

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРОДОЛЬНОЙ МИКРОВОЛНОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ИНТЕНСИВНЫХ ИОННЫХ ПУЧКОВ НА ПОПЕРЕЧНУЮ ДИНАМИКУ ЧАСТИЦ В ЦИКЛИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

В.А. Моисеев

Институт ядерных исследований Российской академии наук, Москва, Россия

E-mail: moiseev@inr.ru

При развитии микроволновой продольной неустойчивости в циркулирующих интенсивных пучках возникают регулярные уплотнения в продольной плотности частиц и, как следствие, локальные электрические поля с характерными размерами, меньшими длины циркулирующего сгустка. Результатом являются локальные регулярные изменения распределения частиц по продольному импульсу, что приводит на дисперсионных участках установки к перераспределению частиц в поперечном фазовом пространстве. Представлен алгоритм моделирования данного процесса в ионных пучках. Данный алгоритм применен для исследования влияния развивающейся продольной микроволновой неустойчивости на поперечную динамику частиц в сильноточном накопителе протонов ИЯИ РАН.

1. ВВЕДЕНИЕ

При изменении продольного импульса частицы на участках кольцевых установок с ненулевой дисперсионной функцией происходит смещение замкнутой равновесной орбиты, около которой частица совершает бегатронные колебания. Изменение импульса может происходить как резко, на мишенях и ВЧ-станциях, так и плавно. Примером последнего процесса является движение частиц в интенсивном циркулирующем ионном пучке при наличии продольной микроволновой неустойчивости. Основные характерные этапы данного процесса:

- при развитии микроволновой продольной неустойчивости формируются регулярные уплотнения продольного распределения частиц с характерными размерами, значительно меньшими длины циркулирующего сгустка;
- в местах локализации уплотнений возникают продольные электрические поля, пропорциональные азимутальной плотности частиц;
- электрические поля приводят к локальным регулярным изменениям распределения частиц по продольному импульсу;
- на дисперсионных участках установки для частиц с изменяющимся продольным импульсом происходит смещение равновесных орбит и, как следствие, перераспределение частиц в поперечном фазовом пространстве.

Результатом влияния продольной микроволновой неустойчивости на перераспределение частиц в поперечном фазовом пространстве могут стать значительные потери циркулирующего сгустка.

2. ХАРАКТЕРНЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ

Разработана модель исследования воздействия микроволновой продольной неустойчивости на динамику частиц в поперечном фазовом пространстве. Условия моделирования:

- применение для ионных пучков, когда характерно значительное превышение продольных размеров сгустка над поперечными;

- изменение энергии частиц за период обращения в установке много меньше номинального значения энергии циркулирующего пучка;
- постоянная времени развития продольной микроволновой неустойчивости много больше периода обращения частиц;
- незначительное изменение продольного импульса частиц за период обращения в установке, связанное с развитием продольной микроволновой неустойчивости.

Основные положения модели:

- продольная динамика частиц является базовой и не зависит от поперечной динамики;
- поперечная динамика частиц рассчитывается после моделирования продольной динамики на каждом обороте сгустка в установке.

2.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Для исследования продольного движения группы модельных частиц используется стандартный метод, основанный на следующих процедурах на каждом временном шаге [1]:

- Фурье-анализ продольной плотности пучка;
- применение импедансной модели взаимодействия каждой гармоники плотности пучка с камерой установки:

$$Z(\omega) = Z_{SC}(\omega) + Z_{RW}(\omega) + Z_{BB}(\omega) \quad (1)$$

где ω – циклическая частота Фурье-спектра; $Z_{SC}(\omega)$ – импеданс пространственного заряда циркулирующего сгустка; $Z_{RW}(\omega)$, $Z_{BB}(\omega)$ – резистивный и широкополосный импедансы камеры установки соответственно;

- расчет продольного электрического поля:

$$E_z(\theta) = -\frac{q\omega_0}{L_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \rho_n Z(n\omega_0) e^{in\theta} \quad (2)$$

где ω_0 – циклическая частота обращения сгустка в установке; n – номер гармоники частоты обращения

ния; ρ_n – амплитуда n -й гармоники продольной плотности частиц в сгустке; θ – азимутальная координата вдоль установки, отсчитываемая от фиксированной точки внутри сгустка; L_0 – периметр установки. Формула (2) предполагает, что все гармоники электромагнитного поля и продольной плотности частиц имеют фазовую скорость, практически равную скорости обращения сгустка [1];

- решение уравнений движения каждой частицы:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 \delta \eta, \quad \left(\delta = \frac{\Delta p}{p_0}, \quad \eta = \frac{p_0}{\omega_0} \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta p} \right), \quad (3)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{qE_z(\theta)}{c\beta\gamma m_0}, \quad (4)$$

где q, m_0 – заряд и масса покоя частиц в установке, β, γ – их относительная скорость и релятивистский фактор.

2.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ

Основное предположение при моделировании поперечной динамики частиц: изменение продольного импульса любой частицы из-за взаимодействия с коллективным электромагнитным полем пучка за период обращения в установке происходит равномерно и удовлетворяет условию:

$$\Delta \bar{p}_{L_0} \ll \Delta p_{\max} \ll p_0, \quad (5)$$

где p_0 – номинальный продольный импульс сгустка в исследуемый момент времени; Δp_{\max} – максимальное изменение продольного импульса частицы за полное время циркуляции.

Для моделирования используется матричный аппарат для переменных $(\xi, \xi', \delta, \chi)$, где ξ и ξ' – координата и угловая расходимость частицы в горизонтальной или вертикальной плоскостях. Переменная χ определяется соотношением:

$$\chi = \Delta \bar{p}_L / (p_0 L), \quad (6)$$

где $\Delta \bar{p}_L$ – изменение продольного импульса тестовой частицы на длине $L \leq L_0$.

Матрицы передачи наиболее распространенных элементов структуры циклических установок [2] в первом порядке по δ :

секторный магнит в плоскости поворота: траектория частицы описывается дифференциальным уравнением [4]:

$$x'' + \frac{1-n_m}{\rho^2} x = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p(s)}{p_0},$$

$$\Delta p(s) = \Delta p(s_0) + p_0 \chi \Delta s,$$

где ρ – радиус поворота центральной траектории в секторном магнитном поле; n_m – показатель спада поля в магните; s_0 – продольная координата входа в магнит; s – продольная координата; $\Delta s = s - s_0$.

После интегрирования данного уравнения получим следующее выражение полной матрицы передачи секторного магнита в плоскости поворота:

$$M = \begin{pmatrix} \cos \phi & \frac{\sin \phi}{\sqrt{K}} & \frac{(1-\cos \phi)}{\rho K} & \frac{L_m}{\rho K} \left(1 - \frac{\sin \phi}{\phi} \right) \\ -\sqrt{K} \sin \phi & \cos \phi & \frac{\sin \phi}{\rho \sqrt{K}} & \frac{(1-\cos \phi)}{\rho K} \\ 0 & 0 & 1 & L_m \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где L_m – длина центральной траектории в секторном магните; $\phi = \sqrt{K} \cdot L_m$; $K = (1-n_m)/\rho^2 > 0$;

- элементы без хроматических aberrаций (дрейфовый промежуток, квадрупольная линза, секторный магнит не в плоскости поворота, тонкая линза)

$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где L_e – длина элемента, a_{ij} – коэффициенты стандартных матриц передачи элементов [3];

- ускоряющие станции (в циклических установках рассматриваются как устройства, локально изменяющие импульс частицы):

$$\begin{aligned} \bar{p}_0 &= p_0 + (\overline{\Delta p_0}); \quad \bar{p} = p + (\overline{\Delta p}), \\ \bar{\xi} &= \xi; \quad \bar{\xi}' = \xi' \cdot p_0 / \bar{p}_0, \\ \bar{\chi} &= \chi, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\overline{\Delta p_0}$ и $\overline{\Delta p}$ – изменение продольного импульса синхронной и тестовой частицы в ускоряющей станции соответственно; в левой части (7) приведены переменные после прохождения ускоряющей станции.

2.3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты расчета для каждой тестовой частицы представляются в виде одночастичного инварианта Куранта-Снайдера на фиксированном азимуте установки [4], модифицированного с учетом дисперсии в данной точке:

$$\frac{\xi_{m-i}^2 + (\alpha_s \xi_{m-i} + \beta_s \xi'_{m-i})^2}{\beta_s} = R_i^2, \quad (8)$$

$$\xi_{m-i} = \xi_i - \Psi \cdot \delta_i,$$

$$\xi'_{m-i} = \xi'_i - \Psi' \cdot \delta_i,$$

где i – номер тестовой частицы; ξ_{m-i} – отклонение частицы от равновесной орбиты; α_s, β_s – параметры матрицы Твисса [4] в точке установки, где производится обработка результатов; Ψ и Ψ' – дисперсия и ее производная в той же точке установки.

Гистограмма параметров R_i для ансамбля тестовых частиц дает информацию о функции распределения по амплитудам бетатронных колебаний на заданном азимуте установки, а также об изменении поперечного эмиттанса циркулирующего пучка в исследуемом направлении.

3. НАКОПИТЕЛЬ ПРОТОНОВ ИЯИ РАН

В качестве примера в рамках предложенной модели исследовалось воздействие развития продольной микроволновой неустойчивости на поперечную динамику частиц в сильноточном накопителе протонов ИЯИ РАН для режима накопления и циркуляции непрерывного пучка (режим медленного вывода). Основные характеристики накопителя и циркулирующего пучка для данного режима работы приведены в Таблице.

Энергия частиц, МэВ	~ 600
Длина, м	106.7
Период обращения протонов, нс	~ 449
Время инжекции, мкс	~ 100
Максимальный относительный импульсный разброс в пучке, %	± 0.2
Максимальный циркулирующий ток, А	~ 11.3
Время вывода пучка из накопителя, мс	~ 9.9
Максимальная горизонтальная дисперсия в установке, м	~ 11.4
Максимальная вертикальная дисперсия в установке, м	~ 0.65

Для моделирования продольной динамики частиц была разработана специальная программа, учитывающая особенности как инжекции пучка, так и структуры накопителя [2,5]. Учитывая то, что в структуре накопителя ИЯИ РАН не предполагается наличие ускоряюще-группирующих ВЧ-элементов, то ожидаемые значения в уравнениях (1) и (2) важного параметра – действительной части широкополосного импеданса $Z_{BB}(\omega)$, удовлетворяют условию

$$\text{Re}(Z_{BB}(n\omega_0)/n) \leq 5 \text{ Ом}. \quad (9)$$

При моделировании, с целью приемлемого времени расчета и ускорения развития неустойчивых гармоник продольной плотности, значение параметра (9) было взято 50 Ом на резонансной частоте $512\omega_0$ широкополосного импеданса $Z_{BB}(\omega)$ [5,2].

На Рис.1 приведены Фурье-спектры продольной плотности частиц ρ_n для уравнения (2) в различные моменты времени: 75 мкс – накоплена большая часть инжектируемого пучка, 113 мкс – окончание процесса инжекции (накопление всего импульса линейного ускорителя и вывод циркулирующего пучка на ось накопителя), 165 и 220 мкс – циркуляция сильноточного пучка в накопителе с медленным выводом частиц из него. По результатам моделирования очевидно достаточно быстрое развитие уплотнений продольной плотности с характерными временами 50...80 мкс. Однако за время моделирования происходит стабилизация амплитуд нестабильных гармоник и далее их затухание. Данный процесс связан, главным образом, с быстрым изменением низкоэнергетичной части функции распределения частиц по относительному импульсу (Рис.2) и дальнейшему эффективному действию затухания Ландау, приводящему к раннему насыщению и последующему затуханию нестабильных гармоник продольной плотности частиц для установок с доминирующим импедансом пространственного заря-

да $Z_{SC}(\omega)$ в (1) [6]. В примененной модели [2]

$$\begin{aligned} \text{Im}\left(Z(n\omega_0)/n\right) &\sim Z_{SC}(n\omega_0)/n < 400 \text{ Ом}; \\ \text{Re}\left(Z(n\omega_0)/n\right) &\sim \text{Re}\left(Z_{BB}(n\omega_0)/n\right) < 50 \text{ Ом}. \end{aligned} \quad (10)$$

Одним из результатов расширения функции распределения частиц по относительным импульсам (см. Рис.2) является увеличение поперечных размеров циркулирующего пучка на дисперсионных участках установки вследствие появления новых равновесных орбит для частиц с большими отклонениями относительного импульса [5].

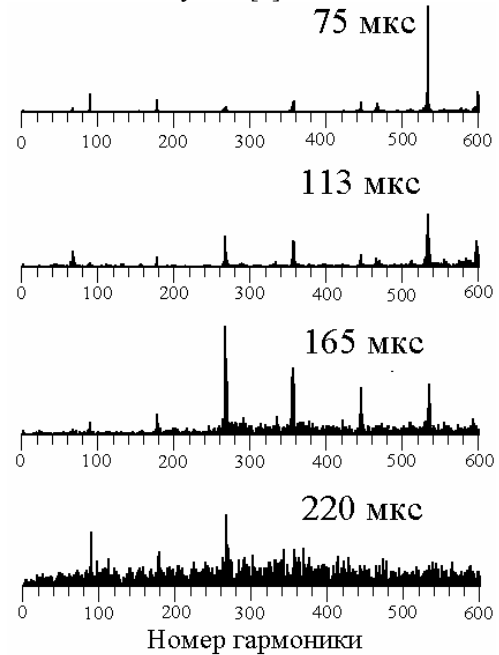


Рис.1. Фурье-спектр продольной плотности

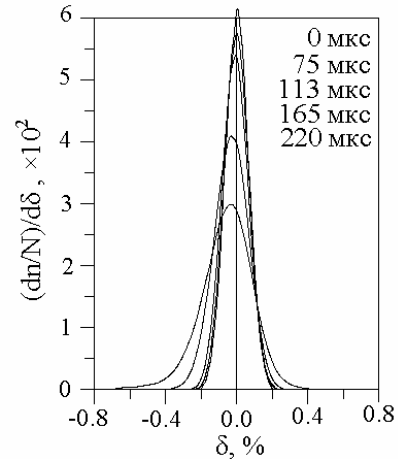


Рис.2. Эволюция функции распределения частиц по относительному импульсному отклонению

При моделировании поперечной динамики каждый инжектируемый микросток линейного ускорителя представлялся 8-ю макрочастицами. В качестве точки расчета параметра (8) выбран азимут инжекции пучка в накопитель. На Рис.3 показаны согласованные эллипсы полного накопленного пучка на азимуте инжекции в обеих поперечных плоскостях и положение центров инжектируемых микросток через период обращения за полное время процесса инжекции для проектного варианта: спи-

ральная инжекция в обеих поперечных плоскостях без какого-либо взаимодействия в накапливаемом пучке. В горизонтальной плоскости на азимуте инжекции дисперсия отсутствует, в вертикальной – дисперсия ~ 60 см, т.е. практически незначительна. Поэтому на Рис.3 представлены начальные отклонения микросгустков от равновесной орбиты, что позволяет рассчитать параметр R_i (8) для каждой i -й инжектируемой модельной макрочастицы. Далее будет обсуждаться только горизонтальная плоскость, поскольку дисперсионная функция для нее имеет существенно большие значения (см. Таблицу), чем для вертикальной. На Рис.4,б приведена функция распределения частиц по параметру R в горизонтальной плоскости для момента окончания инжекции при отсутствии взаимодействия в циркулирующем пучке.

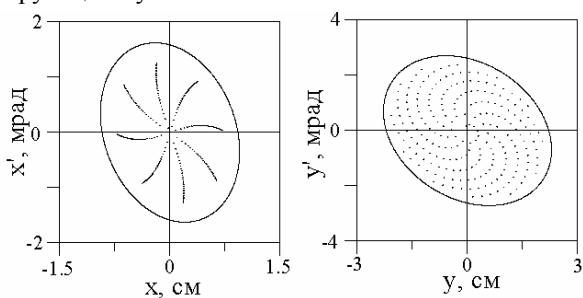


Рис.3. Согласованные эллипсы и центры инжектируемых микросгустков

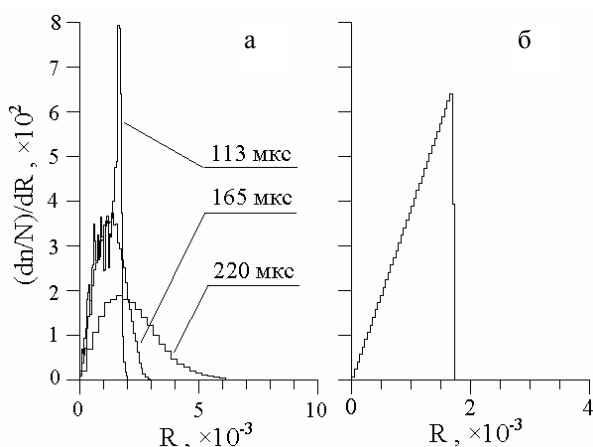


Рис.4. Функция распределения по параметру R

На Рис.4,а представлена эволюция функции распределения частиц по параметру R при развитии в пучке микроволновой неустойчивости, приведенной на Рис.1 и Рис.2. Очевидно, что к завершению процесса инжекции (113 мкс) уже наблюдается увеличение частиц с большими значениями параметра R по сравнению с проектной функцией распределения (см. Рис.4,б). К окончанию моделирования (220 мкс), когда неустойчивости практически затухли (см. Рис.1), функция распределения (см.Рис.4) существенно изменилась. На Рис.5 для данного момента времени приведены распределения частиц в фазовом пространстве $x-x'$ для циркулирующего пучка без взаимодействия (а) и при развитии микроволновой неустойчивости (б). При выбранных условиях моделирования (10) полный эмиттанс пучка в горизонтальной фазовой плоскости возрастает в

~ 11 раз, а среднеквадратичный эмиттанс увеличивается в ~ 4 раза. Как было отмечено в разделе 2.3, параметр R прямо связан с амплитудой бетатронных колебаний. Увеличение данного параметра для значительной группы частиц ведет к потерям не только на дисперсионных участках установки, но и в ограниченных по поперечным размерам местах, где дисперсионная функция может быть незначительна. Это, как правило, участки ввода пучка в установку и вывода из нее.

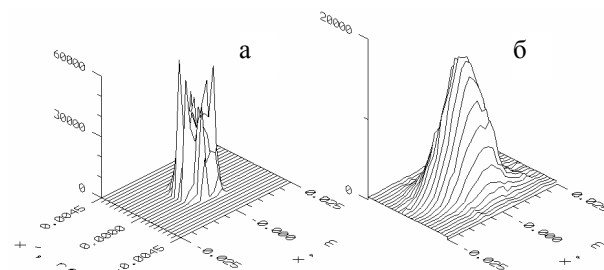


Рис.5. Функции распределения частиц в горизонтальном фазовом пространстве

По результатам моделирования развития продольной микроволновой неустойчивости в приведенном примере можно сделать вывод о ее существенном влиянии на характеристики циркулирующего пучка в поперечной плоскости при относительно быстром развитии неустойчивости.

Учитывая то, что предполагаемое реальное значение широкополосного импеданса (9) на порядок меньше используемого при моделировании (10), для функции распределения частиц по относительному импульсному отклонению на момент окончания инжекции (113 мкс на Рис.2) была проведена оценка постоянных времени нарастания неустойчивых гармоник продольной плотности. Для реальных значений (9) постоянные времени роста неустойчивых гармоник более 20 мс [5], тогда как в модели (10) они составили 50...80 мкс. В результате, принимая во внимание то, что изменение функции распределения частиц по относительному импульсному отклонению (см. Рис.2) и по параметру R (см. Рис.4) существенно зависит от темпа изменения энергии частиц при продольной микроволновой неустойчивости, практически можно ожидать незначительного роста (более адиабатический процесс) эмиттанса циркулирующего пучка в поперечной плоскости для исследованного режима работы накопителя ИЯИ РАН.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен алгоритм моделирования поперечной динамики частиц в циклических установках при плавном изменении продольного импульса. На примере быстрого развития продольной микроволновой неустойчивости показано существенное влияние данного процесса на динамику и характеристики циркулирующего пучка в поперечной плоскости. Результатом могут явиться потери частиц на любом участке установки. Данный алгоритм может быть применен для исследования качества пучка в поперечной плоскости для любых ситуаций, связанных либо с плавным, или резким изменением энергии

частиц на дисперсионных участках.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.L. Laclare. Coasting beam longitudinal coherent instabilities // *CAS*. 1994, v.1, p.349-384.
2. В.А. Моисеев. *Возбуждение бетатронных колебаний при микроволновой продольной неустойчивости интенсивных ионных пучков:Препринт* М.: ИЯИ – 851/94, 1994.
3. К. Штеффен. *Оптика пучков высокой энергии*. М.: “Мир”, 1969.
4. Г. Брук. *Циклические ускорители заряженных частиц*. М.: “Атомиздат”, 1970.
5. В.А. Моисеев, П.Н. Остроумов. Моделирование продольной динамики сильноточного пучка в накопителе протонов Московской мезонной фабрики // *Труды XII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц*. 1992, т.2, с.181-184.
6. I. Hofmann. Suppression of microwave instabilities // *Laser and Particle Beams*. 1985, v.3, part 1, p.1-8.

Статья поступила в редакцию 07.09.2009 г.

SIMULATION OF A MICROWAVE INSTABILITY ACTION ON THE TRANSVERSE PARTICLE DYNAMICS OF A HIGH INTENSITY ION BEAM IN THE CIRCULAR ACCELERATORS

V.A. Moiseev

The development of a longitudinal microwave instability for the circulating high intensity ion beams leads to the regular longitudinal particle concentration and to the local electric fields with the characteristic dimensions essentially less than a beam length. It causes the regular rebuilding of a local momentum particle distribution function. As follows particle redistribution in the transverse phase space has taken place for the dispersion accelerator parts. The simulation algorithm is presented for the slow rising microwave instability of a circulating ion beam. This algorithm was applied to study the high intensity beam dynamics for the INR proton storage ring.

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПОЗДОВЖНЬОЇ МІКРОХВИЛЬОВОЇ НЕСТІЙКОСТІ ІНТЕНСИВНИХ ІОННИХ ПУЧКІВ НА ПОПЕРЕЧНУ ДИНАМІКУ ЧАСТОК У ЦИКЛІЧНИХ УСТАНОВКАХ

V.A. Moiseev

При розвитку мікрохвильової поздовжньої нестійкості в циркулюючих інтенсивних пучках виникають регулярні ущільнення в поздовжній щільності часток і, як наслідок, локальні електричні поля з характерними розмірами, меншими довжини циркулюючого згустку. Результатом є локальні регулярні зміни розподілу часток по поздовжньому імпульсу, що призводить на дисперсійних ділянках установки до перерозподілу часток у поперечному фазовому просторі. Представлено алгоритм моделювання даного процесу в іонних пучках. Даний алгоритм застосований для дослідження впливу розвиваючоїся поздовжньої мікрохвильової нестійкості на поперечну динаміку часток у потужнострумівому накопичувачі протонів ІЯД РАН.