

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА НАМАГНИЧИВАНИЯ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ИЗ МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ В ОДНОРОДНОМ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ СОЛЕНОИДА. ОСНОВНАЯ КРИВАЯ НАМАГНИЧИВАНИЯ

В. Ф. МАТЮК, А. А. ОСИПОВ, А. В. СТРЕЛЮХИН

На основе арктангенсовой аппроксимации основной кривой намагничивания материала и выражения для центрального коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней из магнитомягких материалов предложена методика расчета основной кривой намагничивания этих стержней в однородном квазистатическом поле соленоида для разных значений их относительной длины и толщины стенки. Сравнение результатов расчета и эксперимента основных параметров основной кривой намагничивания для стержней с разной величиной коэффициента размагничивания показало их сопоставимость с приемлемой для практических целей точностью.

On the basis of arctangent approximation of the normal magnetization curve of a material and a formula for central demagnetization coefficient of hollow cylindrical rods made of m-metals the calculation of the normal magnetization curve of these rods in homogeneous quasistatic field of a solenoid has been carried out for different values of relative length and wall thickness of the rods. The calculation of fundamental parameters of the normal magnetization curve of hollow cylindrical rods with different values of demagnetization coefficient and their comparison with experimental data with acceptable for practical use accuracy has been carried out.

Для решения многих теоретических и практических задач неразрушающего контроля представляет интерес процесс намагничивания в однородном магнитном поле тел заданных размеров с известными магнитными свойствами их материала. При намагничивании в замкнутой магнитной цепи существует ряд аппроксимирующих выражений [1–4], используемых для расчета основной кривой намагничивания. Для образца, находящегося в разомкнутой магнитной цепи, при описании процесса намагничивания необходимо учитывать коэффициент размагничивания, который существенно влияет на ход основной кривой намагничивания [5]. Для учета этого влияния применяют разные подходы, наиболее последовательный из которых изложен в работе [5]. Его суть заключается в том, что для описания основной кривой намагничивания тела используется аппроксимирующее выражение, в которое вводится коэффициент размагничивания.

Целью настоящей работы является построение методики расчета основной кривой намагничивания полого цилиндрического стержня заданной геометрии с известными магнитными характеристиками его материала.

Методика расчета. Для описания основной кривой намагничивания материала воспользуемся выражением из работы [4]:

$$M = \pm \frac{M_s k_s H^2 / \pi + k_1 k_3 H_c^2}{H^2 + k_2 H^{3/2} H_c^{1/2} + k_1 H_c^2} \times \left(\arctg \frac{H_c + H}{H_0} - \arctg \frac{H_c - H}{H_0} \right), \quad (1)$$

где H , M — соответственно напряженность магнитного поля и намагниченность, соответствующие вершинам частных петель и основной кривой намагничивания одновременно; M_s — намагниченность насыщения; H_c — коэрцитивная сила по предельной петле гистерезиса; H_0 , k_1 , k_2 , k_3 — коэффициенты привязки кривой.

В соответствии с [6], для полого цилиндрического стержня с коэффициентом размагничивания $N_{\text{пл}}^p$ справедливо следующее выражение:

$$H = H_{\text{вн}} - N_{\text{пл}}^p M, \quad (2)$$

где $H_{\text{вн}}$ — напряженность внешнего магнитного поля.

С учетом (2) выражение (1) примет вид:

$$M = \pm \frac{M_s k_s (H_{\text{вн}} - N_{\text{пл}}^p M)^2 / \pi + k_1 k_3 H_c^2}{(H_{\text{вн}} - N_{\text{пл}}^p M)^2 + k_2 (H_{\text{вн}} - N_{\text{пл}}^p M)^{3/2} H_c^{1/2} + k_1 H_c^2} \times \left(\arctg \frac{H_c + H_{\text{вн}} - N_{\text{пл}}^p M}{H_0} - \arctg \frac{H_c - H_{\text{вн}} + N_{\text{пл}}^p M}{H_0} \right). \quad (3)$$

Для определения коэффициента размагничивания $N_{\text{шт}}^p$ полого цилиндрического стержня можно воспользоваться выражением из работы [7], применимого в широком интервале изменения размеров стержня:

$$N_{\text{шт}}^p = \frac{1-\rho}{2\pi\lambda^3} \int_0^{\lambda} \int_0^{2\pi} \times \left[\frac{\rho z^2 (\gamma \lambda^2 + 2(1-\gamma)z^2)}{(\lambda + 1,7\rho)(\rho^2 - \rho(\rho + 1)\cos \varphi + 0,25(\rho + 1)^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{z^2 (\gamma \lambda^2 + 2(1-\gamma)z^2)}{(\lambda + 1,7)(1 - (\rho + 1)\cos \varphi + 0,25(\rho + 1)^2 + z^2)^{3/2}} \right] d\varphi dz + \frac{0,85\lambda}{\pi(\lambda + 1,7)} \int_0^{1,2\pi} \int_{\rho}^{\bar{r}} \frac{\bar{r} d\varphi d\bar{r}}{(\bar{r}^2 - \bar{r}(\rho + 1)\cos \varphi + 0,25(\rho + 1)^2 + \lambda^2)^{3/2}} \quad (4)$$

где $\lambda = L/(2R_2)$; $\rho = R_1/R_2$; $z = z/R_2$; $\bar{r} = r/R_2$; L, R_1, R_2 — соответственно длина, внутренний и внешний радиус цилиндрического стержня; z, r, φ — цилиндрические координаты; γ — постоянный коэффициент, равный 0,8.

Выражение (3) представляет собой трансцендентное уравнение относительно M . Для его решения использовался метод последовательных приближений: область изменения $H_{\text{вн}}^i$ разбивалась на определенное количество интервалов и для каждого $H_{\text{вн}}^i$ задавалось начальное значение M^i . Расчет прекращался, когда значения M^i соседних итераций отличались не более чем на 0,01 %.

Расчет и сравнение с экспериментом. Влияние коэффициента размагничивания полых цилиндрических стержней на вид и характер зависимости основной кривой намагничивания исследовали на образцах из стали 45 в состоянии поставки. Образцы имели внешний радиус 5 мм, длину 10, 20, 30, 50, 70, 100 и 150 мм, внутренний радиус от 1 до 4,5 мм.

Экспериментальную проверку результатов расчетов проводили посредством измерения магнитных характеристик этих же образцов при их перемагничивании в однородном квазистатическом магнитном поле соленоида [8]. Максимальное значение намагничивающего поля $H_{\text{вн}}^p$ при измерениях составляла 40 кА/м.

Размеры образцов, значения их коэффициентов размагничивания, рассчитанные по (4) и определенные экспериментально $N_{\text{шт}}^p$, приведены в таблице.

При расчетах использовали следующие магнитные характеристики материала образцов: M_r, H_c — соответственно остаточная намагниченность и коэрцитивная сила по предельной петле гистерезиса; M_s — намагниченность насыщения; M_c — намагниченность материала при $H = H_c$; M_{2c} — намагниченность материала при $H = 2H_c$.

Размеры полых цилиндрических стержней и значения их размагничивающего фактора

L, мм	R ₁ , мм	R ₂ , мм	λ	ρ	N _{шт} ⁱ	N _{шт} ^p
10	1	5	1	0,2	0,2509	0,2654
20			2		0,1213	0,1345
30			3		0,0741	0,0843
50			5		0,0389	0,0439
70			7		0,0245	0,02755
100			10		0,01455	0,01633
150			15		—	0,00873
10	2	5	1	0,4	0,2161	0,2252
20			2		0,1053	0,1179
30			3		0,0649	0,0745
50			5		0,0337	0,0389
70			7		0,02133	0,02440
100			10		0,01249	0,01444
150			15		—	0,00771
10	3	5	1	0,6	0,1726	0,1609
20			2		0,0814	0,08576
30			3		0,05	0,0549
50			5		0,02621	0,029
70			7		0,01592	0,01828
100			10		0,00943	0,01086
150			15		0,005	0,00582
10	3,5	5	1	0,7	0,1296	0,1239
20			2		0,0633	0,0662
30			3		0,0391	0,0427
50			5		0,02009	0,02269
70			7		0,01235	0,01435
100			10		0,00721	0,00855
150			15		0,00375	0,00459
10	4	5	1	0,8	0,0975	0,0845
20			2		0,0451	0,0452
30			3		0,02807	0,02926
50			5		0,01459	0,01568
70			7		0,00837	0,00995
100			10		0,00527	0,00595
150			15		0,002499	0,00320
10	4,5	5	1	0,9	0,0483	0,0431
20			2		0,02416	0,02303
30			3		0,01477	0,01498
50			5		0,00797	0,00808
70			7		0,00462	0,00515
100			10		0,002372	0,00309
150			15		—	0,00167

χ_m — начальная магнитная восприимчивость; μ_m — максимальная магнитная проницаемость. Для исследуемых образцов эти характеристики имели следующие значения: $M_r = 0,66 \cdot 10^6$ А/м; $H_c =$

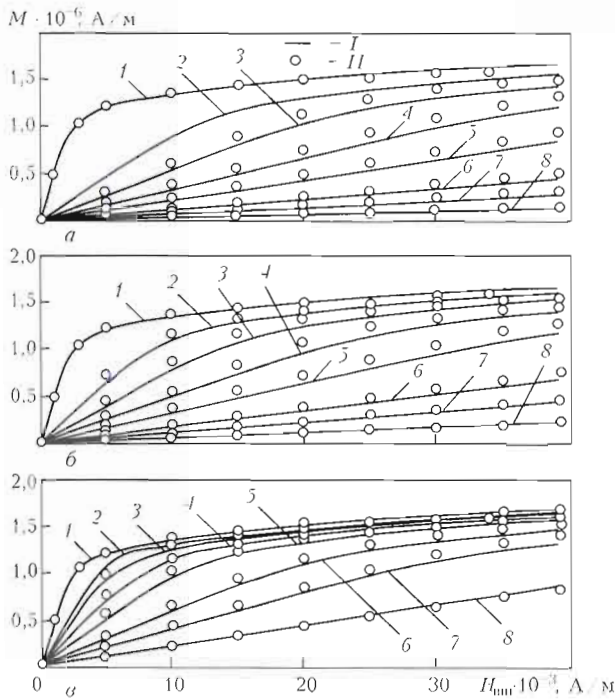


Рис. 1. Основные кривые намагничивания полых цилиндрических стержней (2-8) и их материала (1) при учете $N_{\text{пц}}^p$ для значений $\rho = 0,2$ (а); $0,6$ (б); $0,9$ (в): кривая 1 — $\pi = \alpha$; 2 — 15; 3 — 10; 4 — 7; 5 — 5; 6 — 3; 7 — 2; 8 — 1 (расчетные (I) и экспериментальные (II) значения)

$= 700$ А/м; $M_c = 1,7 \cdot 10^6$ А/м; $M_c = 2,78 \cdot 10^5$ А/м; $M_{2c} = 0,65 \cdot 10^6$ А/м; $\chi_n = 90$; $\mu_m = 480$ Гн/м.

На рис. 1 приведены основные кривые намагничивания полых цилиндрических стержней разных размеров, рассчитанные по (3) и снятые экспериментально, и основная кривая намагничивания их материала. Из приведенных зависимостей видно, что практически для всех рассматриваемых случаев наблюдается удовлетворительное соответствие между расчетом и экспериментом. Как рассчитанные, так и экспериментально снятые зависимости показывают существенное влияние размеров исследуемых образцов на ход основной кривой намагничивания. Это влияние тем сильнее, чем больше толщина стенки полого цилиндрического стержня (рис. 1, а) и чем меньше его относительная длина. Причем даже для $\rho = 0,9$ и $\lambda = 15$ (длинный тонкостенный полый стержень) основная кривая намагничивания существенно отличается от аналогичной кривой материала, из которого этот стержень изготовлен.

При расчете зависимостей, приведенных на рис. 1, использовалось значение коэффициента размагничивания $N_{\text{пц}}^p$, определенного по выражению (4). Оно отличается от экспериментально измеренного коэффициента размагничивания $N_{\text{пц}}^p$ в среднем на 5 % (см. таблицу). На рис. 2 приведены основные кривые намагничивания полых цилиндрических стержней разных размеров, рассчитанные по (3) с учетом экспериментальных значений

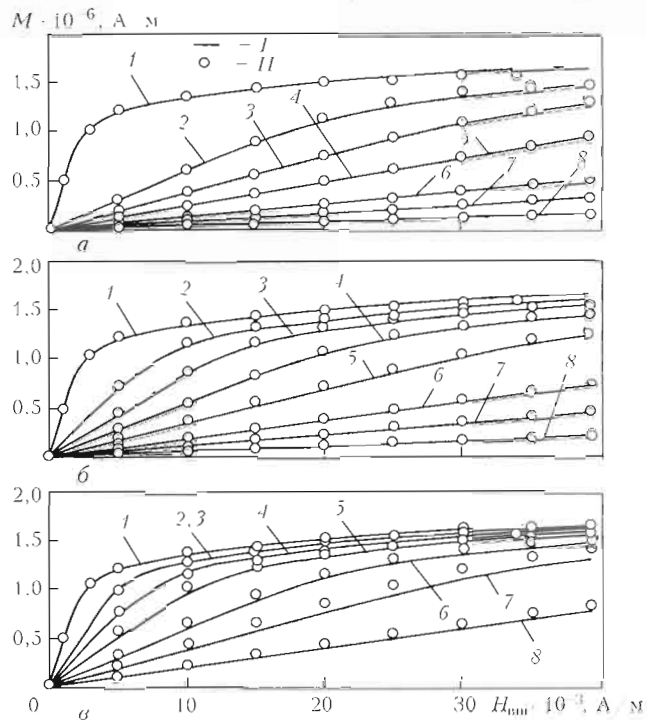


Рис. 2. Основные кривые намагничивания полых цилиндрических стержней (2-8) и их материала (1) при учете $N_{\text{пц}}^p$ для значений $\rho = 0,2$ (а); $0,6$ (б); $0,9$ (в): кривая 1 — $\pi = \alpha$; 2 — 15; 3 — 10; 4 — 7; 5 — 5; 6 — 3; 7 — 2; 8 — 1 (расчетные (I) и экспериментальные (II) значения)

коэффициента размагничивания $N_{\text{пц}}^p$, в сравнении с экспериментально снятыми кривыми. Видно, что совпадение между экспериментальными и рассчитанными значениями в последнем случае несколько улучшилось.

Представляет практический интерес поведение таких параметров основной кривой намагничивания полых цилиндрических стержней, как намагниченность $M_{\text{пц}}$ при $H_{\text{вн}} = H_{\text{внм}}$, максимальная магнитная проницаемость $\mu_{\text{пц}}$, намагниченность $M_{\text{спц}}$ при $H_{\text{вн}} = H_{\text{спц}}$ и намагниченность $M_{2\text{спц}}$ при $H_{\text{вн}} = 2H_{\text{спц}}$ в сравнении с аналогичными параметрами основной кривой намагничивания их материала.

На рис. 3 показано влияние на максимальную намагниченность и максимальную магнитную проницаемость полых цилиндрических образцов их размеров. Из рисунка видно, что для тонкостенных полых цилиндрических стержней ($\rho = 0,9$) при относительной длине $\lambda = 10 M_{\text{пц}} \approx M_c$. Для полых стержней с $\rho = 0,6$ величина $M_{\text{пц}}$ приближается к величине M_c материала при $\lambda = 15$. Максимальная магнитная проницаемость полых стержней $\mu_{\text{пц}}$ не достигает величины $\mu_m = 480$ их материала для всех размеров стержней в исследуемом диапазоне. Даже при $\rho = 0,9$ и $\lambda = 10$ ($N_{\text{пц}}^p = 0,00309$) $\mu_{\text{пц}} = 230$. При этом $\mu_{\text{пц}}$ увеличивается с возрастанием λ в исследуемой об-

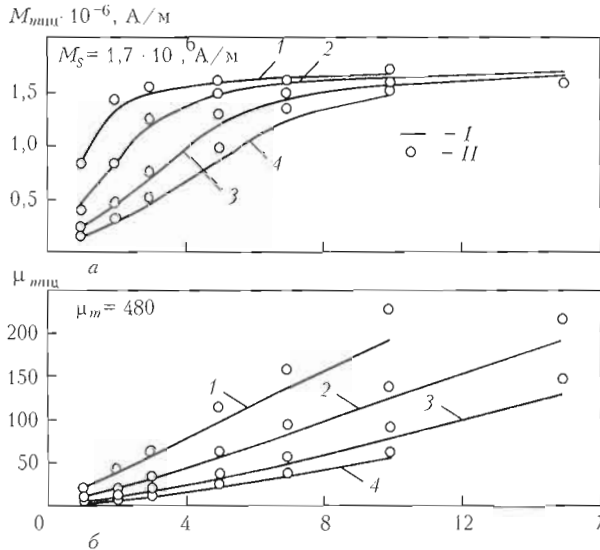


Рис. 3. Зависимость максимальной намагниченности M_{max} (а) и максимальной магнитной проницаемости μ_{max} (б) полых цилиндрических стержней от их относительной длины: кривая 1 — $\rho = 0,9$; 2 — $0,8$; 3 — $0,6$; 4 — $0,2$ (расчетные (I) и экспериментальные (II) значения)

ласти изменения размеров стержней примерно по линейному закону.

Намагниченность полых цилиндрических стержней $M_{\text{спц}}$ при $H_{\text{внш}} = H_{\text{спц}}$ и их намагниченность $M_{2\text{спц}}$ при $H_{\text{внш}} = 2H_{\text{спц}}$ (рис. 4) в исследуемой области изменения размеров стержней также увеличиваются с возрастанием λ примерно по линейному закону и существенно меньше аналогичных параметров материала. Так, при $\rho = 0,9$ и $\lambda = 10$ ($N_{\text{спц}}^p = 0,00309$) $M_{\text{спц}} = 1 \cdot 10^5$ А/м по сравнению с $M_c = 2,78 \cdot 10^5$ А/м, а $M_{2\text{спц}} = 2,9 \cdot 10^5$ А/м по сравнению с $M_{2c} = 6,5 \cdot 10^5$ А/м.

Выводы

Предложенная методика позволяет с приемлемой для практических задач точностью рассчитать основную кривую намагничивания полого цилиндрического стержня и ее параметры, такие как $M_{\text{тпц}}$, $\mu_{\text{тпц}}$, $M_{\text{спц}}$ и $M_{2\text{спц}}$, по параметрам основной кривой намагничивания, предельной петли магнитного гистерезиса материала стержней M_s , H_c , M_r , M_c и M_{2c} и по размерам стержня.

Величина $M_{\text{тпц}}$ наименее чувствительна к изменению размеров полого цилиндрического стержня и достигает для тонкостенных стержней ($\rho = 0,9$) величины M_s материала при относительной длине стержня $\lambda = 10$.

Величины $\mu_{\text{тпц}}$, $M_{\text{спц}}$ и $M_{2\text{спц}}$ в области изменения относительной длины λ полых цилиндри-

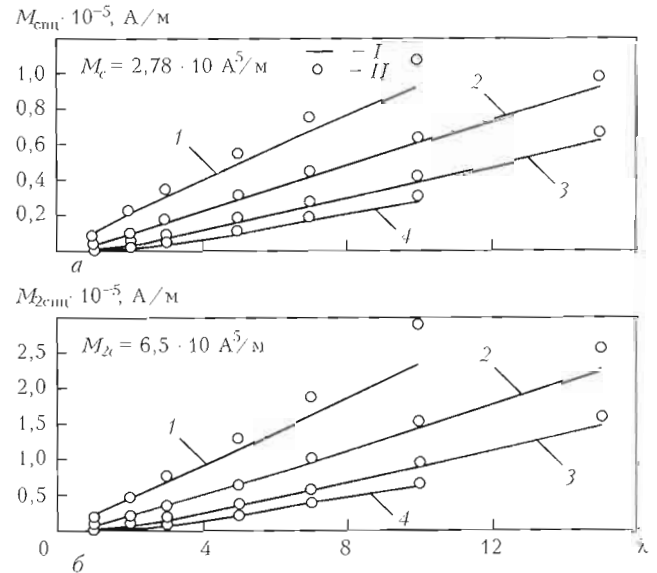


Рис. 4. Зависимость намагниченности $M_{\text{спц}}$ при $H_{\text{внш}} = H_{\text{спц}}$ (а) и намагниченности $M_{2\text{спц}}$ при $H_{\text{внш}} = 2H_{\text{спц}}$ (б) полых цилиндрических стержней от их относительной длины: кривая 1 — $\rho = 0,9$; 2 — $0,8$; 3 — $0,6$; 4 — $0,2$ (расчетные (I) и экспериментальные (II) значения)

ческих стержней от 1 до 15 и соотношения внутреннего и внешнего радиусов ρ от 0,2 до 0,9 увеличиваются с возрастанием λ примерно по линейному закону и более чем в два раза меньше аналогичных параметров материала стержня.

1. Зацепин Н. Н. Аналитическая функция, описывающая ход симметричной петли магнитного гистерезиса // Весті Акадэміі навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. — 1973. — № 4. — С. 29–31.
2. Пономарев Ю. Ф. Гармонический анализ намагниченности ферромагнетиков, перемагничиваемых переменным полем, с учетом магнитного гистерезиса. I. Способ описания петель магнитного гистерезиса // Дефектоскопия. — 1985. — № 6. — С. 61–67.
3. Мельгуй М. А. Формула для описания нелинейных и гистерезисных свойств ферромагнетиков // Там же. — 1987. — № 11. — С. 3–10.
4. Матюк В. Ф., Осипов А. А. Математическая модель намагничивания ферромагнетиков // Доклады НАН Беларуси. — 2004. — Т. 48, № 5. — С. 43–45.
5. Пономарев Ю. Ф. Влияние размагничивающего фактора на гармонические составляющие намагниченности циклически перемагничиваемых ферромагнитных сердечников. I. Расчет // Дефектоскопия. — 1991. — № 5. — С. 61–69.
6. Аркадьев В. К. Электромагнитные процессы в металлах. Ч. 1. — М.-Л.: ОНТИ, 1934. — 230 с.
7. Матюк В. Ф., Осипов А. А., Стрелюхин А. В. Центральный коэффициент размагничивания полых цилиндрических стержней из магнитомягких материалов // Дефектоскопия. — 2007. — № 3. — С. 26–36.
8. Матюк В. Ф., Осипов А. А. Установка УИМХ для измерения магнитных характеристик магнитомягких материалов и изделий // Там же. — 2007. — № 3. — С. 12–25.

Гос. науч. учреждение
«Ин-т прикладн. физики НАН Беларуси»,
Минск

Поступила в редакцию
01.08.2007