УДК 533.9

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ И В ПОЛЕ ВОЛНЫ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ АМПЛИТУДОЙ

В.А. Буц, В.В. Кузьмин
Национальный Научный Центр «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина
E-mail: vbuts@kipt.kharkov.ua

Изложены результаты исследования динамики частиц в постоянном магнитном поле и в поле волны, амплитуда которой меняется с заданной частотой. Показано, что если частота внешней модуляции амплитуды волны будет близка к удвоенной частоте баунс-колебаний захваченных полем волны частиц, то возникают условия для реализации параметрической неустойчивости. Показано, что если частота модуляции амплитуды волны значительно превосходит частоту баунс-колебаний частиц, то неустойчивая седловая точка может стать устойчивой. Обсуждаются возможные следствия этих особенностей динамики частиц.

ВВЕДЕНИЕ

В наших предыдущих исследованиях была исследована динамика частиц в постоянном магнитном поле и в поле электромагнитной волны с фиксированной амплитудой или в поле волны, амплитуда которой менялась самосогласованно с динамикой частиц (см. [1-3]). В последнем случае, амплитуда волны на начальном этапе возрастала и далее периодически менялась с низкой частотой, которая по порядку величины совпадала с инкрементом пучковой неустойчивости. Нами также ранее было показано, что наличие такой модуляции всегда приводило к развитию стохастической неустойчивости динамики частиц [4].

В настоящей работе мы сообщаем о результатах исследований динамики частиц в постоянном магнитном поле и в поле волны, амплитуда которой меняется с заданной частотой. При этом показано, что если частота внешней модуляции амплитуды волны будет близка к удвоенной частоте баунс-колебаний захваченных полем волны частиц, то возникают условия для реализации параметрической неустойчивости. Энергия захваченных частиц при этом растет. Причем, быстрее набирают энергию те частицы, которые находятся вблизи особой точки типа «центр». Для этих частиц условия параметрического резонанса выполняются более строго. Частицы, расположенные дальше от точки типа «центр», набирают энергию медленнее. В конечном счете, все частицы, захваченные полем волны, набирают энергию и сосредоточиваются в окрестности сепаратрисы. В этом случае они, по своим параметрам, уже вышли из условий параметрического резонанса, и модуляция амплитуды волны на них практически не действует. Таким образом, внешняя модуляция амплитуды волны с частотой, которая близка к удвоенной частоте баунс-колебаний частиц, приводит к росту энергии частиц. Следует, однако, отметить, что группировка частиц вблизи сепаратрисы может приводить к нетривиальной и неожиданной динамике последних. Достаточно упомянуть, что при наличии даже незначительного внешнего возмущения сепаратриса расщепляется. Динамика частиц при этом становится хаотической. Численные исследования полностью подтвердили описанную динамику частиц.

Если частота модуляции амплитуды волны значительно превосходит частоту баунс-колебаний частиц, то на фазовом портрете появляются новые особые точки. В частности, показано, что неустойчивая седловая точка может стать устойчивой. Эта особенность аналогична особенности маятника Капицы (маятника с перевернутым подвесом). Наличие дополнительных устойчивых точек может приводить к существенному изменению всей динамики частиц в поле волны, в частности, к образованию дополнительных сгустков. Эти сгустки будут соответствовать тем частицам, которые попали в окрестность этих устойчивых особых точек.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ

Рассмотрим движение заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны с произвольной поляризацией при наличии постоянного магнитного поля $\vec{H}_0$, которое имеет компоненты $\vec{H}_0 = \{0, 0, H_{0z}\}$. Компоненты электрических и магнитных полей такой волны можно представить в виде:

$$\vec{E} = \mathrm{Re}(\vec{E}_0(t) \cdot e^{i\psi}),\ \vec{H} = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{k_0}\left[\vec{k}\vec{E}\right]\right), \qquad (1)$$

где $\psi \equiv \omega t - \vec{k}\vec{r}$, $\vec{E}_0(t) = \vec{\alpha} \cdot E_0(t)$; $\alpha = \{\alpha_x, i\alpha_y, \alpha_z\}$ – вектор поляризации волны; $k_0 = \omega / c$; ω, $\vec{k}$ – частота и волновой вектор волны. Уравнение движения

$$\dot{\vec{P}} = \left(1 - \frac{\vec{k}\vec{p}}{\gamma}\right)\mathrm{Re}\left(\vec{\varepsilon} e^{i\Psi}\right) + \frac{\omega_H}{\gamma}\left[\vec{p}\vec{e}\right] + \frac{\vec{k}}{\gamma}\mathrm{Re}\left(\vec{p}\vec{\varepsilon}\right)e^{i\psi}; \qquad (2)$$
$$\dot{\vec{r}} = \vec{p}/\gamma;\ \dot{\psi} = \vec{k}\vec{p}/\gamma - 1,$$

где

$$\tau \equiv \omega t,\ \ \vec{e} \equiv \vec{H}/H_0,\ \omega_H \equiv eH_0 / mc\omega,$$
$$\psi = \vec{k}\vec{r} - \tau,\ \mathbf{E} = eE_0 / mc\omega.$$

Ниже мы будем рассматривать наиболее простую структуру поля электромагнитной волны:

$$\vec{E} = \{0, E_y, 0\},\ \vec{H} = \{0, 0, H_Z\},\ \vec{k} = \{k_x, 0, 0\}.$$

Такая структура разрешает записать уравнение движения в наиболее простом виде, сохраняя при этом все особенности, необходимые для иллюстрации параметрических процессов.

Если амплитуда волны не изменяется во времени, то такая система уравнений была нами изучена ранее [2] (см. также [5]). Ниже мы учтем тот факт, что амплитуда волны изменяется во времени. Однако будем считать, что это изменение очень медленное, т.е. частота модуляции амплитуды значительно меньше, чем частота волны и частота вращения частиц во внешнем постоянном магнитном поле. Можно показать, что учитывая факт медленного изменения амплитуды, укороченные уравнения, которые описывают динамику частиц в окрестности изолированного циклотронного резонанса, могут быть приведены к такому виду:

$$\dot{p}_\perp = \frac{1}{p_\perp}\left(1-k_z v_z\right) W_s \cdot \varepsilon_0 \cos\theta_s; \quad \dot{p}_z = \frac{1}{\gamma} k_z W_s \varepsilon_0 \cos\theta_s;$$
$$\dot{\theta}_s = \Delta_s \equiv k_z v_z + s\frac{\omega_H}{\gamma} - 1; \quad \dot{\gamma} = \frac{\varepsilon_0}{\gamma} W_s \cdot \cos\theta_s, \tag{4}$$

где $\varepsilon_0(t) = eE_0(t)/mc$ – параметр силы волны, который зависит от времени;

$$W_s \equiv \alpha_x p_\perp \frac{s}{\mu} J_s - \alpha_y p_\perp J_s' + \alpha_z p_z J_s, \quad \mu \equiv k_x p_\perp / \omega_H .$$

Уравнения (4) отличаются от тех, что приведены, например в [2], тем, что параметр силы волны есть функция, зависящая от времени.

Рассмотрим наиболее простую конфигурацию полей, в которой уже может реализоваться параметрическое ускорение частиц. Такой конфигурацией является линейно поляризованная волна, которая распространяется перпендикулярно к направлению внешнего магнитного поля. Будем считать, что взаимодействие внешней электромагнитной волны с заряженными частицами происходит в условиях первого циклотронного резонанса, т.е. мы имеем такие значения компонент волнового вектора, вектора поляризации и параметра W_1:

$$k_x = 1, \ \ k_z = k_y = 0,$$
$$s = 1\ (\gamma_0 = \omega_H), \ \ \alpha_x = \alpha_z = 0, \ \ \alpha_y = 1,$$
$$W_1 = -p_\perp J_1' .$$

Во всех случаях, которые имеют реальный интерес, параметр силы волны мал ($\varepsilon << 1$). При этом прирост энергии частиц будет также малым, поэтому выражение для энергии частиц можно представить в таком виде: $\gamma = \gamma_0 + \tilde{\gamma}, \ \ \tilde{\gamma} << \gamma_0$.

$$\ddot{\theta} + \Omega^2(t) \cdot \sin(\theta) = 0, \tag{5}$$

где $\Omega^2 = W \cdot \varepsilon_0(t)/\gamma_0^2$ – квадрат баунс-частоты.

В нашем случае баунс-частота зависит от времени. Если эту зависимость можно представить в виде $\varepsilon_0 = \varepsilon\left[1 + q\cos(2\Omega)\right]$, где $q << 1$, то уравнение (5) для малых углов ($\theta << 1$) является ничем другим, как уравнением Матье. При этом угловая переменная будет экспоненциально возрастать со временем. Как следствие, будет возрастать со временем и энергия частиц.

Следует заметить, что именно те частицы, которые находятся в области малых значений переменной θ, соответствуют тем частицам, которые не будут ускоряться за счет циклотронного резонанса. Заметим также, что частицы, которые будут наименее эффективно ускоряться за счет циклотронного резонанса, будут находиться в окрестности сепаратрисы ($\theta \le \pi$). Баунс-частота таких частиц будет значительно меньше, чем баунс-частота частиц, которые находятся в центре циклотронного резонанса. При этом параметрический резонанс на эти частицы практически не действует.

Численное исследование системы уравнений (4) полностью подтверждает аналитические оценки. На Рис.1 и 2 представлены характерные результаты исследования зависимости энергии частиц от времени и фазовый портрет движения частиц. Исследовались частицы, которые сначала находились не очень далеко от особой точки $\gamma = 1{,}33$, $\theta = 15$.

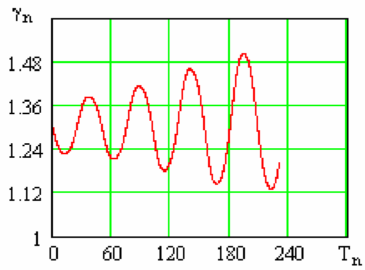

Рис.1.

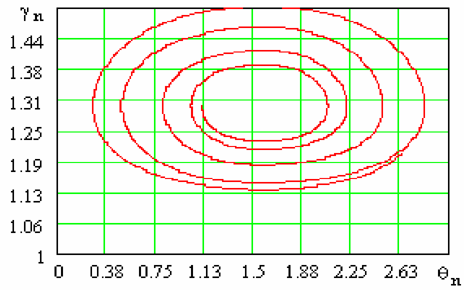

Рис.2.

Частота модуляции амплитуды внешней электромагнитной волны выбиралась такой, чтобы равнялась удвоенной баунс-частоте захваченных в резонанс частиц. Из этих рисунков можно видеть, что энергия частиц со временем растет.

Таким образом, используя условия параметрического резонанса, можно значительно изменить энергию заряженных частиц в условиях циклотронного резонанса.

Если частота внешней силы будет существенно превосходить баунс-частоту, то можно ожидать существенного изменения вида фазового портрета. Наиболее важным при этом является появление новых стационарных устойчивых точек. Для нахождения условий появления таких точек проще всего привести уравнение (5) к виду, которое изучалось, например, в [6]:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \lambda\frac{d\theta}{dt} + \frac{g - a\omega^2 \sin\omega t}{l}\sin\theta = 0, \tag{6}$$

где $g/l = \omega_0^2$, $a/l \equiv \varepsilon \ll 1$, λ – коэффициент затухания, $\left(g - a\omega^2 \sin\omega t\right)/l = \Omega^2(t)$.

В таком виде это уравнение отличается от уравнения (5) только наличием слабого затухания и конкретизацией вида зависимости амплитуды волны от времени. Перейдем к безразмерному времени $\tau = \omega t$ и введем коэффициенты:

$$b = \frac{\omega_0}{\omega}\frac{l}{a} < 1\,, \quad \alpha = \frac{\lambda}{2\omega_0} b \ll 1\,, \frac{\lambda}{\omega} = 2\alpha\varepsilon, \; \frac{g}{l\omega^2} = b^2\varepsilon^2\,.$$

В этих переменных уравнение (6) примет вид:

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2\alpha\varepsilon\frac{d\theta}{d\tau} + \left(b^2\varepsilon^2 - \varepsilon\sin\tau\right)\sin\theta = 0\,. \quad (7)$$

Аналитические исследования уравнения (7) (см., например, [6]) показывают, что при наличии достаточно высокой частоты модуляции неустойчивые точки могут стать устойчивыми. В качестве примера для нашего случая, в отсутствие модуляции и затухания ($\lambda = \varepsilon = 0$) точка ($\theta = \pi, \dot{\theta} = 0$) является неустойчивой седловой точкой. Однако при выполнении условия $\omega \cdot \varepsilon > \left(\sqrt{2} \cdot \omega_0\right)$ эта неустойчивая точка становится устойчивой. Физически это условие означает, что, несмотря на малую глубину модуляции амплитуды волны, при достаточно высокой частоте этой модуляции неустойчивая точка становится устойчивой. Уравнение (7) исследовалось численно. Во всех случаях было получено хорошее согласие аналитических и численных результатов.

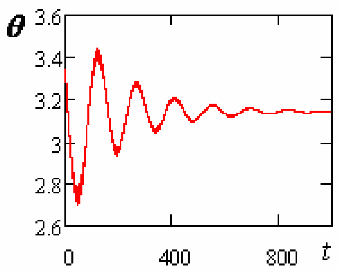

Рис.3.

В качестве примера на Рис.3 представлена временная динамика угловой переменной θ. Данная зависимость была построена при следующих значениях параметров: $\varepsilon = 0.1$, $b = 0.55$, $2 \cdot \alpha \cdot \varepsilon = 0.01$. Для нашего случая это означает, что глубина модуляции амплитуды составляет 0,1, а частота модуляции примерно в 20 раз превосходит частоту баунс-колебаний захваченных частиц. Из Рис.3 видно, что область захвата по переменной θ достаточно большая.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, наличие модуляции амплитуды волны, в поле которой движутся частицы при циклотронных резонансах, может существенно изменить динамику этих частиц. Наиболее важным при этом является тот факт, что открывается возможность управления видом функции распределения захваченных частиц. Следует заметить, что аналогичные результаты будут иметь место и при других механизмах резонансного взаимодействия заряженных частиц с полем электромагнитных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Балакирев, В.А. Буц, А.П. Толстолужский, Ю.А. Туркин. Хаотизация движения пучка сфазированных осцилляторов // *ЖЭТФ.* 1983, т.84, в.4, с.1279-1289. Англ. 741-745.
2. В.А. Балакирев, В.А. Буц, А.П. Толстолужский, Ю.А. Туркин. Динамика движения заряженных частиц в поле двух электромагнитных волн // *ЖЭТФ.* 1989, т.95, в.4, с.1231-1245. Англ. 710-717.
3. В.А. Буц, О.В. Мануйленко, К.Н. Степанов, А.П. Толстолужский. Хаотическая динамика заряженных частиц при взаимодействии типа волна-частица и хаотическая динамика волн при слабонелинейном взаимодействии типа волна-волна // *Физика плазмы.* 1994, т.20, № 9, с.794-801.
4. В.О. Буц, О.В. Мануйленко, О.П. Толстолужський. Стохастизація коливань в плазмово-пучковій системі під дією зовнішнього монохроматичного поля // *УФЖ.* 1994, т.39, № 4, с.429-433.
5. В.А. Буц. Мазеры на циклотронном резонансе // *Успехи современной радиоэлектроники.* 2004, №8, с.13-34.
6. Ю.А. Митропольский. *Метод усреднения в нелинейной механике.* Киев: «Наукова думка», 1971, с.440.

Статья поступила в редакцию 22.09.2009 г.

FEATURES OF DYNAMICS OF THE CHARGED PARTICLES IN CONSTANT MAGNETIC FIELD ANT IN A FIELD OF A WAVE WITH VARYING AMPLITUDE

V.A. Buts, V.V. Kuzmin

The results of researchers of dynamics of particles in a constant magnetic field and in a field of a wave, which amplitude varies with the given frequency are stated. It is shown, that if the frequency of external modulation will be close to the double of bauns-frequence of particles, which are seized by a field of wave, then the parametrical instability arise. It is shown, that if the frequency of modulation considerably surpasses bauns-frequence of particles, unstable sedl point can become stable. The possible consequences of these features of dynamics of particles are discussed.

ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІКИ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТОК В ПОСТІЙНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ТА В ПОЛІ ХВИЛІ ЗІ ЗМІННОЮ АМПЛІТУДОЮ

В.О. Буц, В.В. Кузьмін

Викладені результати досліджень динаміки часток у постійному магнітному полі та в полі хвилі, амплітуда якої змінюється з заданою частотою. Доведено, якщо частота зовнішньої модуляції амплітуди хвилі буде близька до подвійної частоти баунс-коливань захоплених полем хвилі часток, то виникають умови для реалізації параметричної нестійкості. Також доведено, якщо частота модуляції амплітуди хвилі значно перевищує частоту баунс-коливань часток, то нестійка сідлова точка може стати стійкою. Обговорюються можливі наслідки таких особливостей динаміки часток.