

**БАГАТОКРИТЕРІЙНЕ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ
ВИКОРИСТАННЯ МНОЖИНИ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МЕТОДІВ**

Анотація. Наведено підхід до багатокритерійного прийняття рішень під час досліджень складних систем, який ґрунтується на використанні результатів, отриманих застосуванням множини методів (як ранжування, так і формування ядра), що забезпечує збільшення ступеню обґрунтованості отримуваних результатів за рахунок підвищення повноти порівняння альтернатив.

Ключові слова: альтернатива, багатокритерійне прийняття рішень, багатокритерійний метод, повнота порівняння, пріоритетний ряд, складна система, ядро альтернатив.

ВСТУП

Нині під час проведення досліджень складних систем досить широко використовуються багатокритерійні методи прийняття рішень, які ґрунтуються на порівнянні альтернатив.

Зазвичай типова схема багатокритерійного прийняття рішення має такий вигляд: визначення вихідних даних → формування варіантів (альтернатив) → визначення для кожного варіанта значень усіх показників, за якими оцінюється досліджувана система → вилучення варіантів, для яких порушуються критерійні обмеження (якщо такі є) → вилучення парето-неоптимальних варіантів (якщо такі є) → порівняння за обраним багатокритерійним методом тих варіантів, що залишилися → вибір найкращого варіанта відповідно до методу, що застосовується (або ранжування альтернатив тощо, залежно від типу задачі, яка розв'язується).

Водночас, згідно з [1], спостерігається тенденція до комплексного використання багатокритерійних методів, а також розроблення нових, які поєднують у собі особливості кількох методів, що раніше застосовувалися окремо. Цю тенденцію реалізовано, наприклад, у методах WASPAS [2] та MOORA [3].

Проте у разі застосування кількох багатокритерійних методів виникає проблема, пов'язана з порівнянням результатів, отриманих різними методами для однієї задачі прийняття рішення. Досить наочно це показано в [4] на прикладі порівняння результатів, отриманих для однієї задачі шістьма методами. При цьому під час порівняння 11 варіантів альтернатива, яка за методом PROMETHEE II посідала перше місце, за методом ELECTRE II опинилась на третьому, а за методом MAI — на п'ятому місці.

У роботі [5] для оцінювання узгодженості результатів, отриманих двома багатокритерійними методами, рекомендується скористатись коефіцієнтом кореляції, а в [6] додатково пропонуються два підходи: оцінити кореляцію за коефіцієнтом конкордації Кандела або оцінити узгодженість трьох перших (найкращих) членів рядів альтернатив, впорядкованих відповідно до результатів, отриманих різними методами. При цьому зрозуміло, що найкраща узгодженість результатів має місце тоді, коли в усіх рядах три перші альтернативи є однаковими та їхні ранги в усіх рядах також однакові.

Застосування зазначених рекомендацій дає змогу констатувати факт збіжності (або розбіжності) результатів, отриманих різними методами, однак рекомендації щодо способу вибору найкращої альтернативи в разі їхньої розбіжності в спеціальній літературі практично відсутні.

Таким чином, можна зробити висновок, що в межах типової схеми багатокритерійного прийняття рішення не вдається з'ясувати, що потрібно робити тоді, коли результати, отримані різними методами, не збігаються.

З огляду на викладене вище було поставлено завдання розробити підхід до багатокритерійного прийняття рішення на основі використання множини оптимізаційних методів, який забезпечить узагальнення результатів, отриманих всіма використаними методами.

ПІДХІД ДО БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ

Вихідні дані для розроблення зазначеного підходу є такими: сукупність m показників, за якими оцінюється розглядана система, та значення коефіцієнтів їхньої відносної важливості w_j ($j=1, \dots, m$); критерійні обмеження на діапазоні змінювання значень показників; множина з n альтернатив ($i=1, \dots, n$), кожна з яких характеризується значеннями кожного показника (E_{ij} — значення i -го показника для j -ї альтернативи).

Завданнями підходу є формування ядра, яке буде містити або одну найкращу альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив (якщо одну найкращу визначити неможливо), а також здійснення ранжування альтернатив.

Запропонований підхід передбачає проведення розрахунків у декілька етапів.

Перший етап. Здійснюється перевірка для кожної альтернативи відповідності критерійним обмеженням значень усіх показників, які її характеризують. Альтернативи, для яких значення хоча б одного з показників цим обмеженням не відповідають, з подальшого розгляду виключаються.

Другий етап. Здійснюється формування парето-оптимальної множини альтернатив шляхом їх парного порівняння. Альтернативи, які не є парето-оптимальними, з подальшого розгляду виключаються.

Ці етапи є традиційними. Після їх здійснення вихідна множина альтернатив може зменшитись за рахунок виключення з неї тих альтернатив, які є безперспективними для подальшого аналізу.

Третій етап. Визначається перелік методів, з використанням яких буде здійснюватись порівняння альтернатив.

Цей етап можна реалізувати у двох варіантах, залежно від можливості проведення консультацій з особою, яка приймає рішення (ОПР).

У першому варіанті перелік методів багатокритерійної оптимізації, що використовуються надалі, визначається за результатами консультацій з ОПР.

У другому варіанті, коли можливість консультацій з ОПР відсутня, мають бути використані всі відомі (доступні) методи.

Потребу в такій реалізації варіанта вибору методів багатокритерійної оптимізації можна пояснити, виходячи з ідеї, покладеної в основу методів розв'язання задач в умовах ризику, коли розглядається гра між активною (гравець) та пасивною (природа) сторонами.

У межах розгляданого підходу спеціаліст з багатокритерійної оптимізації виступає в ролі активної сторони, а ОПР — пасивної.

Варіант проведення консультацій з ОПР відповідає випадку, коли кількість та перелік стратегій пасивної сторони є чітко визначеними. У разі, коли проведення консультацій з ОПР є неможливим, активна сторона змушена розглядати весь спектр стратегій природи, кожна з яких відповідає одному методу багатокритерійної оптимізації.

Власне, за такого підходу пасивну сторону можна вважати певною гіпотетичною ОПР, яка може забезпечити потрібну повноту порівняння альтернатив за

рахунок використання визначеної нею множини методів. Це дає змогу визначити всі можливі варіанти прийняття рішення. Своєю чергою, ОПР, на яку покладено повноваження щодо вибору найкращої альтернативи стосовно розгляданої системи, з усієї множини можливих варіантів, визначених гіпотетичною ОПР, повинна буде обрати той, який (на її думку) найбільше відповідає особливостям конкретної ситуації.

Розглянемо гіпотетичну ситуацію, коли потрібно порівняти дві альтернативи (A та B), які характеризуються двома показниками (x та y), що повинні сягати максимуму, та вираженими, наприклад, функціями корисності. На рис. 1 зображено координати точок, які характеризують альтернативи (A та B), а також типові точки, відносно яких вони можуть бути порівнянними. Наприклад, принцип Парето та метод ELECTRE I передбачають порівняння альтернатив одна відносно одної (A відносно B та навпаки).

Крім цього, з рис. 1 видно, що альтернативи можуть бути порівнянними: з абсолютним найкращим еталоном $P_1(1,1)$; з відносним найкращим еталоном $P_2(x_B, y_A)$, сформованим найкращими значеннями наявних альтернатив; з абсолютним найгіршим еталоном $P_4(0,0)$; з відносним найгіршим еталоном $P_3(x_A, y_B)$; з двома еталомами $P_2(x_B, y_A)$ та $P_3(x_A, y_B)$.

Формально можна запропонувати й інші підходи до визначення еталонів, з якими буде здійснюватись порівняння альтернатив.

Таким чином, перелік використовуваних методів прийняття рішення має бути достатньо представницьким, щоб забезпечити повноту порівняння альтернатив для виявлення особливостей їх відмінностей.

Четвертий етап. Здійснюється розв'язання низки оптимізаційних задач відповідно до визначеного переліку методів, при цьому його результатом для кожного методу є: для методів ранжування — ранги альтернатив; для методів формування ядра — склад ядер.

П'ятий етап. Виконується узагальнення результатів, отриманих за методами ранжування альтернатив, з використанням підходів, покладених в основу формування даних для розв'язання задач в умовах ризику, та принципу Парето. Для цього формується платіжна матриця, в якій альтернативи розглядають як стратегії активної сторони, а методи — як стратегії пасивної сторони (ОПР), при цьому платіжна матриця буде містити ранги альтернатив.

До отриманої матриці можна застосувати принцип Парето, саме це здійснюється на цьому етапі. При цьому вважається, що альтернатива з меншим рангом є кращою. Результатом цього етапу є ядро парето-оптимальних альтернатив, які характеризуються найкращими рангами.

Шостий етап. Здійснюється об'єднання всіх отриманих ядер: тих, що були отримані за методами формування ядра (на четвертому етапі), з тим, що було сформоване за парето-оптимізацією платіжної матриці. Якщо до підсумкового ядра увійдуть декілька альтернатив, це буде свідчити про їхню непорівнянність за критеріями переваги, використовуваними в застосованих методах.

Сьомий етап. Виконується ранжування альтернатив. Для цього вихідну платіжну матрицю (тобто матрицю до парето-оптимізації) розширюють за рахунок включення до неї стратегій, які відповідають методам формування ядра.

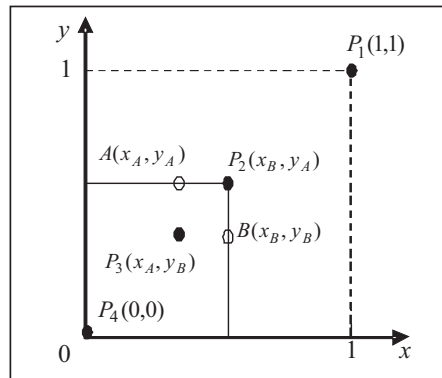


Рис. 1. Розташування типових точок, відносно яких можуть бути порівняні альтернативи

Внаслідок того, що альтернативи в ядрі є непорівнянними, всім альтернативам, які потрапили до ядра за відповідним методом, присвоюється ранг одиниця. Інші елементи заповнюються значенням нуль.

Для ранжування альтернатив використовується їх осереднений ранг за всіма використаними методами, який розраховується за формулою

$$r_{ci} = \frac{\sum_{j=1}^{N_p+N_j} r_j}{\sum_{\substack{j=1 \\ r_j \neq 0}}^{N_p+N_j} 1}, \quad i=1, \dots, n,$$

де N_p , N_j — кількість використаних методів ранжування та методів формування ядра відповідно; n — загальна кількість порівнюваних альтернатив; r_j — ранг альтернативи, отриманий за j -м методом, тобто усереднення буде проводитись лише за тими методами, для яких ранг альтернативи не має нульового значення.

Восьмий етап. Для усереднених рангів альтернатив здійснюється процедура кластеризації, яка дасть змогу виявити практично нерозрізненні альтернативи та виключить ситуації, у яких перевага одній альтернативі порівняно з іншою надається необґрунтовано.

Дев'ятий етап. За кластеризованими рангами будується пріоритетний ряд альтернатив, у якому меншому значенню рангу буде відповідати краща альтернатива.

Десятий етап (останній). Здійснюється формування рекомендацій для ОПР з докладним описом відмінностей між альтернативами, виявленими в результаті застосування формальних методів. Цей етап є суто творчим і передбачає узагальнений аналіз відмінностей між альтернативами з урахуванням результатів усіх проведених розрахунків.

Якщо метою досліджень був пошук альтернатив, які доцільно подати на розгляд ОПР, тоді розглядаються лише альтернативи, що належать до ядра, сформованого на шостому етапі. При цьому в рекомендаціях ОПР основна увага приділятиметься їхнім окремим особливостям, які визначили їхнє місце в пріоритетному ряді, сформованому на дев'ятому етапі.

У разі, якщо метою досліджень було ранжування альтернатив, тоді на розгляд ОПР подається пріоритетний ряд альтернатив, а в рекомендаціях увага зосереджується на тих альтернативах, які потрапили до ядра, сформованого на шостому етапі.

ПРИКЛАД ВИКОРИСТАННЯ ЗАПРОПОНОВАНОГО ПІДХОДУ

Можливість практичного використання запропонованого підходу покажемо на вихідних даних прикладу з [7], у якому за відомими характеристиками $n=10$ варіантів деякої системи необхідно обрати її раціональний варіант. Характеристики варіантів наведено в табл. 1, з якої видно, що кожний варіант оцінюється за $m=6$ показниками (E_1-E_6), з яких E_1-E_3 потребують максимізації, а решта — мінімізації. При цьому вважається, що всі показники мають однакову важливість.

Додатково зазначимо, що в [7] підходи до визначення кращого варіанту проілюстровано з використанням двох методів (таксономії [8] та адитивної згортки), які за результатами ранжування показали суперечливі результати стосовно

Таблиця 1. Значення показників, за якими оцінюються варіанти системи [7], та результати ранжування варіантів

Варіант, <i>i</i>	Значення показників						Ранги варіантів за	
	$E_{i1} \uparrow$	$E_{i2} \uparrow$	$E_{i3} \uparrow$	$E_{i4} \downarrow$	$E_{i5} \downarrow$	$E_{i6} \downarrow$	таксономією	адитивною згорткою
1	0,852	0,903	0,724	0,085	0,216	0,102	3	5
2	0,741	0,935	0,827	0,064	0,177	0,245	6	6
3	0,815	0,839	0,896	0,106	0,118	0,143	1	3
4	0,778	0,806	0,689	0,128	0,255	0,163	9	9
5	0,926	0,742	0,862	0,043	0,098	0,082	2	1
6	0,741	0,871	0,827	0,085	0,137	0,225	4	7
7	0,667	0,903	0,793	0,064	0,235	0,123	8	8
8	0,852	0,839	1,000	0,128	0,275	0,143	5	4
9	0,667	0,806	0,896	0,106	0,294	0,266	10	10
10	0,778	0,903	0,965	0,177	0,059	0,184	7	2

визначення лідерів (табл. 1). Такі результати використання різних методів і є практичним підтвердженням потреби у застосуванні запропонованого підходу.

Виходячи з того, що використовуються запозичені дані, будемо вважати, що розглядані варіанти відповідають критерійним обмеженням на значення показників, тобто склад альтернатив за результатами першого етапу не зміниться.

Згідно з другим етапом вилучимо з подальшого розгляду альтернативи, що не є парето-оптимальними, а саме варіанти № 4 та № 9, тобто подальшому порівнянню підлягають вісім альтернатив.

Під час реалізації третього етапу будемо вважати, що можливість консультацій з ОПР відсутня, і розрахунки потрібно поводити з використанням усіх відомих (доступних) методів.

Виходячи з того, що розрахунки мають ілюстративний характер, додатково до двох методів, використаних у [7], скористаємося лише двома методами: модифікованим методом ELECTRE II [9], який дає змогу сформувати ядро альтернатив без залучення експертів, та методом TOPSIS [10].

На четвертому етапі розв'яжемо оптимізаційні задачі за допомогою методів ELECTRE II та TOPSIS, адже для інших методів результати вже отримано в [7].

Як результат четвертого етапу отримаємо: для методу формування ядра ELECTRE II — склад ядра (ядро складається з однієї альтернативи № 5); для методу TOPSIS — пріоритетний ряд альтернатив (пріоритетний ряд має вигляд: № № 5, 3, 1, 7, 6, 2, 10, 8).

Згідно з п'ятим етапом формуємо платіжну матрицю рангів альтернатив (табл. 2).

Застосування принципу Парето до рангів альтернатив, наведених у табл. 2, свідчить, що альтернативи № № 1, 2, 6, 7, 8 не є парето-оптимальними, адже за всіма використаними методами вони мають ранги, більші, ніж ранги альтернативи № 3. Також не є парето-оптимальною альтернатива № 10, яка за всіма методами має ранги, більші, ніж ранги альтернативи № 5.

Таким чином, на множині використаних методів ранжування за рангами ядро парето-оптимальних альтернатив складається з альтернатив № 3 та № 5.

На шостому етапі здійснюємо об'єднання ядер, отриманих на четвертому та п'ятому етапах. Відповідно, об'єднане ядро містить дві альтернативи: № 3 та № 5.

На сьомому етапі з метою подальшого ранжування альтернатив формується розширена матриця, яка буде містити результати, отримані за всіма використаними методами (табл. 3). На основі оброблення цих даних отримують ранги альтернатив, усереднені за всіма використаними методами.

Таблиця 2. Платіжна матриця рангів альтернатив, отриманих за методами ранжування

№ п/п	Метод	Номер альтернативи							
		1	2	3	5	6	7	8	10
1	Таксономія	3	6	1	2	4	8	5	7
2	Адитивна згортка	5	6	3	1	7	8	4	2
3	TOPSIS	3	6	2	1	5	4	8	7

Таблиця 3. Розширена матриця рангів альтернатив

№ п/п	Метод	Номер альтернативи							
		1	2	3	5	6	7	8	10
1	Таксономія	3	6	1	2	4	8	5	7
2	Адитивна згортка	5	6	3	1	7	8	4	2
3	TOPSIS	3	6	2	1	5	4	8	7
4	ELECTRE II	0	0	0	1	0	0	0	0
Сума рангів		11	18	6	5	16	20	17	16
Кількість методів, за якими альтернатива отримала ранг, відмінний від 0		3	3	3	4	3	3	3	3
Середній ранг		3,67	6	2	1,25	5,33	6,67	5,67	5,33
Ранги кластеризованих альтернатив		3	6	2	1	4	7	5	4

Відповідно до восьмого етапу середні ранги альтернатив аналізують на предмет можливості їхньої кластеризації. Значення середніх рангів, наведені в табл. 3, свідчать про те, що альтернативи № 6 та № 10 належать до одного кластера.

На дев'ятому етапі будемо пріоритетний ряд альтернатив з урахуванням результатів їхньої кластеризації. Він матиме такий вигляд: № № 5, 3, 1, (6, 10), 8, 2, 7.

На десятому етапі формуємо рекомендації ОПР. З урахуванням складу об'єднаного ядра, отриманого на шостому етапі, на її розгляд доцільно подавати лише дві альтернативи: № 3 та № 5. При цьому слід зазначити, що альтернатива № 5 є суттєво кращою, про що свідчить її істотна перевага над альтернативою № 3 за середнім рангом внаслідок надання їй переваги трьома методами з чотирьох використаних.

Однак найчастіше ОПР потребує не аналізу переваг альтернатив за показниками, отриманими під час розрахунків за методами оптимізації (належність до ядра, середні ранги тощо), а висвітлення їхніх відмінностей за вихідними показниками. Тоді аналіз даних, наведених у табл. 1, свідчить, що альтернатива № 3 переважає альтернативу № 5 тільки за двома показниками (E_2 та E_3) і може скласти їй конкуренцію лише в тому разі, коли показники E_2 та E_3 мають для ОПР суттєво більшу важливість порівняно з рештою показників. В іншому разі найкращою доцільно вважати альтернативу № 5.

ВИСНОВКИ

Запропонований підхід, на відміну від відомих підходів, орієнтований на багатокритерійне прийняття рішення з використанням множини оптимізаційних методів, що забезпечує підвищення повноти порівняння альтернатив та обґрунтованості отримуваних результатів.

Напрямок подальших досліджень вбачається у визначенні множини методів, які доцільно застосовувати під час багатокритерійного прийняття рішення у межах запропонованого підходу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Zavadskas E.K., Turskis Z., Kildienė S. State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. *Technological and economic development of economy*. 2014. Vol. 20, N 1. P. 165–179.
2. Madić M., Gecevska V., Radovanović M., Petković D. Multi-criteria economic analysis of machining processes using the WASPAS method. *Journal of Production Engineering*. 2014. Vol. 17, N 2. P. 79–82.
3. Baležentis A., Baležentis T., Brauers W.K.M. Multimoora-FG: a multi-objective decision making method for linguistic reasoning with an application to personnel selection. *Informatica*. 2012. Vol. 23, N 2. P. 173–190.
4. Mahmoud M.R., Garcia L.A. Comparison of different multicriteria evaluation methods for the Red Bluff diversion dam. *Environmental Modelling & Software*. 2000. N 15. P. 471–478.
5. Raju K.S., Kumar D.N. Multicriterion decision making in irrigation planning. *Agricultural Systems*. 1999. N 62. P. 117–129.
6. Hajkowicz S., Higgins A. A comparison of multiple criteria analysis techniques for water resource management. *European Journal of Operational Research*. 2008. N 184. P. 255–265.
7. Загорка О.М., Мосов С.П., Сбитнев А.І., Стужук П.І. Елементи дослідження складних систем військового призначення. Київ: НАОУ, 2005. 100 с.
8. Плюта В. Сравнительный многомерный анализ в экономических исследованиях: Методы таксономии и факторного анализа. Москва: Статистика, 1980. 151 с.
9. Потьомкін М.М. Комплексне застосування методів багатомірного порівняльного аналізу в СППР. Зб. доповідей наук.-практ. конф. з міжнародною участю «Системи підтримки прийняття рішень. Теорія і практика» (8 червня 2009 р.). Київ: ПИММіС НАНУ, 2009. С. 43–46.
10. Sarraf A.Z., Mohaghar A., Bazargani H. Developing TOPSIS method using statistical normalization for selecting Knowledge management strategies. *Journal of Industrial Engineering and Management*. 2013. N 6 (4). P. 860–875.

Надійшла до редакції 15.06.2017

М.М. Потемкин, И.Ю. Свида

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МНОЖЕСТВА ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ

Аннотация. Приведен подход к многокритериальному принятию решений при исследованиях сложных систем, основанный на использовании результатов, полученных с применением множества методов (как ранжирования, так и формирования ядра), что обеспечивает увеличение степени обоснованности получаемых результатов за счет повышения полноты сравнения альтернатив.

Ключевые слова: альтернатива, многокритериальное принятие решений, многокритериальный метод, полнота сравнения, приоритетный ряд, сложная система, ядро альтернатив.

M.M. Potiomkin, I.Y. Svida

MULTI-CRITERIA DECISION MAKING BASED ON USING A SET OF OPTIMIZATION METHODS

Abstract. The authors provide an approach to multi-criteria decision making in the analysis of complex systems. It is based on the results obtained from a number of methods (ranking as well as forming of the kernel), which increases the substantiation of the results due to increasing the completeness of alternatives comparison.

Keywords: alternative, multi-criteria decision making, multi-criteria method, completeness of comparison, preferred range, complicated system, kernel of alternatives.

Потьомкін Михайло Михайлович,

доктор техн. наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: favorite_p@ukr.net.

Свида Иван Юрійович,

доктор військ. наук, старший науковий співробітник, головний науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: mou.ivan.svyda@gmail.com.