

$$y_{(n)} = y_{(0)} + x_1 y^1_{(n-1)} + x_2 y^2_{(n-1)} + \ldots + x_m y^m_{(n-1)}.$$

Таким образом, выходное значение системы правил порядка n выражаем через значения систем правил порядка $n-1$ в соответствии с (3).

Теорема доказана.

Представив консеквенты нечетких правил через консеквенты порядка $n-1$ (рис. 1), определение выходного значения системы правил Такаги–Сугено порядка n выразим формулой

$$y_n = y_{(0)} + \sum_{i=0}^{m} x_i \frac{\sum_{l=1}^{z} w^l y^l_{(n-1)}(x_i)}{\sum_{l=1}^{z} w^l},$$

где m — количество переменных, n — порядок системы правил, $y(x_i)$ — выходное значение от одной переменной x_i, l — номер правила, z — общее количество правил. Отметим, что множество выходных значений системы порядка $n-1$ вычисляется независимо, что означает возможность их параллельного вычисления (см. рис. 1).

В случае понижения порядка до первого представим систему нечеткого логического вывода Такаги–Сугено в виде

$$y_{(n)} = \sum_{i=0}^{m} x_p \overbrace{\left(x_p \left(\ldots x_p \left(\overbrace{\left(\frac{\sum_{l=1}^{z} w^l y^l_{(1)}}{\sum_{l=1}^{z} w^l} \right)}^{y_{(1)}} \right) \right) \right)}^{y_{(n-1)}},$$

где y^l — выходное значение правила l, $y_{(n)}$ — выход нечеткой системы n-го порядка, $y_{(1)}$ — выход нечеткой системы первого порядка, m — общее количество переменных, x_p — моном, состоящий из произведения подмножества входных переменных x, l — номер правила, z — общее количество правил.

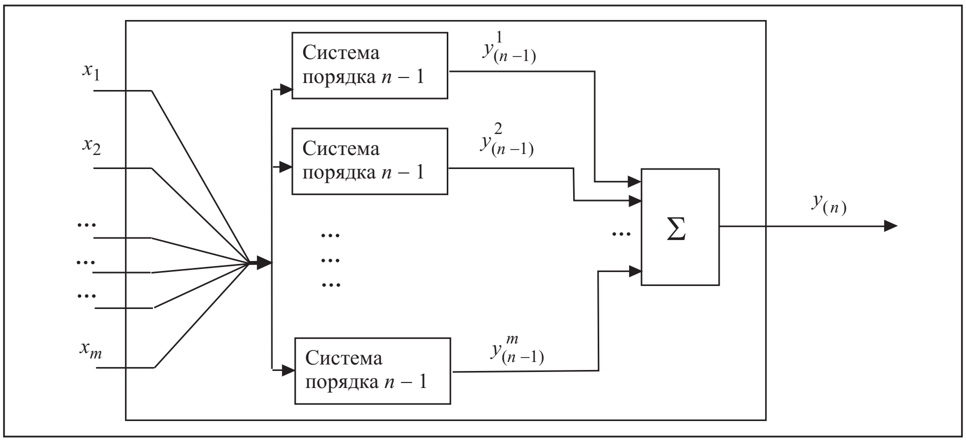

Рис. 1. Схема понижения порядка n нечеткой системы до порядка $n-1$

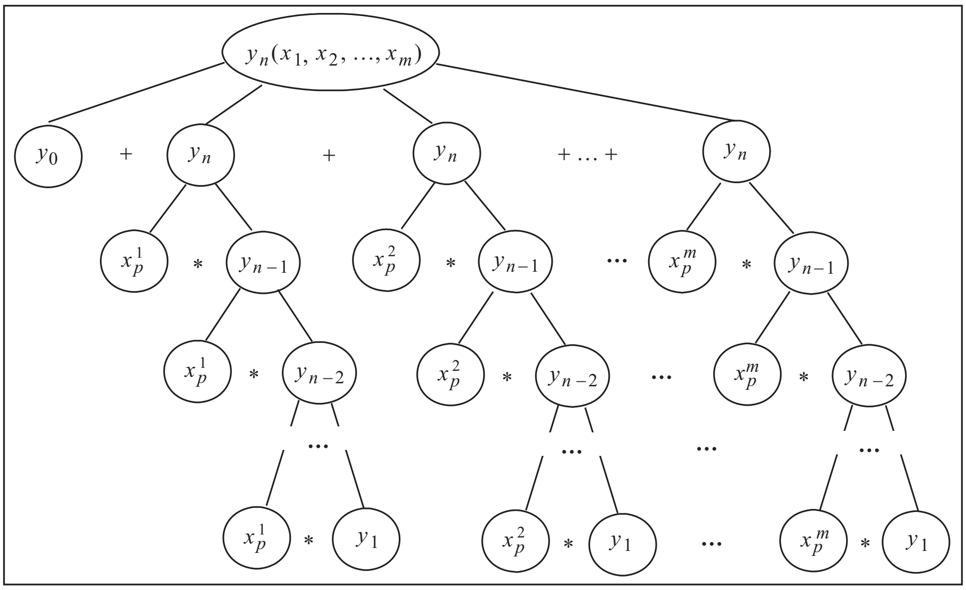

Рис. 2. Дерево вычисления консеквента нечеткого правила понижением его порядка

Консеквент порядка n, содержащий сумму всех возможных комбинаций входных переменных (без повторений), опишем формулой

$$y_{(n)}(x_1, x_2, \ldots, x_m) = y_{(0)} + \sum_{i_1=1}^{m} x_{i_1} \left(y_{(1)}(x_{i_1}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i_2=i_1}^{m} x_{i_2} \left(y_{(2)}(x_{i_1}, x_{i_2}) + \ldots + \sum_{i_n=i_{n-1}}^{m} x_{i_n} (y_{(n)}(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n})) \right) \right),$$

где $i_1, i_2, \ldots, i_n$ — индексы входных переменных, по которым вычисляется соответствующее выходное значение порядка n, m — число входных переменных. На рис. 2 показано вычисление произвольного консеквента n-го порядка понижением его порядка.

НЕЧЕТКИЙ ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

Предложен метод нечеткого логического вывода, предусматривающий декомпозицию на подсистемы на основе множества входных значений для уменьшения количества правил. Тем не менее нечеткая система рассматривается как монолитная, т.е. имеющая для всех блоков правил общую выходную функцию. Выходная функция представляет собой полином порядка n, который по формуле (3) раскладываем на полиномы (подсистемы) низшего порядка, пока не получим полиномы первого порядка. Выходная функция вычисляется один раз, т.е. она позволяет вычислять результат всей системы нечеткого логического вывода. Использование общей функции полинома дает возможность уменьшить количество выполняемых операций и вычислять консеквент отдельно от антецедентов всех блоков нечетких правил, что, в свою очередь, позволяет осуществлять распараллеливание. После проведения операции понижения порядка выходной функции до первого порядка выполняется вычисление такой функции и определяется ее выходное значение. Следующим этапом является пошаговое увеличение порядка выходной функции для получения более точного заключения системы нечеткого логического вывода. При использовании данного метода выходное значение системы нечеткого логического вывода вычисляется по формуле

$$y_{(n)}=\frac{y^0_{(0)}\sum_{q=1}^{b}\sum_{l=1}^{z}w_q^l+(x^i_{y^1,y^2,\dots,y^k})\sum_{j=1}^{k}y^j_{(i)}\sum_{l=1}^{z}w_j^l}{\sum_{q=1}^{b}\sum_{l=1}^{z}w_q^l+\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{z}w_j^l},\quad i=\overline{1,n-1},\qquad (5)$$

где k — количество систем, полученных декомпозицией выходной функции на мономы, z — количество правил, значения антецедентов которых влияют на систему, b — общее количество блоков правил, n — порядок системы нечеткого логического вывода. В соответствии с (5) на выходное значение $y_{(0)}$ системы порядка 0 оказывает влияние все множество правил каждого блока системы, поскольку без использования входных аргументов система $y_{(0)}$ выполняется для каждого правила независимо от множества его входных значений.

Отметим одну из важных особенностей предложенного метода. Рассмотрим подвыражение (5) $(x^i_{y^1,y^2,\dots,y^k})\sum_{j=1}^{k}y^j_{(i)}\sum_{l=1}^{z}w_j^l$, $i=\overline{1,n-1}$, содержащее сумму предусловий $\sum_{l=1}^{z}w_j^l$. Здесь для каждой входной переменной системы нечеткого логического вывода составляется сумма из предусловий всех правил, в которых используется переменная. Для каждого отдельного монома $y^j_{(n)}=A_{y^j}x^1_{y^j}x^1_{y^j},\dots,x^n_{y^j}$ вычисляется сумма $\sum_{l=1}^{z}w_j^l$, минимальная среди всех, т.е. $\min\limits_{x^1_{y^j}x^1_{y^j},\dots,x^n_{y^j}}\left(\sum_{l=1}^{z}w_j^l\right)$. Таким образом, используя ограниченное число блоков правил, в функции заключения можно сочетать переменные из разных блоков, применяя операцию min (max) как конъюнкцию. Это дает возможность гибкой настройки данной функции и одновременно минимизирует число правил с использованием декомпозиции на отдельные блоки правил по множеству входных переменных.

Оценим ускорение разработанного метода нечеткого логического вывода для систем Такаги–Сугено высшего порядка, которое определяется как отношение количества операций при строго последовательном выполнении вычислений к количеству последовательных итераций при параллельных вычислениях в соответствии с соотношением [16]

$$S_p=T_1/T_p,$$

где S_p — ускорение параллельного выполнения вычислений, T_1 — общее количество операций при строго последовательном вычислении, T_p — количество итераций при параллельном вычислении, p — количество процессоров. Опишем основные составляющие формулы (5). Нахождение выходных значений систем (мономов) первого порядка: $\sum_{j=1}^{k}y^j_{(1)}$ — при последовательном вычислении имеем k операций умножения, при параллельном вычислении множество выходных значений можно рассчитать за одну параллельную итерацию. При последовательном вычислении $\sum_{q=1}^{b}\sum_{l=1}^{z}w_q^l+\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{z}w_j^l$ количество операций суммирования равно $b*z+k*z-1$, при параллельном вычислении каскадным методом [16] количество последовательных итераций равно $\log_2(z(b+k))$. Операции повышения порядка выходной функции до n имеют вид $(x^i_{y^1, y^2, \ldots, y^k})\sum_{j=1}^{k} y^j_{(i)}$, $i=\overline{1, n-1}$.

При последовательном вычислении количество операций умножения составляет $k(n-1)$, при параллельном — выполнение возможно за одну итерацию. Операция произведения выходных значений порядка n на сумму подусловий имеет вид $\sum_{j=1}^{k} y^j_{(n)} \sum_{l=1}^{z} w^l_j$. Последовательный вариант требует k операций, параллельный — проводится за одну последовательную итерацию. Выполнение операций вычисления суммы подсистем порядка n представим следующим образом: $y^0_{(0)} + \sum_{j=1}^{k} y^j_{(n)}$. Здесь последовательный вариант вычисляется за k операций, параллельный — за $\log_2(k+1)$ операций. Окончательная операция деления эквивалентна для последовательного и параллельного выполнения и осуществляется за одну итерацию.

Таким образом, для предложенного метода нечеткого логического вывода ускорение определяется по формуле

$$S_p = \frac{b * z + k(n+z+2)}{\log_2(z(b+k)) + \log_2(k+1) + 3}. \qquad (6)$$

Максимальное необходимое количество процессоров равно $p = \frac{z(b+k)}{2}$.

РАЗРАБОТКА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

С использованием предложенного метода нечеткого логического вывода разработана и построена интеллектуальная программная система оценки инвестиционной привлекательности проектов и стартапов [12] на основе параллельных вычислений для графических ускорителей Nvidia. Под инвестиционной привлекательностью имеется в виду целесообразность инвестирования проектов в целях получения наибольшей прибыли с наименьшими рисками [17]. Множество входных значений $X = (x_1, x_2, \ldots, x_{16})$ включает следующие качественные показатели инвестиционного проекта (стартапа), задаваемые лингвистическими термами нечетких множеств:

x_1 — устойчивость проектных решений;
x_2 — качество менеджмента проекта;
x_3 — количество потенциальных инвесторов;
x_4 — возможность выведения средств;
x_5 — технические риски;
x_6 — стартовый капитал;
x_7 — дальнейшее собственное финансирование проекта;
x_8 — образование руководителя;
x_9 — опыт работы руководителя в аналогичных проектах;
x_{10} — готовность команды работать полный рабочий день;
x_{11} — качество коллективной работы;
x_{12} — масштаб инноваций;
x_{13} — тип инноваций;
x_{14} — степень разработки проекта;
x_{15} — приоритет рынка;
x_{16} — размер рынка.

Как показано на рис. 3, предложенный метод нечеткого логического вывода предусматривает иерархическую декомпозицию интеллектуальной нечеткой системы на отдельные блоки правил. В данном случае декомпозиция используется для промежуточного разбиения структурных элементов. Только первый (входной) ярус представляется в виде блоков нечетких правил (6–12), а промежуточные элементы являются абстрактными. На рис. 3 окружностями обозначены промежуточные элементы декомпозиции, квадратами — блоки нечетких правил, а ромбом — заключение (результат нечеткого вывода) всей нечеткой системы, определяемое вычислением общего консеквента порядка n в соответствии с (5), где $x_1, x_2, \ldots, x_{16}$ — множество входных значений системы.

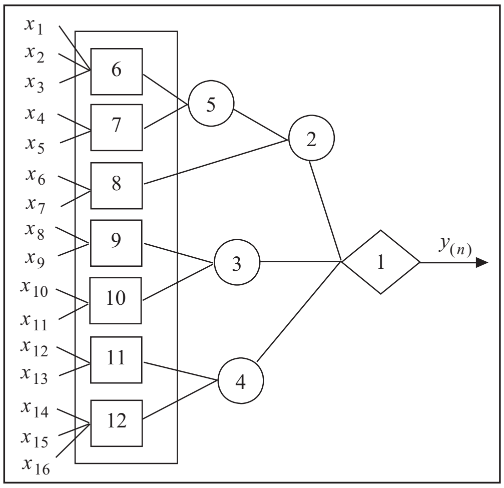

Рис. 3. Схема иерархической декомпозиции на отдельные блоки правил для интеллектуальной нечеткой системы

Опишем структурные блоки интеллектуальной нечеткой системы оценки привлекательности проектов (см. рис. 3): 1 — общая оценка инвестиционной привлекательности проекта; 2 — финансирование проекта; 3 — рабочий коллектив проекта; 4 — показатели проекта; 5 — качественные показатели инвестирования; 6 — качество управления проектом; 7 — риски инвестирования; 8 — возможность собственного финансирования; 9 — уровень руководителя проекта; 10 — качественные показатели работы сотрудников; 11 — качественные показатели возможного рынка для проекта; 12 — проектные инновации. На рис. 3 также показано объединение всего множества входных переменных и использование этого объединения отдельными блоками правил (6–12).

Нечеткий логический вывод программной системы оценки инвестиционной привлекательности проектов разделен на два этапа. Первый этап — параллельное вычисление антецедентов блоков нечетких правил с использованием внутреннего параллелизма [12, 13], второй — определение оценки привлекательности проекта в соответствии с (5), которая также вычисляется параллельно. Приведем пример общей функции третьего порядка для такой оценки:

$$y = A_1 x_1^2 + A_2 x_1 x_2 x_{12} + A_3 x_8^3 + A_4 x_5^2 x_7 + A_5 x_7 x_{10}^2 +$$
$$+ A_6 x_8 x_9 + A_7 x_{11}^3 + A_8 x_{12}^2 + A_9 x_{14} + \ldots + A_0 .$$

Данный подход, при котором возникает необходимость вычисления только первого яруса нечетких правил, имеет несколько принципиальных преимуществ: его проще реализовать на разных платформах параллельного выполнения и, что важно, он позволяет максимально использовать свойство параллелизма при активации блоков нечетких правил, без последовательного выполнения параллельно вычисляемых ярусов. Отметим, что все вычисления данной программной системы выполняются с использованием графического ускорителя NVidia Pascal GeForce GTX 1050Ti [18, 19].

Определим ускорение интеллектуальной системы оценки инвестиционной привлекательности проектов на основе формулы (6) и теоремы из работы [15], согласно которой суммарное ускорение алгоритма нечеткого вывода, реализующего внутренний параллелизм, вычисляется таким образом:

$$S_P^{\text{sum}} = s_{p_1}^1 * s_{p_2}^2 * \ldots * s_{p_n}^n = \prod_{i=1}^{n} s_{p_i}^i , \qquad (7)$$

где $P=\{p_i\}$, $i=\overline{1,n}$, — количество процессоров, выделенных на каждом уровне внутреннего параллелизма.

Поскольку вычисления разделены на два этапа (активация правил и вычисление заключения), найдем оценки для каждого из них.

На этапе активация блоков правил в качестве операции обозначим блок операций вычисления антецедента одного правила. По закону Амдала [16] максимальное ускорение вычислений при условии использования p процессоров имеет вид

$$S_p=\frac{1}{\alpha+\dfrac{1-\alpha}{p}}\le\frac{1}{\alpha}, \tag{8}$$

где α — часть вычислений, которые должны быть выполнены строго последовательно. Тогда по формуле (8) определяем максимальное ускорение для множества блоков правил $s_{p_1}^{\text{blocks}}$ и множества правил одного блока $s_{p_2}^{\text{rules}}$, применяя (7) для оценки общего ускорения. Поскольку в данном случае не предполагаются операции, которые необходимо выполнить строго последовательно, т.е. активация правил во всех блоках выполняется параллельно, вычисление ускорения определим как $S_p=1/\alpha$. Получим следующие показатели ускорения: $S_P^{\text{sum}}=s_{p_1}^{\text{blocks}}*s_{p_2}^{\text{rules}}=\dfrac{1}{1/M}*\dfrac{1}{1/N}=M*N$, где M — количество блоков нечетких правил, N — среднее количество правил в блоке. Максимальное количество необходимых процессоров также равно $M*N$.

Определим ускорение для вычисления выходного значения нечеткой системы при следующих условиях: количество блоков правил $b=7$, среднее количество правил в каждом блоке $z=15$, количество мономов, из которых состоит полином выходной функции консеквента, $k=1578$, порядок нечеткой системы $n=3$. Такая оценка ускорения вычисляется следующим образом:

$$S_p=\frac{b*z+k(n+z+2)}{\log_2(z(b+k))+\log_2(k+1)+4}=\frac{7*15+1578(3+15+2)}{\log_2(23775)+\log_2(1579)+4}=\frac{31665}{30}\approx 1055.$$

На рис. 4 приведены сравнительные показатели оценок ускорения: полученной предложенным способом и определенной на основе измерения времени выполнения нечеткой системы на графическом ускорителе. Как видно на рисунке, ускорение, полученное на графическом ускорителе, превышает теоретическую оценку. Эта ситуация имеет ту же причину, что и при суперлинейном ускорении [16]. В данном случае таким фактором является эффективное применение разделяемой памяти графического процессора, которая по быстроте использования близка к регистровой, однако по объему заметно ее превышает. За счет применения описанного метода нечеткого логического вывода интеллектуальная система оценивания инвестиционной привлекательности выполняет вычисления примерно в два раза быстрее, чем аналогичная система на основе иерархических зависимостей между блоками нечетких правил, предложенная в [12, 13].

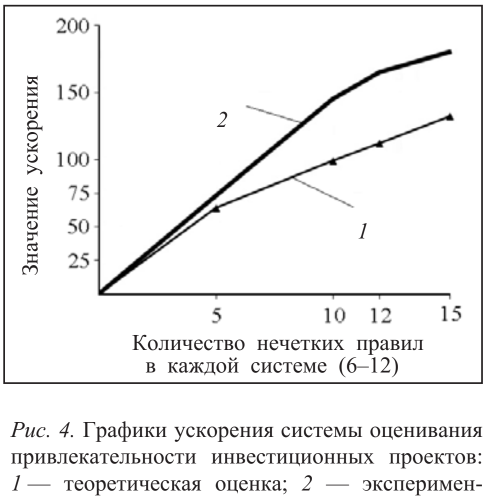

Рис. 4. Графики ускорения системы оценивания привлекательности инвестиционных проектов: *1* — теоретическая оценка; *2* — экспериментальная оценка

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системы нечеткого логического вывода высшего порядка позволяют разрабатывать интеллектуальные программные системы, основанные на более сложных зависимостях, представляемых блоками нечетких правил, чем обычные системы Такаги–Сугено. Предложен и обоснован метод нечеткого логического вывода для систем Такаги–Сугено высшего порядка с использованием операции понижения порядка правил. С учетом иерархии блоков нечетких правил данный метод позволяет уменьшить зависимость количества правил от количества входных переменных, а также повысить степень параллелизма при выводе в иерархических нечетких системах. На основе приведенного метода разработана интеллектуальная программная система для ускорения нечеткого логического вывода в задаче оценивания инвестиционных проектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парасюк И.Н., Ершов С.В. Теоретико-категорная формализация при проектировании нечетких интеллектуальных систем. *Кибернетика и системный анализ*. 2009. № 6. С. 149–154.
2. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences.* 1975. Vol. 8, N 8. P. 199–249.
3. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. Москва: Горячая линия-Телеком 2007. 288 с.
4. Wang D., Zeng X., Keane J. A. A survay of hierarchical fuzzy systems. *International Journal of Computational Cognition*. 2006. Vol. 4, N 1. P. 18–29.
5. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ, 2005. 736 с.
6. Парасюк И.Н., Ершов С.В. Мультиагентные модели на основе нечеткой логики высшего типа для высокопроизводительной среды. *Проблеми програмування*. 2012. № 2-3. С. 260–269.
7. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. Москва: Горячая линия-Телеком, 2004. 452 с.
8. Torra V.A. Review of the construction of hierarchical fuzzy systems. *Int. J. Intell. Syst.* 2002. Vol. 17, Iss. 5. P. 531–543.
9. Yager R.R. On the construction of hierarchical fuzzy systems models. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part C (Applications and Reviews).* 1998. Vol. 28, Iss. 1. P. 55–66.
10. Cordon O., Herrera F., Zwir I. Linguistic modeling by hierarchical systems of linguistic rules. *IEEE Trans. Fuzzy Syst*. 2002. Vol. 10, Iss. 1. P. 2–20.
11. Raju G.V.S., Zhou J., Kisner R.A. Hierarchical fuzzy control. *Int. J. Control.* 1991. Vol. 54, Iss. 5. P. 1201–1216.
12. Єршов С.В., Пономаренко Р.М. Метод побудови паралельних систем нечіткого логічного виведення на основі графічних прискорювачів. *Проблеми програмування.* 2017. № 4. С. 3–15.
13. Yershov S., Ponomarenko R. Methods of parallel computing for multilevel fuzzy Takagi–Sugeno systems. *CEUR Workshop Proceedings. International Conference of Programming (UkrPROG'2016)* (Kyiv, 2016). P. 141–149. URL: http://ceur-ws.org/Vol-1631/141-149.pdf.
14. Єршов С.В., Пономаренко Р.М. Ярусно-паралельна модель обчислень для логічного виведення у нечітких багаторівневих системах. *Комп'ютерна математика.* 2016. № 1. С. 28–36.
15. Пономаренко Р.М. Моделі паралельних ієрархічних систем для нечіткого логічного виведення. *Комп'ютерна математика.* 2017. № 2. С. 37–45.
16. Воеводин В.В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 608 с.
17. Киселева Е.М., Притоманова О.М., Журавель С.В. Оценка инвестиционной привлекательности стартапов на основе нейронечетких технологий. *Проблемы управления и информатики*. 2016. № 5. С. 123–143.
18. Параллельные вычисления CUDA. 2018. URL: http://www.nvidia.com.ua/object/cuda-parallel-computing-ru.html.

19. Дорошенко А.Ю., Бекетов О.Г. Метод паралелізації циклів сіткових обчислювальних задач для графічних прискорювачів. *Проблеми програмування*. 2017. № 1. С. 59–66.

Надійшла до редакції 06.07.2018

С.В. Єршов, Р.М. Пономаренко

МЕТОД ПАРАЛЕЛЬНОГО НЕЧІТКОГО ВИВЕДЕННЯ ДЛЯ СИСТЕМ ТАКАГІ–СУГЕНО ВИЩОГО ПОРЯДКУ

Анотація. Запропоновано метод нечіткого логічного виведення для систем Такагі–Сугено вищого порядку з використанням операції зниження порядку правил. Проаналізовано можливість застосування ієрархічних нечітких систем вищого порядку для зменшення кількості правил і розпаралелювання нечіткого виведення. Метод реалізовано в інтелектуальній програмній системі для прискорення обчислень в задачі оцінювання інвестиційних проектів.

Ключові слова: нечіткі системи Такагі–Сугено, порядок нечіткої системи, зниження порядку, ієрархічні залежності, інтелектуальні програмні системи, розпаралелювання.

S.V. Yershov, R.M. Ponomarenko

PARALLEL FUZZY INFERENCE METHOD FOR HIGHER-ORDER TAKAGI–SUGENO SYSTEMS

Abstract. A method of fuzzy inference for higher-order Takagi–Sugeno systems using the operation of decreasing the order of rules is proposed. It is shown that higher-order hierarchical fuzzy systems can be used to reduce the number of rules and parallelize fuzzy inference. The method is implemented in an intelligent software system to speedup computing in the problem of evaluating investment projects.

Keywords: Takagi–Sugeno fuzzy systems, fuzzy system order, order reduction, hierarchical dependencies, intelligent software systems, parallelization.

Ершов Сергей Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, ученый секретарь Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: sershv@ukr.net.

Пономаренко Роман Николаевич,
аспирант Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев,
e-mail: ponomarenko_roman@ukr.net.