

УДК 519.95

З. Д. Коноплянко, К. П. Терещук

## МЕТРИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ $k$ -ЗНАЧНИХ КОМУТАЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ ВИДУ $\min(\phi_1(x_1), \phi_2(x_2))$

In this article pre-conditions are analysed for development of the new going for realization of artificial intelligence. Multiple valued logic and metrical properties of well-organized twoplaced multiple valued functions of type of min is described.

Проаналізовано передумови для розроблення нових підходів до реалізації штучного інтелекту. Досліджено метричні властивості впорядкованих двомісних  $k$ -значних комутаційних функцій виду  $\min$ .

У наш час обчислювальні засоби набули важливого значення майже в усіх галузях людської діяльності. Швидкі темпи комп’ютеризації суспільства продукує в основному економічна ситуація. По-перше, обчислювальні засоби необхідні фірмам для оптимізації ведення господарської діяльності, щоб отримувати прибуток і закріпитися на ринку в умовах потужної конкуренції. По-друге, самі ж виробники апаратного та програмного забезпечення зацікавлені у вдосконаленні свого продукту, щоб активно продавати його на ринку фірмам і звичайним користувачам. Процес удосконалення комп’ютерної техніки передбачає перехід до нанотехнологій, який спирається переважно на розробки фізиків щодо властивостей матерії. У виробництво впроваджуються комп’ютери, побудовані на засадах перевірених обчислювальних методів. Тому перехід до запровадження новітніх методів штучного інтелекту є поступовим. Проаналізуємо існуючий стан справ у галузі обчислювальних засобів у соціально-економічних задачах систем штучного інтелекту.

Традиційними називатимемо методи і технології штучного інтелекту, що використовуються на комп’ютерах із нойманівською архітектурою, тобто на звичайних персональних комп’ютерах. Вони є універсальними, але не достатньо продуктивними для вирішення складних неформалізованих задач.

Метою роботи є аналіз передумов для розроблення нових підходів до реалізації штучного інтелекту, а також дослідження впорядкованих класів двомісних  $k$ -значних комутаційних функцій, як складової моделі побудови обчислювальних засобів із використанням  $k$ -значної логіки.

**Аналіз стану справ у галузі обчислювальних засобів систем штучного інтелекту.** Розглянемо основні традиційні моделі маніпулювання знаннями (рис. 1).

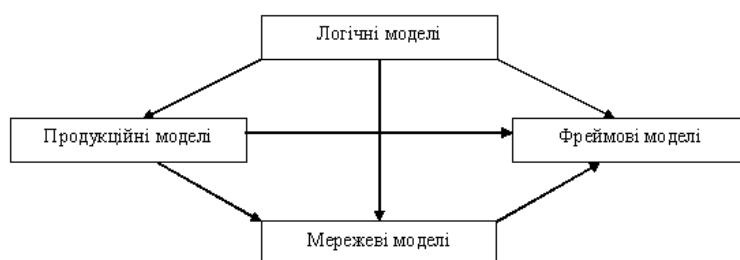


Рис. 1. Моделі маніпулювання знаннями.

В основі логічних моделей лежить поняття формальної системи. Для подання математичного знання в логіці використовують логічні формалізми – обчис-

© З. Д. Коноплянко, К. П. Терещук, 2009

лення висловів і предикатів за допомогою логічних операцій (в основному кон'юнкція і диз'юнкція) і правил. Логічні моделі, побудовані з використанням логічних мов програмування (Пролог, Лісп та інші), широко використовують у базах знань та експертних системах. Усі інші моделі подання та маніпулювання знаннями базуються на логічних моделях.

Продукційні моделі побудовані на імплікації  $A \rightarrow B$  (якщо  $A$ , тоді  $B$ ). Якщо в пам'яті системи зберігається деякий набір продукцій, то вони утворюють систему продукцій. До складу системи продукцій входить база правил (область пам'яті, яка містить набір правил виду "якщо-то"). Продукційні та мережеві моделі є найбільш популярними засобами подання знань у системах штучного інтелекту.

В основі мережевої моделі лежить семантична мережа (семантика – значення одиниць мови). Семантична мережа є інформаційною моделлю предметної області та задається у вигляді графа, вершини якого відповідають об'єктам предметної області, а ребра – відношенням між ними. Семантичний підхід до побудови систем штучного інтелекту застосовують у системах сприйняття природної мови, в системах "запитання–відповідь" та в інших предметно-орієнтованих системах.

Фрейм є формою подання певної ситуації, яку можна або потрібно описувати набором понять чи правил. Його можна задати у вигляді таблиці, яка має власну назву та набір параметрів, навпроти яких подано їх значення (наприклад, прізвище, рік народження, телефон тощо). Елементи фрейму називають слотами. Зв'язки між фреймами задаються значеннями спеціального слота з ім'ям "Зв'язок". У фреймових моделях об'єднані всі основні особливості моделей інших типів [4].

На комп'ютерах із нойманівською архітектурою можна на програмному рівні реалізувати задачі за допомогою існуючих методів інтелектуальних обчислень, основні з яких відображені на рис. 2.



Рис. 2. Традиційні методи і технології штучного інтелекту.

Здавалося б, на традиційних комп'ютерах 4-го покоління можна вирішити усі задачі. Проте, як відомо, універсальний обчислювальний механізм менш ефективний при розв'язанні певного роду задачі, ніж пристосований до неї апарат, який містить формалізований набір характерних цієї задачі правил. Тобто  $P \subset NP$ . Звідси випливає, що апаратна реалізація методів штучного інтелекту (ШІ) більш ефективна, ніж програмна. Це є однією з причин, чому в наш час набувають поширення новітні архітектури обчислювальних систем, наприклад, нейрокомп'ютери, Пролог-машина тощо.

До активних розробок нових обчислювальних засобів привела і недосконалість традиційних, побудованих за принципом послідовних обчислень.

Тут доцільно вести мову про те, що найбільш відповідним прототипом для майбутніх штучних “мислячих” машин і систем є розумовий апарат людини зі всіма його реалізованими і нереалізованими функціями і можливостями. Логіка, теорія пізнання і психологія прагнуть розкрити природу когнітивних (пізнавальних) психічних процесів. Особливо евристичних, тобто процесів пошуку рішення тієї чи іншої задачі. Процедури пошуку підкоряються не “чорно-білій” дедуктивній логіці, не логіці “істини” і “хиби”, “так і ні”, а маловивченій “кольоровій”, “ $k$ -значній” логіці, логіці “напевно, це так”.

Перехід до  $k$ -значної логіки спрямований на значне удосконалення роботи комп’ютерів: збільшення їх швидкодії та обсягу пам’яті. Також він передбачає запровадження паралельних обчислень. Складність такого переходу полягає у недосконалості потрібного для цього математичного апарату. Розпаралелювання обчислень передбачає опрацювання  $n$ -вимірних масивів, комбінаторні властивості яких досліджені мало, тому часто доводиться знаходити їх параметри методом прямого перебору. Пошук комбінаторних властивостей двовходових  $k$ -значних функцій і є задачею подальших досліджень. Деякі результати у цій сфері викладені у роботах [2, 5–10]. На рис. 3 зображені деякі новітні методи і технології ШІ та взаємозв’язки між ними.

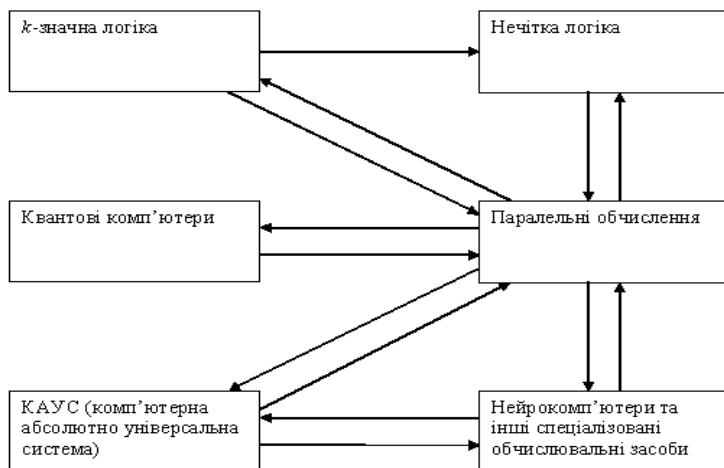


Рис. 3. Новітні методи і технології штучного інтелекту.

$k$ -значна логіка є математикою, в основі якої лежать натуральні числа, визначені на проміжку  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ . Функцією  $k$ -значної логіки є відображення виду  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) : E_k^n \rightarrow E_k$  [1].

Нечітка логіка побудована на розмитих множинах, тобто з використанням неперервних чисел. Перехід від  $k$ -значної до нечіткої логіки передбачає збільшення значності  $k$ . Обидві логіки спираються на булеву алгебру, для якої існує тільки два можливих значення: “істинність” (1) або “хибність” (0). У випадку з  $k$ -значною та нечіткою логіками 0, як і в булевій алгебрі, означає “хибність”, в усіх інших випадках – “істинність”, тобто якщо не 0, тоді якесь інше значення.

**Аналіз двомісних функцій  $k$ -значної логіки.** Оскільки в основі будь-яких математик лежать відповідні двомісні функції додавання та множення, розглянемо двомісні функції  $k$ -значної логіки виду  $f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$ , де  $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2)$  – функції, що реалізуються одновходовим універсальним елементом (мультиплексором) і пробігають усю множину функцій з  $P_k^1$  однієї змінної, тобто їх можна

записати у вигляді одновимірного кортежу. Усі функції визначені на  $E_k$  зі значеннями також у  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ .

Суперпозицію двомісної  $k$ -значної комутаційної функції можна записати у вигляді квадратної матриці (табл. 1).

**Таблиця 1. Суперпозиція двомісної функції  $f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$**

$f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$		$\varphi_1(x_1)$			
		0	1	...	$(k-1)$
$\varphi_2(x_2)$	0	$e_{00}$	$e_{01}$	...	$e_{0(k-1)}$
	1	$e_{10}$	$e_{11}$	...	$e_{1(k-1)}$
	:	:	:	...	:
	$(k-1)$	$e_{(k-1)0}$	$e_{(k-1)1}$	...	$e_{(k-1)(k-1)}$

**Примітка.**  $e_{ij}$  – значення функції  $f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$  в точках, які визначаються функціями однієї змінної  $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2)$  [2].

При розгортанні суперпозиції функції двох змінних породжується  $k^{2k}$  функцій, але не всі з них різні. Немає єдиної аналітичної залежності, яка б дала змогу швидко підрахувати кількість різних функцій, які породжує довільна двомісна функція (ця кількість в роботі позначена  $N_p$ ) [7]. Тому одним із методів швидкого, але не універсального обчислення  $N_p$  є пошук серед усіх функцій групи впорядкованих функцій,  $N_p$  яких можна обчислити за формулою.

Розглянемо, для прикладу, функцію  $f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2)) = \min(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$  ( дальше  $\min$ ). Суперпозиція цієї функції при  $k=3$  має такий вигляд (табл. 2).

**Таблиця 2. Суперпозиція функції виду  $\min$**

$\min(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$		$\varphi_1(x_1)$		
		0	1	2
$\varphi_2(x_2)$	0	0	0	0
	1	0	1	1
	2	0	1	2

На рис. 4 зображене механізм розгортання суперпозиції функції  $f(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2)) = \min(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2))$  при  $k=3$ . Як видно з рис. 5, функції однієї змінної  $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2)$  набувають усі можливі значення від  $<0\ 0\ 0>$  до  $<2\ 2\ 2>$  у порядку лексикографічного наступного. Таких суперпозицій кожної одномісної функції буде  $k^k = 3^3 = 27$ , тому породиться  $27 \times 27 = 729$  суперпозицій двомісних функцій, але кількість різних буде  $N_p = 411$ .

		$\varphi_1(x_1)$							
		0 0 0	0 0 1	0 0 2	0 1 0	0 1 1	...	2 2 2	
$\varphi_2(x_2)$	0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0		0 0 0	
	0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0		0 0 0	
	0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0		0 0 0	
	1	0 0 0	0 0 1	0 0 1	0 1 0	0 1 1		1 1 1	
2	0	0 0 0	0 0 1	0 0 2	0 1 0	0 1 1		2 2 2	
	0	0 0 0	0 0 1	0 0 2	0 1 0	0 1 1		2 2 2	
	2	0 0 0	0 0 1	0 0 2	0 1 0	0 1 1		2 2 2	

Рис. 4. Розгортання суперпозиції 3-значної функції виду  $\min$ .

Оскільки функція  $\min$  є суттєво впорядкованою, то існує аналітичний вираз [10], який дає змогу знайти  $N_p$  цієї функції при будь-якому  $k$ :

$$N_p = \sum_{i=1}^k (i^k - (i-1)^k)^2. \quad (1)$$

Існує певна кількість схожих на  $\min$  функцій,  $N_p$  яких обчислюють за формулою (1). Введемо число  $N_f$  – кількість різних функцій, які можна утворити з однієї шляхом перестановок рядків (стовпців), транспонування та заміни елементів функції. Використовуючи ці операції,  $N_p$  функції не змінюється. Тож усі двомісні  $k$ -значні функції, утворені із функції  $\min$  за допомогою цих операцій, можна віднести до одного класу еквівалентності (клас функцій виду  $\min$ ).

Для функції виду  $\min$  при  $k=3$  число  $N_f = 216$  (приблизно 1% від усіх 3-значних функцій). Це залежить від того, що усі рядки і стовпці функцій цього виду є різними, тому внаслідок перестановок рядків (стовпців) утвориться  $k! k! = (k!)^2$  різних функцій (згідно з першою властивістю  $N_f$ ). У цьому випадку транспонування функції не враховуємо при обчисленні  $N_f$ , тому що ця функція є симетричною відносно основної діагоналі, тобто її можна транспонувати шляхом перестановок рядків чи стовпців, що вже було враховано. Також ця функція має найбільше число нулів, потім одиниць і так далі, тобто усі  $k$  елементів трапляються різну кількість разів. Тому можемо легко обчислити кількість функцій, отриманих шляхом заміни одних елементів на інші (третя властивість, див. табл. 2). Таких функцій можна утворити  $k!$ . Отже, використовуючи основне правило комбінаторики, маємо  $N_f = (k!)^3$ .

**Апаратна реалізація двовходового універсального просторового  $k$ -значного функціонального перетворювача.** Подальший аналіз шляхів вирішення задачі створення базових компонент для задач ШП спирається на пристрій [5]) і пов’язаний із апаратною реалізацією двомісних (дновходових)  $k$ -значних комутаційних функцій. У його основі – задача створення такого двовходового багатозначного логічного елемента, у якому введення нових блоків, нових зв’язків та виконання їх на однотипних елементах кон’юнкції забезпечує однорідність виконання й веде до підвищення технологічності пристрою в процесі мікроелектронної реалізації, а також підвищує швидкодію через паралелізм структури і однотактний режим роботи всіх уведених блоків.

Уведення додатково в двовходовий багатозначний логічний елемент двох одновходових багатозначних потенційних елементів та трьох однотипних за

принципом дії та побудовою дешифраторів, матричного селектора та комутатора, а також виконання дешифратора, селектора та комутатора на елементах кон'юнкції, що утворюють у просторі структуру паралельного типу з просторовим  $k$ -значним кодуванням, реалізованим у вигляді збуджених двійкових станів просторових полюсів, дало змогу забезпечити однотипність й однорідність внутрішньої структури елемента, а також підвищити швидкодію завдяки мінімальної затримки в усіх ланках елемента.

На рис. 5 зображена структурна схема десятизначного двовходового багатозначного логічного елемента. Він містить перший, другий та третій одновходові багатозначні потенційні елементи (ОБПЕ) 1, 2 та 3, а також перший, другий та третій дешифратори (ДШ) 4, 5 та 6, матричний селектор (МС) 7, комутатор (КМ) 8 і ключі (Кл) 9.

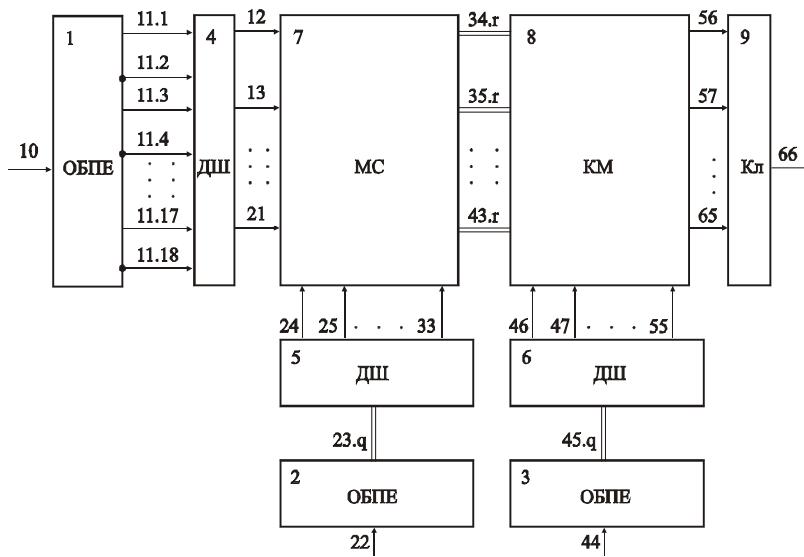


Рис. 5. Структурна схема двовходового багатозначного логічного елемента.

У початковому стані на входи 10, 22, 44 всіх ОБПЕ 1-3, що входять до складу пристрою (див. рис. 5), надходять нульові початкові сигнали  $k$ -значного коду, тобто логічні сигнали  $X_1, X_2$  на входах 10, 22 та сигнал  $Z$  на вході 44 керування є  $k$ -значні (10-значні) сигнали ( $X_1, X_2, Z \in E_k = 0, 1, 2, \dots, 9$ ). Під впливом логічного “0” на дев’яти прямих виходах 11.q, 23.q, 45.q компараторів 67.p, m, n сформовані двозначні логічні сигнали виду  $<000000000>$ , а на дев’яти інверсних –  $<111111111>$ .

У структурі та принципі дії двовходового багатозначного логічного елемента використовуються логічні, а не обчислювальні методи проміжних перетворень із застосуванням симбіозу дво- та  $k$ -значного кодування, що усуває необхідність врахування міжроздрядних зв’язків й набігання розрядної сітки і, як наслідок, веде до граничного паралелізму структури та зменшення затримок під час перетворень, спрощення структури проміжних субблоків. Відхід від деревоподібної організації структури багатозначних багатовходових елементів та усунення налагодження на виконання певного функціонального перетворення шляхом комутації базисних сигналів також веде до зменшення апаратурних затрат, оскільки число ключів на виході елемента не зростає до  $k^n$  зі збільшенням числа входів елемента, а залишається постійно  $k$  та повністю усуває потребу в зовнішніх базисних входах.

Застосування логічних методів керування із симбіозом  $k$ -значного розпізнавання і формування сигналів та двозначних методів побудови проміжних просторових операційних засобів (ДШ, МС та КМ) далозможує реалізувати структуру

дновходового багатозначного логічного елемента значно простіше, ніж під час використання традиційних розв'язків, які отримують із використанням деревоподібної архітектури та керування комутацією джерел базисних сигналів, забезпечити однотипність, однорідність та еластичність внутрішньої структури, суттєво зменшити апаратурні затрати на створення елемента, а також підвищити швидкодію завдяки мінімальній затримці в усіх ланках [5].

## ВИСНОВКИ

Необхідність впровадження потужних та доступних обчислювальних засобів пов'язана з існуванням складних і нечітко формалізованих соціально-економічних задач.

Переход до запровадження новітніх методів штучного інтелекту є поступовим.

Універсальний обчислювальний механізм менш ефективний під час розв'язання задач ШІ, ніж пристосоване до неї апаратне вирішення, що містить формалізований набір характерних цій задачі правил.

Переход до  $k$ -значної, а потім і до нечіткої логіки спрямований на суттєве удосконалення роботи комп'ютерів: збільшення їх швидкодії та обсягу пам'яті.

Кількість упорядкованих двомісних  $k$ -значних функцій, віднесених до класу функцій виду  $\min$ , при  $k = 3$  становить 216, що дає змогу викреслити із списку усіх 3-значних функцій 1% впорядкованих функцій.

1. Алексеев В. Б., Постолов А. Д. Дискретная математика (II семестр): конспект лекций. – М.: МГУ имени М. В. Ломоносова, 2002. – 44 с.
2. Бондаренко М. Ф., Коноплянко З. Д., Четвериков Г. Г. Основи теорії багатозначних структур і кодування в системах штучного інтелекту. – Х.: Фактор-Друк, 2003. – 336 с.
3. Васильев Н. Р., Задорин Е. В. Математическая модель псевдоорганизма (КАУС) – путь к созданию искусственного интеллекта.-2008.- <http://arupa-manas.narod.ru/BASE/nauka/index.html>.
4. Качур Дмитрий. Методики ИИ // Стаття в електронному вигляді <http://prof9.narod.ru/library/lib010/doc016/doc016.html>.-2008.
5. Пат. 20462 Україна, МКВ H03K 19/08. Дновходовий багатозначний логічний елемент / Бондаренко М. Ф., Коноплянко З. Д., Четвериков Г. Г. – №97031289/24; Заявлено 20.03.97; Опубл. 15.07.97; Бюл. № 3. – С. 5 с.
6. Коноплянко З. Д., Веніков Д. П. Концепції організації інформаційно-інтелектуальних технологій та інтелектуальної підтримки суспільно-економічних процесів // Вісник УБС НБУ. –2008. – № 1. – С. 180–182.
7. Коноплянко З. Д., Чаплига В. М., Чаплига М. В. Багатозначні структури та кодування систем економічної кібернетики: Монографія. – Львів: ЛБІ НБУ, 2004. – 314 с.
8. Коноплянко З. Д., Терещук К. П. Дослідження метричних властивостей  $k$ -значних функцій // Междун. науч.-практ. конф. “Современные направления теоретических и прикладных исследований’2008” 15–25 марта 2008 г., Одеса, Украина. – Одеса, 2008. – С. 37–42.
9. Коноплянко З. Д., Терещук К. П. Алгоритм обчислення  $N_p$  у сфері досліджень метричних властивостей  $k$ -значних функцій // Междун. науч.-практ. конф. “Современные направления теоретических и прикладных исследований’2008” 15–25 марта 2008 г., Одеса, Украина. – Одеса, 2008. – С. 42–46.
10. Реализация многозначных структур автоматики / Под ред. М. А. Ракова. – К.: Наук. думка, 1976. – 350 с.
11. Бондаренко М. Ф., Коноплянко З. Д., Четвериков Г. Г. Методи завадостійкого  $k$ -значного кодування та захисту інформації в україномовних інтерфейсах систем штучного інтелекту // Відбір та обробка інформації. – 1998. – Вип. 12(89). – С. 86–89.
12. Коноплянко З. Д. Стратегія розвитку  $k$ -значної схемотехніки // Відбір та обробка інформації. – 1996. – Вип. 10 (86). – С. 89–97.