

УДК 517.95+518.517+629.735.33-519

## ВИНТОВОЙ ТИП СИММЕТРИИ В ДЕТАЛЯХ МАШИН И ДИЗАЙНЕ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ НА 3D-ПРИНТЕРЕ

<sup>1</sup> Т. И. Шейко, д-р техн. наук[sheyko@ipmach.kharkov.ua](mailto:sheyko@ipmach.kharkov.ua)

ORCID: 0000-0003-3295-5998

<sup>1,2</sup> К. В. Максименко-Шейко,

д-р техн. наук

[m-sh@ipmach.kharkov.ua](mailto:m-sh@ipmach.kharkov.ua)

ORCID: 0000-0002-7064-2442

<sup>3</sup> А. И. Морозова

ORCID: 0000-0002-7082-4115

<sup>1</sup> Институт проблем

машиностроения

им. А. Н. Подгорного

НАН Украины,

61046, Украина, г. Харьков,

ул. Пожарского, 2/10

<sup>2</sup> Харьковский национальный  
университет

имени В. Н. Каразина,

61022, Украина, г. Харьков,

площадь Свободы, 4

<sup>3</sup> Харьковский национальный  
университет

радиоэлектроники,

61166, Украина, г. Харьков,

пр. Науки, 14

Создание математических моделей для реализации 3D-печати представляет значительный интерес, который связан с активным внедрением 3D-печати в различные отрасли промышленности. Достоинства применения 3D-печати: изготовление нестандартных моделей, сокращение времени на создание новых прототипов, простота и значительная дешевизна производства, использование современных сверхпрочных материалов. Изготовление деталей машин с винтовым типом симметрии происходит различными способами, зачастую весьма сложными способами. Это литьё с последующей токарной обработкой, способы горячей деформации, электрофизические и электрохимические способы и др. Весьма перспективным может оказаться их изготовление на 3D-принтере. В данной работе применяется теория R-функций для математического и компьютерного моделирования геометрических объектов с винтовым типом симметрии при реализации технологии 3D-печати. Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Рабочей деталью многих механизмов для продвижения материала вдоль винтовой вращающейся поверхности является шнек. Шнеки используются вместо колес в некоторых видах вездеходов или комбайнов. Они являются незаменимой деталью в экструдерах и на буровых станциях. На крупных предприятиях их используют в качестве средства транспортировки сыпучих веществ. Шнеки незаменимы в пищевой промышленности. Помимо прочего, они используются в стрелковом оружии, где деталь исполняет роль магазина для патронов. В работе построены математические и компьютерные модели шнеков с переменным и постоянным шагом закрутки, реализованные на 3D-принтере. В энергетических установках и других технических устройствах широко используется закрутка потока для организации и интенсификации различных процессов. Закрутка является эффективным средством стабилизации пламени в камерах сгорания газотурбинных двигателей; используется для интенсификации тепло- и массообмена в каналах; в химической, нефтяной, газовой и других отраслях промышленности. Построены математические и компьютерные модели шнекового завихрителя, трубы с локальной закруткой, скрученной трубы сложного поперечного сечения, которые реализованы на 3D-принтере. Осуществлен также процесс построения настольной лампы с дизайнерским оформлением в виде скрученных торов эллиптического сечения.

**Ключевые слова:** теория R-функций, 3D-печать, винтовой тип симметрии, шнек.

### Введение

В настоящее время для создания объемных моделей любых предметов растет популярность использования 3D-принтеров. В основе технологии 3D-печати лежит принцип послойного создания твердой модели. Преимуществами подобных устройств перед обычными способами создания моделей являются высокая скорость, простота и низкая стоимость.

Существуют разные подходы для создания 3D-моделей: 3D-сканирование имеющегося объекта, получение 3D-модели с помощью достаточно широкого спектра программных продуктов, имеющих в арсенале своих библиотек примитивные формы различного вида, и создание 3D-модели с помощью математического аппарата аналитической геометрии. В случаях, когда моделируемый объект существует физически, наиболее удобный способ получения 3D-модели – воспользоваться 3D-сканером. Однако когда моделируемый объект имеет внушительные размеры или не существует вовсе, данный под-

© Т. И. Шейко, К. В. Максименко-Шейко, А. И. Морозова, 2019

ход невозможен. В таких случаях создание 3D-моделей можно реализовать, используя программные продукты. Но и этот метод имеет ряд недостатков, например, ограниченный набор примитивов в библиотечных модулях программ. Здесь особо следует отметить геометрические объекты с винтовым типом симметрии, в сечении которых расположены не классические области, а составленные из известных примитивов [1]. В этих случаях создание математической модели геометрического объекта с помощью аппарата аналитической геометрии является весьма перспективным в области 3D-моделирования. Теория R-функций может оказаться весьма полезной для построения уравнений геометрических объектов в аналитическом виде. Она дает возможность построения сложных суперпозиций и введения в логическую формулу буквенных параметров, позволяющих оперативно и порой существенно изменять форму проектируемого объекта [2–4]. Также удобным является и то, что процесс создания модели происходит поэтапно и есть возможность внести изменения в проектируемую конструкцию.

Таким образом, расширение области применения аппарата теории R-функций для создания математических моделей машиностроительных объектов и реализации печати на 3D-принтере – актуальная научно-техническая задача.

Цель работы заключается в создании математических и компьютерных моделей геометрических объектов с винтовым типом симметрии на основе теории R-функций для реализации технологии 3D-печати.

### Основная часть

В работе были использованы R-операции [2]  $fk \wedge_0 fl = fk + fl - \sqrt{fk^2 + fl^2}$ ;  $fk \vee_0 fl = fk + fl + \sqrt{fk^2 + fl^2}$  и винтовая неортогональная система координат [4]

$$\begin{cases} x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y_1 = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} .$$

При построении уравнений, соответствующих геометрическим объектам с точечной симметрией циклического типа, для сокращения количества R-операций будут использованы результаты следующей теоремы [4].

**Теорема.** Пусть трансляционная область  $\Sigma_0 = [\sigma_0(x, y, z) \geq 0]$  симметрична относительно оси абсцисс, а область  $\Sigma_1 = [\sigma_0(x - r_0, y, z) \geq 0]$  может быть размещена внутри сектора  $-\alpha \leq \theta \leq \alpha$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{n}$ . Области  $\Sigma_k = [\sigma_0(r \cos(\theta - \frac{2\pi k}{n}) - r_0, r \sin(\theta - \frac{2\pi k}{n}), z) \geq 0]$  получены в результате поворота области  $\Sigma_1 = [\sigma_0(x - r_0, y, z) \geq 0]$  в плоскости  $xOy$  вокруг начала координат на углы  $\frac{2\pi k}{n}$ . Тогда уравнение границы  $\partial\Omega$  области  $\Omega = \bigcup_{k=0}^{n-1} \Sigma_k$  имеет вид  $\omega(x, y) \equiv \sigma_0(r \cos \mu(\theta, n) - r_0, r \sin \mu(\theta, n), z) = 0$ , где

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}, \quad \mu(n\theta) = \frac{8}{n\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[ \frac{(2k-1)n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2} .$$

В процессе численной реализации для построения уравнения границы  $\partial\Omega$  с рациональной точностью достаточно количество членов ряда  $k = 5$ .

Кроме того, для построения объекта заданной толщины  $\delta$  использовалось его нормализованное уравнение  $\omega(x, y, z) \geq 0, \frac{\partial \omega}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 1$ . Хорошо известно, что функция  $\omega(x, y, z)$  в окрестности границы  $\partial\Omega$  ведет себя как расстояние до  $\partial\Omega$ . Тогда функция  $\omega_1(x, y, z) = \frac{\delta}{2} - |\omega(x, y, z)| \geq 0$  будет положительна только в пояске шириной  $\delta$ . Использование этого подхода в ряде случаев позволяет существенно сократить количество R-операций, а следовательно, и сократить вычислительный процесс.

Рабочей деталью многих механизмов для продвижения материала вдоль винтовой вращающейся поверхности является шнек. Он представляет собой металлический стержень с винтовой по-

верхностью. Область применения шнеков достаточно широка. Они используются вместо колес в некоторых видах вездеходов или комбайнов. Шнеки являются незаменимой деталью в экструдерах и на буровых станциях. На крупных предприятиях их используют в качестве средства транспортировки сыпучих веществ. Шнеки незаменимы в пищевой промышленности, где они входят в состав прессов для обработки продуктов и являются составной частью любой мясорубки. Помимо прочего, они используются в стрелковом оружии, где деталь исполняет роль магазина для патронов. Изготовление шнеков происходит различными, зачастую весьма сложными способами. Это литьё с последующей токарной обработкой, способы горячей деформации и холодной гибки, сварка и др. Весьма перспективным может оказаться изготовление шнеков на 3D-принтере. Для этого построим математическую и компьютерную модель шнека с переменным и постоянным шагом закрутки (рис. 1).

$$\alpha = \frac{2\pi}{N} z; \begin{cases} xx = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ yy = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}; \text{ при } N = \frac{10/z + 4/(10-z)}{1/z + 1/(10-z)} \text{ (рис. 1, а); при } N = 5 \text{ (рис. 1, б);}$$

при  $N = 3$  (рис. 1, в);

$$f1 = \left( 1 - \frac{xx^2}{0.8^2} - \frac{yy^2}{2.3^2} \right) \wedge_0 z(9-z) \geq 0; \quad fn11 = ((0.8^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 -z(z+4)) \vee_0 f1 \geq 0;$$

$$fn1 = (((2.3^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (4.3+z)(-z-4)) \vee_0 fn11) \wedge_0 (4 - x^2 - y^2) \geq 0;$$

$$fs = (x-0.4) \wedge_0 (-z-2)(z+4) \geq 0; \quad fn = fn1 \wedge_0 -fs \geq 0; \quad fv = (0.3^2 - x^2 - y^2) \wedge_0 (11-z)(z-8) \geq 0;$$

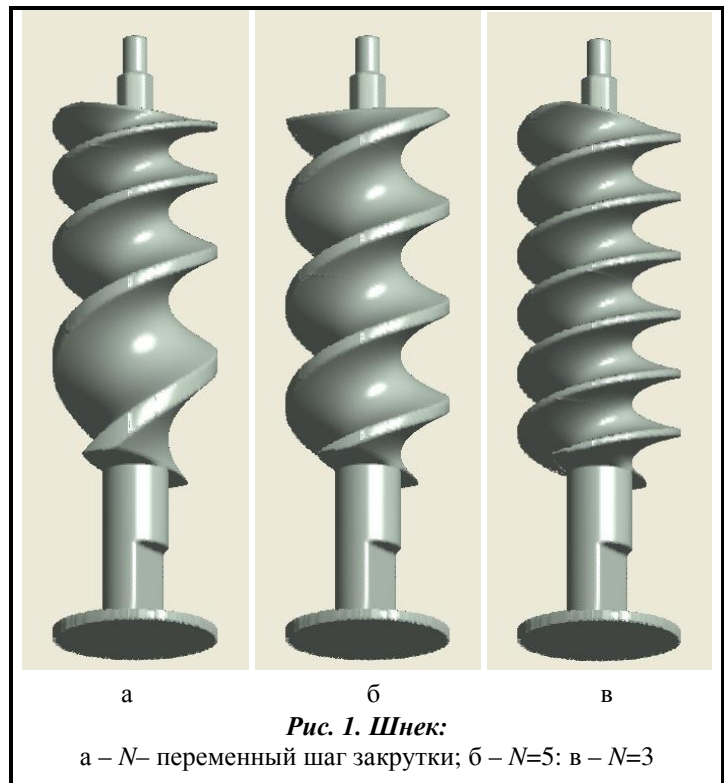
$$f = fn \vee_0 fv \geq 0;$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}; \quad no = 6; \quad ff = \theta \frac{no}{2}; \quad \mu = \frac{8}{no\pi} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$x1 = \rho \cos \mu; \quad f22 = (0.4 - x1) \wedge_0 (10-z)(z-8) \geq 0; \quad W = f \vee_0 f22 \geq 0.$$

В этом случае особый интерес представляет построение переменного шага закрутки в виде непрерывной функции  $N = f(z)$ .

В энергетических установках и других технических устройствах широко используется закрутка потока для организации и интенсификации различных процессов. Закрутка является эффективным средством стабилизации пламени в камерах сгорания газотурбинных двигателей, используется для интенсификации тепло- и массообмена в каналах; в химической, нефтяной, газовой и других отраслях промышленности [1]. Используемые на практике завихрители отличаются по способу и характеру закрутки, по протяженности закручивающего устройства. Рассмотрим шнековый завихритель (рис. 2), трубу с локальной закруткой (рис. 3) и скрученную трубу сложного поперечного сечения (рис. 4), которые были предложены в работе [1].



**Рис. 1. Шнек:**

а –  $N$ – переменный шаг закрутки; б –  $N=5$ ; в –  $N=3$

**Шнековый завихритель**

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg \frac{y}{x}; zz = z - \frac{\theta h}{2\pi}; ff = \frac{\pi}{h} zz; \mu = \frac{4h}{\pi^2} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin[(2k-1)ff]}{(2k-1)^2};$$

$$fp1 = (0.04 - (\rho - 0.8)^2 - \mu^2) / 0.4 \geq 0; fp2 = (1 - x^2 - y^2) / 2 \geq 0; fp3 = (0.36 - x^2 - y^2) / 1.2 \geq 0;$$

$W = fp1 \vee_0 fp3 \geq 0$ . При  $h = 1$  (рис. 2, а); при  $h = 2$  (рис. 2, б).

**Труба с локальной закруткой**

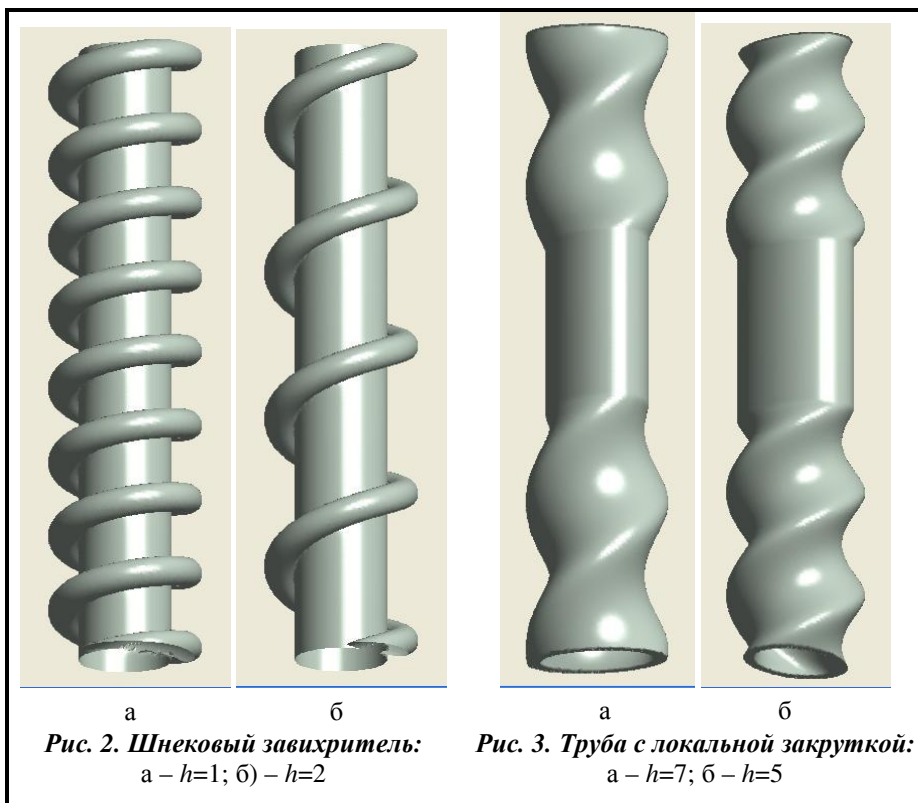
$$a = 1; b = 5; l = 1; fi1 = 2\pi \frac{z}{h}; fi2 = 2\pi \frac{l}{h}; fi3 = 2\pi \frac{z - b + a}{h};$$

$$fi12 = (fi1 + fi2 - abs(fi1 - fi2)) / 2; \alpha = (fi12 + fi3 + abs(fi12 - fi3)) / 2;$$

$$\begin{cases} xx = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ yy = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}; \omega s1 = 1 - xx^2 - \frac{yy^2}{1.5^2} \geq 0; \omega s = 0.2 - |\omega s1| \geq 0;$$

$W = \omega s \wedge_0 (10 - z)(z + 5) \geq 0$ . При  $h = 7$  (рис. 3, а); при  $h = 5$  (рис. 3, б).

Следует отметить, что задание информации в аналитическом виде с использованием буквенных параметров позволяет оперативно вносить изменения в форму исследуемого объекта.



**Рис. 2. Шнековый завихритель:**  
а –  $h=1$ ; б) –  $h=2$

**Рис. 3. Труба с локальной закруткой:**  
а –  $h=7$ ; б –  $h=5$

**Труба сложного поперечного сечения**

$$\alpha = 0; (\alpha = \frac{\pi z}{40}; \alpha = \frac{\pi z}{30}; \alpha = \frac{\pi z}{20});$$

$$\begin{cases} xx = x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ yy = -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases};$$

$$fkv = \frac{10^2 - xx^2}{20} \wedge_0 \frac{10^2 - yy^2}{20} \geq 0; f91 = \frac{16 - xx^2}{8} \geq 0; f92 = \frac{16 - yy^2}{8} \geq 0;$$

$$fr = ro^2 - f91^2 - f92^2 \geq 0; f9 = f91 + f92 + \sqrt{f91^2 + f92^2 + \frac{fr}{8ro^2} (|fr| + fr)} \geq 0;$$

$$f_{11} = f_9 \wedge_0 f_{kv} \geq 0;$$

$$f_{11o} = \left( \frac{4^2 - (xx - 10)^2 - yy^2}{8} \right) \vee_0 \left( \frac{4^2 - (xx + 10)^2 - yy^2}{8} \right) \geq 0;$$

$$f_{12o} = \left( \frac{4^2 - (yy - 10)^2 - xx^2}{8} \right) \vee_0 \left( \frac{4^2 - (yy + 10)^2 - xx^2}{8} \right) \geq 0;$$

$$f_{1o} = f_{11o} \vee_0 f_{12o} \geq 0; f_{1k} = f_{11} \vee_0 f_{1o} \geq 0; f_1 = ht - |f_{1k}| \geq 0;$$

$$W = f_1 \wedge_0 (L^2 - z^2) \geq 0. \text{ (рис. 4).}$$

Следует отметить, что труба приведенного поперечного сечения весьма сложна в изготовлении, особенно при необходимости изменения параметра закрутки. Поэтому целесообразно процесс изготовления предоставить 3D-принтеру. Так как, меняя параметр  $\alpha$ , мы получаем для 3D-реализации трубу с нужным шагом закрутки, то меняя параметры  $ht$  и  $L$ , получим трубу нужной толщины и длины.

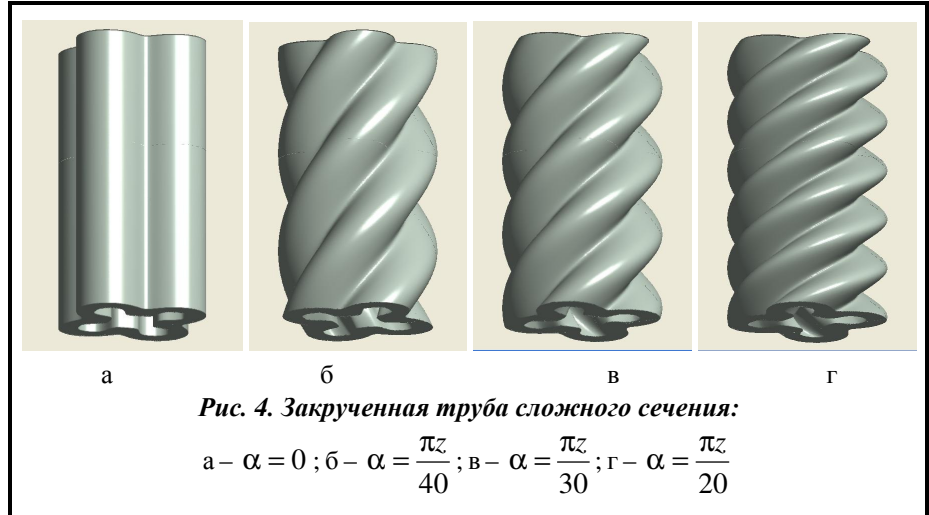


Рис. 4. Закрученная труба сложного сечения:  
 а -  $\alpha = 0$ ; б -  $\alpha = \frac{\pi z}{40}$ ; в -  $\alpha = \frac{\pi z}{30}$ ; г -  $\alpha = \frac{\pi z}{20}$

Рассмотрим процесс построения настольной лампы (рис. 5, б) с дизайнерским оформлением. Лампа состоит из подставки с отверстиями для электропроводов и абажура.

**Подставка**

$$p = 10; xp = x / p; yp = y / p; zp = z / p; f_1 = \frac{p}{19} (9.5^2 - xp^2 - yp^2 - (zp + 8)^2) \geq 0;$$

$$R = 4; N = 10; \alpha = \arctg \frac{yp}{xp}; X1 = \sqrt{xp^2 + yp^2} - R; f_2 = zp; zn = f_2 - 1;$$

$$\begin{cases} XX = X1 \cos \alpha + zn \sin \alpha \\ ZZ = -X1 \sin \alpha + zn \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} XX2 = X1 \cos \alpha - zn \sin \alpha \\ ZZ2 = X1 \sin \alpha + zn \cos \alpha \end{cases}$$

$$t1 = 1 - \frac{XX^2}{0.04} - \frac{ZZ^2}{0.25} \geq 0; t2 = 1 - \frac{XX2^2}{0.04} - \frac{ZZ2^2}{0.25} \geq 0; tor = t1 \vee_0 t2 \geq 0;$$

$$\omega_{podn} = (f_1 \wedge_0 f_2) \vee_0 tor \geq 0; \text{ (рис. 5, а);}$$

$$\begin{cases} xx = xp \cos \alpha 1 + yp \sin \alpha 1 \\ yy = -xp \sin \alpha 1 + yp \cos \alpha 1 \end{cases} \quad \begin{cases} xx1 = xp \cos \alpha 1 - yp \sin \alpha 1 \\ yy1 = xp \sin \alpha 1 + yp \cos \alpha 1 \end{cases} \quad \alpha 1 = \frac{\pi}{2} zp;$$

$$f_{31} = 1 - xx^2 - \frac{yy^2}{0.25} \geq 0; f_{32} = 1 - xx1^2 - \frac{yy1^2}{0.25} \geq 0; f_3 = f_{31} \vee_0 f_{32} \geq 0; f_4 = f_2(7 - zp) \geq 0;$$

$$\omega_n = f_3 \wedge_0 f_4 \geq 0; \omega_{pod} = \omega_{podn} \vee_0 \omega_n \geq 0; \text{ (рис. 5, б);}$$

$$stt = (0.4^2 - xp^2 - yp^2) \wedge_0 (8 - zp)(zp - 6) \geq 0; \omega_{shnur1} = (0.2^2 - xp^2 - yp^2) \wedge_0 (yp + 0.2) \geq 0;$$

$$\omega_{shnur} = (xp^2 + yp^2 - 0.2^2) \wedge_0 -\omega_{shnur1} \geq 0;$$

$$\omega_{podst} = (\omega_{pod} \vee_0 stt) \vee_0 \omega_{shnur} \geq 0; \text{ (рис. 5, в).}$$

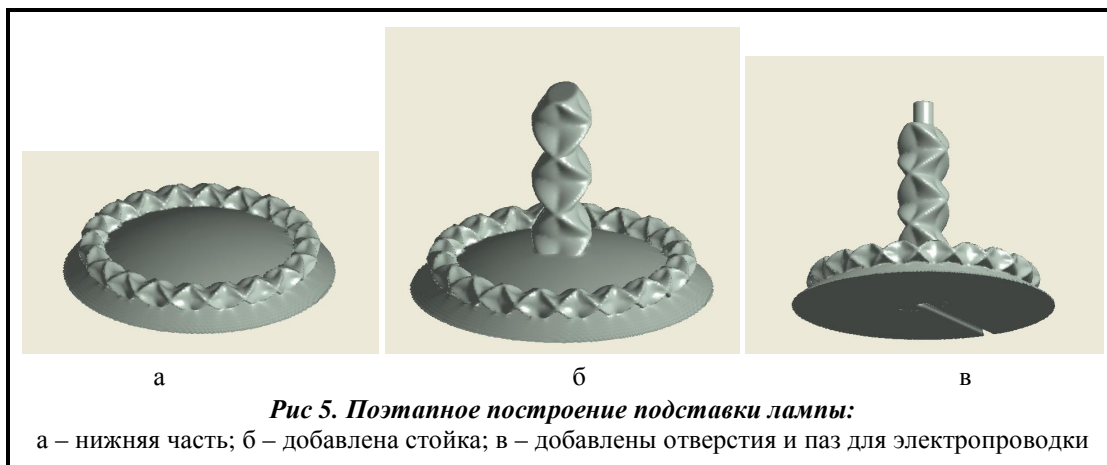


Рис 5. Поэтапное построение подставки лампы:

а – нижняя часть; б – добавлена стойка; в – добавлены отверстия и паз для электропроводки

**Абажур**

$$f5 = 2 - \left| \frac{P}{9} (4.5^2) - xp^2 - yp^2 - (zp - 6.5)^2 \right| \geq 0; f6 = zp - 6.5 \geq 0; \omega aa = f5 \wedge_0 f6 \geq 0;$$

$$Ra = 4.8; Na = 10; \alpha a = \arctg \frac{yp}{xp}; X1a = \sqrt{xp^2 + yp^2} - Ra; za = zp - 7.3;$$

$$\begin{cases} XXa = X1a \cos \alpha a + za \sin \alpha a \\ ZZa = -X1a \sin \alpha a + za \cos \alpha a \end{cases} \quad \begin{cases} XX2a = X1a \cos \alpha a - za \sin \alpha a \\ ZZ2a = X1a \sin \alpha a + za \cos \alpha a \end{cases}$$

$$t1a = 1 - \frac{XXa^2}{0.04} - \frac{ZZa^2}{0.25} \geq 0; t2a = 1 - \frac{XX2a^2}{0.04} - \frac{ZZ2a^2}{0.25} \geq 0; tora = t1a \vee_0 t2a \geq 0;$$

$$\omega a = \omega aa \vee_0 tora \geq 0; \text{ (рис. 6, а);}$$

$$fd = (0.5^2 - xp^2) \vee_0 (0.5^2 - yp^2) \geq 0;$$

$$fbl = (0.1 - |7 - zp|) \wedge_0 \left( \frac{P}{9} (4.5^2 - xp^2 - yp^2 - (zp - 6.5)^2) \right) \geq 0;$$

$$\omega per = (fd \wedge_0 fbl) \wedge_0 (xp^2 + yp^2 - 0.5^2) \geq 0;$$

$$\omega abaj = \omega a \vee_0 \omega per \geq 0; \text{ (рис. 6, б);}$$

$$\omega lampa = \omega abaj \vee_0 \omega podst \geq 0. \text{ (рис. 6, в).}$$

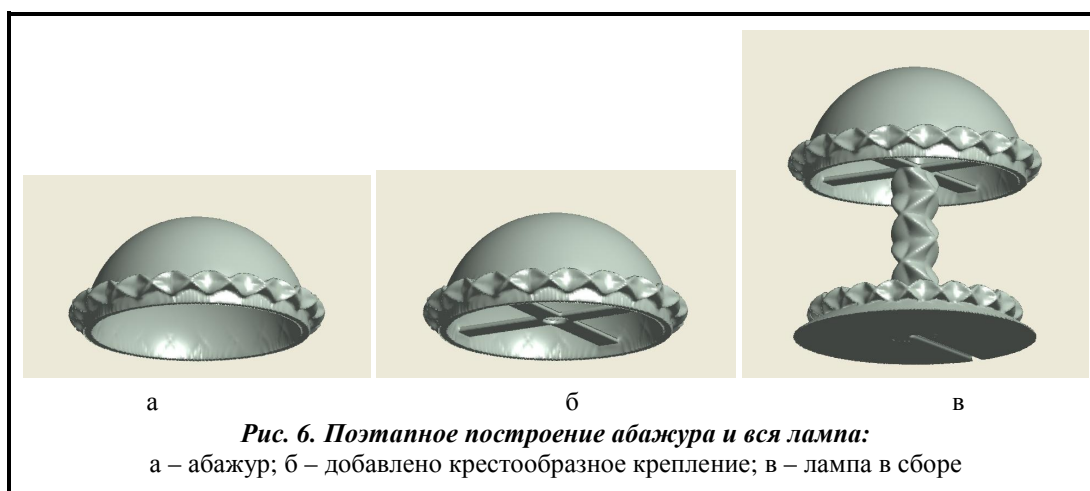
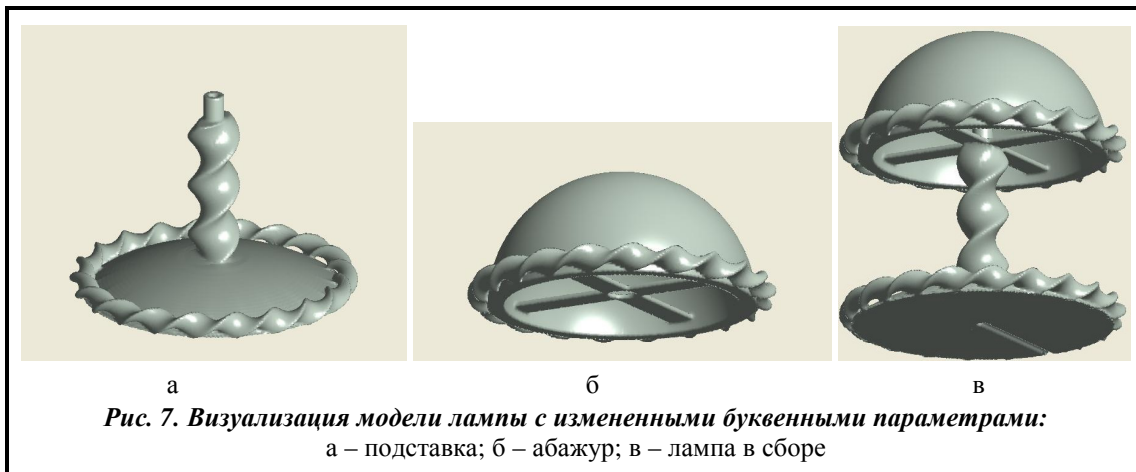


Рис 6. Поэтапное построение абажура и вся лампа:

а – абажур; б – добавлено крестообразное крепление; в – лампа в сборе

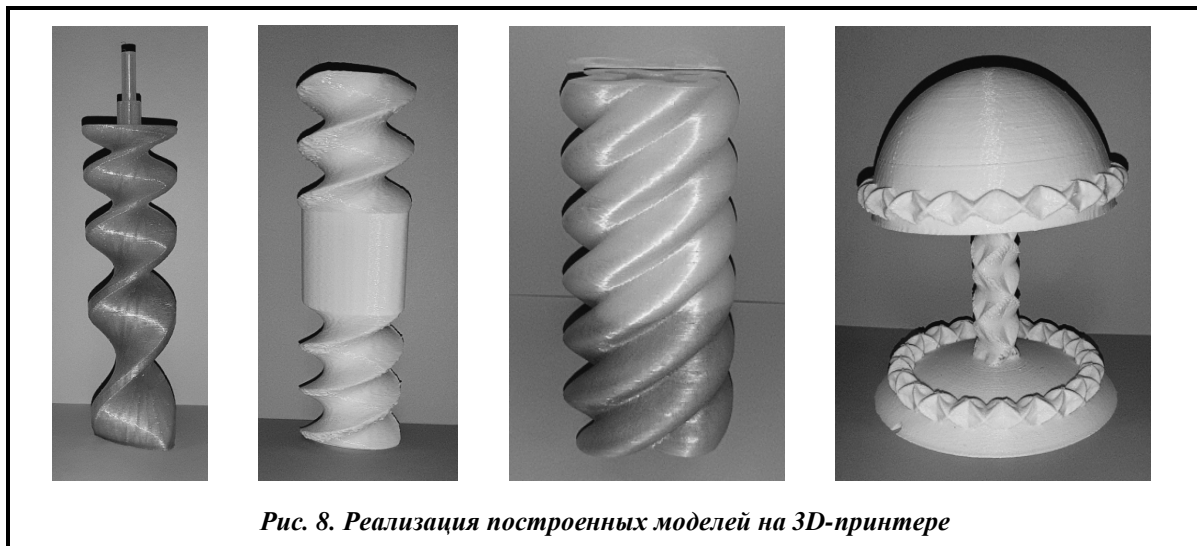
Изменив значения буквенных параметров  $R, Ra, zn, za$  и положив  $t2 = 0, t2a = 0, f32 = 0$ , получим оформление лампы с узором, изображенное на рис. 7.





*Рис. 7. Визуализация модели лампы с измененными буквенными параметрами:  
а – подставка; б – абажур; в – лампа в сборе*

Таким образом, можно менять любые размеры, характеризующие данный объект. Визуализация всех построенных моделей проводилась при помощи программы RFPReview [5, 6]. На рис. 8 приведены модели, реализованные на 3D-принтере.



*Рис. 8. Реализация построенных моделей на 3D-принтере*

Построенные математические модели реализованы на 3D-принтере Anet A8, работающем по технологии FDM. Эта технология является самой недорогой и доступной. В качестве главных её недостатков следует отметить возможность использования для печати только пластика, а также чувствительность к перепадам температур, растекание пластика и необходимость организации поддерживающих структур. Применение иных, более совершенных технологий 3D-печати (например SLS – селективное лазерное спекание, в которой в качестве сырья могут использоваться нейлон, стекло, пластик, керамика, различные металлы в виде порошка), позволит улучшить внешний вид изделий и их прочностные характеристики.

### **Выводы**

Создание математических моделей для реализации 3D-печати представляет значительный интерес, который связан с активным внедрением 3D-печати в различные отрасли промышленности. Достоинства применения 3D-печати очевидны – это изготовление нестандартных моделей, сокращение времени на создание новых прототипов и сокращение времени ремонта, простота и значительная дешевизна производства, использование современных сверхпрочных материалов. В данной работе создан общий подход к построению математических и компьютерных моделей геометрических объектов с винтовым типом симметрии на основе теории R-функций. Изменяя закон закручивания, мы меняем лишь вид функции  $\alpha$  в соответствующем преобразовании координат. Достоверность полу-

ченных результатов, их адекватность проектируемым объектам подтверждается визуализацией как в условиях эксплуатации программы RFPreview, так и реализацией на 3D-принтере.

Аналитическая запись проектируемых объектов дает возможность использовать буквенные геометрические параметры, сложные суперпозиции функций, что, в свою очередь, позволяет оперативно изменять их конструктивные элементы. Свойство положительности построенных функций во внутренних точках объекта весьма удобно для реализации 3D-печати.

### Литература

1. Халатов А. А., Авраменко А. А., Шевчук И. В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: в 4-х т. Т. 3. Закрученные потоки. – Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 2000. 476 с.
2. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
3. Rvachev V. L., Sheiko T. I. R-functions in boundary value problems in mechanics. *Appl. Mech. Reviews*. 1995. Vol. 48. № 4. P. 151–188. <https://doi.org/10.1115/1.3005099>
4. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.
5. Литвинова Ю. С., Максименко-Шейко К. В., Шейко Т. И., Толок А. В. Аналитическая идентификация машиностроительных деталей с помощью R-функций. *Информ. технологии в проектировании и производстве*. 2016. №1 (161). С. 38–44.
6. Лисин Д. А., Максименко-Шейко К. В., Толок А. В., Шейко Т. И. R-функции в компьютерном моделировании дизайна 3D-поверхности автомобиля. *Прикл. информатика*. 2011. №6 (36). С. 78–85.

*Поступила в редакцию 31.01.2019*