УДК 512.552.8

Б. Ю. Фурчин

Скрещенные произведения групп на категории и колчаны Ауслендера—Райтен

1. Основные сведения. Одним из направлений современной теории представлений ассоциативных конечномерных k-алгебр является изучение колчанов Ауслендера—Райтен алгебр [1]. В данной работе изучаются колчаны Ауслендера—Райтен скрещенных произведений групп на категории. Данная работа возникла под влиянием работы Ю. А. Дрозда [2], в которой изучалась категория модулей скрещенного произведения группы на категорию и доказана эквивалентность категорий $\mathrm{mod}\, A \times G^{\omega}$ и $\mathrm{mod}\,(A \times G)$ (где $C \times G$ обозначает скрещенное произведение категории C на группу G) в случае полупростоты алгебры kG.

Обозначим через G конечную группу порядка $|G| = n$; k — алгебраически замкнутое поле, характеристика которого не делит n; A — конечномерная категория. Представлением категории A, или правым A-модулем, называется k-линейный функтор $F : A \to \mathrm{Vect}$, где Vect — категория конечномерных векторных пространств над k. Категория $\mathrm{mod}\, A$ имеет объектами представления A, а морфизмами —естественные преобразования соответствущих функторов.

Категория неразложимых представлений $\mathrm{ind}\, A$ образована классами изоморфизма неразложимых A-модулей. Пусть $M = \bigoplus_{i=1}^{n} M_i$ и $N = \bigoplus_{j=1}^{m} N_j$ — разложения на неразложимые модули. Тогда гомоморфизм, представляющийся матрицей $(f_{ij})_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{m}$, где $f_{ij} : M_i \to N_j$ — гомоморфизм неразложимых модулей, принадлежит $R(M, N)$, если f_{ij} не является изоморфизмом для любых $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant j \leqslant m$. Определим $R^2(M, N) = \bigoplus_{Z \in \mathrm{mod}\, A} R(M, Z)\, R(Z, N)$.

Морфизм $f : M \to N$ называется неприводимым, если f не является расщепляющимся моно- или эпиморфизмом и из разложения $f = h_1 h_2$ следует, что h_1 — расщепляющийся мономорфизм или h_2 — расщепляющийся эпиморфизм. Из изложенного следует, что для $M, N \in \mathrm{ind}\, A$ $R/R^2(M, N) \simeq$

$\simeq \operatorname{irr}(M, N)$ ($\operatorname{irr}(M, N)$ — группа неприводимых морфизмов). Для неразложимого модуля $M \in \operatorname{ind} A$ векторные пространства $\operatorname{irr}(N, M)$ для $N \in \operatorname{ind} A$ конечномерны и почти все (кроме конечного числа) нулевые. Для непроективного $M \in \operatorname{ind} A$ это является непосредственным следствием известного результата Ауслендера—Райтен [3]: существует $\tau M \in \operatorname{ind} A$ и нерасщепимая короткая точная последовательность Ауслендера—Райтен $0 \to \tau M \xrightarrow{\varkappa} E \xrightarrow{\sigma} M \to 0$ такая, что для любого $f \in R(X, M)$ ($g \in R(\tau M, Y)$) существует $f_1 : X \to E$ ($g_1 : E \to Y$), что $f = f_1\sigma$ ($g = \varkappa g_1$). Последовательность определяется этими свойствами однозначно с точностью до изоморфизма. Функтор τ определяется как композиция $\tau = TrD$; $D = \operatorname{Hom}_k(\ , k)$ и $Tr(M) = \operatorname{Coker} \operatorname{Hom}_A(\varphi, A)$, где $0 \leftarrow M \leftarrow P_0 \xleftarrow{\varphi} P_1$ — минимальная проективная резольвента модуля M. Для неразложимого проективного $P \in \operatorname{ind} A$ конечномерность пространств $\operatorname{irr}(N, P)$, $N \in \operatorname{ind} A$ является следствием равенства $\operatorname{Hom}_A(N, \operatorname{rad} P) \xrightarrow{\sim} R(N, P)$. Объектами (точками) колчана Ауслендера—Райтен категории A являются классы изоморфизма неразложимых A-модулей. Количество стрелок из точки M в точку N колчана Ауслендера—Райтен A определяется размерностью пространства $\operatorname{irr}(M, N)$.

2. Скрещенные произведения групп на категории и некоторые свойства категории модулей. Пусть G действует на категории A, т. е. имеется гомоморфизм групп $\gamma : G \to \operatorname{Aut} A$. С γ ассоциируется скрещенное произведение $A \times G = B$, определенное следующим образом: $\operatorname{Ob} B = \operatorname{Ob} A$ и $\operatorname{Mor} B = \left\{\sum_{g\in G} a_g g \mid a_g \in \operatorname{Mor} A\right\}$, $ga = a^g g$, где a^g — результат действия $\gamma(g)$ на $a \in \operatorname{Mor} A$. Имеется естественное вложение $i : A \to B$ $i(a) = a \cdot 1$, которое индуцирует структуры правого и левого свободного A-модуля $B_A \simeq \bigoplus_{g\in G} Ag$ и ${}_AB \simeq \bigoplus_{g\in G} Ag$. С бимодулем ${}_AB_B$ ассоциируется пара сопряженных функторов категорий $\operatorname{mod} A$ и $\operatorname{mod} B$: $F = \underset{A}{\otimes} B$ и $\operatorname{Hom}_B(B,)$. В силу разложения бимодуля ${}_AB_A$ имеем

$$\operatorname{Hom}_B(B, M \underset{A}{\otimes} B) = M \underset{A}{\otimes} B_A \simeq M \underset{A}{\otimes} \bigoplus_{g\in G} Ag \simeq \bigoplus_{g\in G} M \underset{A}{\otimes} Ag.$$

Обозначим $M^g = M \underset{A}{\otimes} Ag$. Тогда $M \underset{A}{\otimes} B_A \simeq \bigoplus_{g\in G} M^g$ Если $\alpha : M \to N$ — гомоморфизм A-модулей, то $\alpha^g : M^g \to N^g$ ($\alpha^g(m \otimes g) = \alpha(m) \otimes g$) является гомоморфизмом модулей, т. е. имеется действие группы G на категории $\operatorname{mod} A$. Как и в [2] нетрудно проверить, что имеет место диаграмма прямой суммы $X \underset{t}{\overset{\frac{1}{n}\alpha}{\rightleftarrows}} X_A \underset{A}{\otimes} B$, где $X \in \operatorname{mod} B$, $t(x \otimes b) = xb$ и $\alpha(x) = \sum_{g\in G} xg \otimes g^{-1}$. Как отмечалось ранее, модули ${}_AB$ и B_A являются свободными с образующими $g \in G$. Справедливо следующее утверждение.

Предложение 1. *Имеет место $B \underset{k}{\otimes} A^{0p}$— изоморфизм* $\beta : \operatorname{Hom}_A(B, A) \xrightarrow{\sim} B$.

Доказательство. Так как $\operatorname{Hom}_A(B_A, A) \simeq \bigoplus_{g\in G} \operatorname{Hom}_A(Ag, A)$, гомоморфизм $\varphi \in \operatorname{Hom}_A(B, A)$ определяется элементами $\{\varphi(g) \mid g \in G\}$. Определим $\beta(\varphi) = \sum_{g\in G} \varphi(g) g^{-1}$. Отображение β биективно. Проверим, что β — гомоморфизм A-модулей: $\beta(a\varphi) = \sum_{g\in G} (a\varphi)(g) g^{-1} = \sum_{g\in G} a\varphi(g) g^{-1} = a\beta(\varphi)$. С другой стороны, $\beta(\varphi b) = \beta\left(\varphi \sum_{g\in G} a_g g\right) = \sum_{g\in G} \beta(\varphi a_g g) = \sum_{g, h\in G} \varphi(a_g gh) h^{-1} = \sum_{g, h\in G} \varphi(gha_g^{g^{-1}h^{-1}}) h^{-1} = \sum_{g, h\in} \varphi(gh) h^{-1} g^{-1} a_g g = \beta(\varphi) b$, что и требовалось доказать.

Рассмотрим следующие изоморфизмы: $\mathrm{Hom}_A(X_A, M) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_A(X \underset{B}{\otimes} B_A, M) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_B(X, \mathrm{Hom}_A(B_A, M) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_B(X, M \underset{A}{\otimes} \mathrm{Hom}_A(B, A)) \xrightarrow[\sim]{(1\otimes\beta)_*} \mathrm{Hom}_B(X, M \underset{A}{\otimes} B)$, где $X \in \mathrm{mod}\, B$, $M \in \mathrm{mod} A$. Нетрудно проверить, что сквозное отображение задается формулой $\zeta(f) = \alpha(f \otimes 1)$. Отображение ζ^{-1} задается формулой $\zeta^{-1}(g) = g_A p_1$, где $M \overset{i_1}{\underset{p_1}{\rightleftarrows}} M \underset{A}{\otimes} B_A$ — диаграмма прямой суммы, ассоциированная с разложением $M \underset{A}{\otimes} B_A$. Правило сопряженной ассоциативности дает изоморфизм $\eta^{-1}: \mathrm{Hom}_B(M \underset{A}{\otimes} B, X) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_A(M, \mathrm{Hom}_B(B, X)) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}_A(M, X_A)$. Нетрудно видеть, что $\eta^{-1}(g) = i_1 g_A$. Обратное к этому отображение η определяется формулой $\eta(f) = (f \otimes 1)\, t$. Таким образом доказана следующая лемма.

Лемма 1. *Левый и правый сопряженные функторы к* $\mathrm{Hom}_B(B, \cdot)$ *совпадают.*

Пусть $M \in \mathrm{ind}\, A$. Тогда $M^g \in \mathrm{ind}\, A$ для любого $g \in G$ и модули $M \underset{A}{\otimes} B$ и $M^g \underset{A}{\otimes} B$ изоморфны. Действительно, определим $\mathfrak{g}^{-1}: M \underset{A}{\otimes} B \to M^g \underset{A}{\otimes} B$ по формуле $\mathfrak{g}^{-1}(m \otimes b) = m \otimes g \otimes g^{-1} b$. Нетрудно видеть, что это изоморфизм модулей.

Приведем конструкцию эквивалентности $s: \mathrm{mod}\, A \times G^{\omega} \to \mathrm{mod}\, B$ в этих терминах. Для $M \in \mathrm{Ob}(\mathrm{mod}\, A \times G) = \mathrm{Ob}\,\mathrm{mod}\, A$ определим $s(M) = M \underset{A}{\otimes} B \in \mathrm{mod}\, B$. Если $M, N \in \mathrm{Ob}(\mathrm{mod}\, A \times G)$, то определим $s: (\mathrm{mod}\, A \times G)(M, N) \to \mathrm{Hom}_B(M \underset{A}{\otimes} B, N \underset{A}{\otimes} B)$ по формуле $s\left(\sum_{g \in G} a_g g\right) = \eta\left(\sum_{g\in G} a_g\right) = \sum_{g \in G} (a_g \otimes 1)\, \mathfrak{g}$. Тогда s—изоморфизм векторных пространств. В действительности s—функтор. Для этого необходимо доказать, что $\eta\left(\sum_{g, h \in G} a_g b_h^g\right) = \eta\left(\sum_{g, \in G} a_g\right) \eta\left(\sum_{h \in G} b_h\right)$. Так как $(n \otimes b)\, \eta\left(\sum_{g\in G} a_g\right) = \sum_{g \in G} a_g(n)\, b = \sum_{g\in G} m_g \otimes gb$, где $a_g(n) = m_g \otimes g$, то $\sum_{g \in G} (m_g \otimes gb)\, \eta\left(\sum_{h \in G} b_h\right) = \sum_{g, h \in G} b_h(m_g)\, gb = (n \otimes b)\, \eta\left(\sum_{g\in G} a_g\right) \eta\left(\sum_{h\in G} b_h\right)$. С другой стороны, $(n \otimes b)\, \eta\left(\sum_{g,h\in G} a_g b_h^g\right) = \sum_{g,h \in G} (n \otimes b)(a_g \otimes 1)(b_h^g \otimes 1)\, t = \sum_{gh \in G} (n)\, a_g \times b_h^g b = \sum_{g, h \in G} (m_g)\, b_h g b$. Таким образом, s—строгий и полный функтор. Учитывая, что любой $X \in \mathrm{ind}\, B$ является прямым слагаемым $M \underset{A}{\otimes} B$ для некоторого $M \in \mathrm{ind}\, A$, s индуцирует эквивалентность указанных категорий. Исходя из этого можно заключить, что $\mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, B) \simeq \mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A \times G)^{\omega}$ и, следовательно, $\mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, B)/\mathrm{rad}^2(\mathrm{mod}\, B) \simeq (\mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A \times G)/\mathrm{rad}^2(\mathrm{mod}\, A \times G))^{\omega}$.

Далее будет показано, что $\mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A \times G) = \mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A) \times G$. Для этого докажем несколько утверждений.

Как и в [2], нетрудно показать, что для полупростой категории A категория $A \times G$ также полупроста.

Лемма 2. *Имеется включение* $\mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A) \times G \subset \mathrm{rad}\,(\mathrm{mod}\, A \times G)$.

Доказательство. Покажем, что если $f \in R(X, Y)\ (X, Y \in \mathrm{mod}\, A)$ то $f \otimes 1 \in R(X \underset{A}{\otimes} B, Y \underset{A}{\otimes} B)$. Легко проверить, что достаточно доказать утверждение для $X, Y \in \mathrm{ind}\, A$. Поскольку $f \in R(X, Y)$, то f не является изоморфизмом и возможны два случая: f не эпиморфизм и f не мономорфизм. Рассмотрим первый случай (второй аналогичен первому). Пусть $\mathrm{Im}\, f \subset_{\to} Y$ — строгое вложение. Если $f \otimes 1 \notin R(X \underset{A}{\otimes} B, Y \underset{A}{\otimes} B)$, то существует $T \in \mathrm{ind}\, B$ такой, что T — прямое слагаемое $Y \underset{A}{\otimes} B$. и $\mathrm{Im}\, f \underset{A}{\otimes} B$. Но тогда T_A — прямое слагаемое $\underset{g\in G}{\oplus} Y^g$ и $\underset{g \in G}{\oplus} (\mathrm{Im}\, f)^g$. В силу неразложимости

Y существуют $h, l \in G$ такие, что Y — прямое слагаемое $(\operatorname{Im} f)^l$. Но тогда $\dim_k Y \underset{A}{\otimes} B = \dim_k Y^h \underset{A}{\otimes} B \leqslant \dim_k (\operatorname{Im} f)^l \underset{A}{\otimes} B = \dim_k \operatorname{Im} f \underset{A}{\otimes} B$, что противоречит существованию строгого вложения $\operatorname{Im} f$ в Y.

Лемма 3. *Справедливо равенство* $\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A) \times G = \operatorname{rad}(\operatorname{mod} A \times G)$.

Доказательство. Достаточно показать, что $\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A \times G) \subset \operatorname{rad}(\operatorname{mod} A) \times G$. Имеет место изоморфизм $\operatorname{mod} A \times G/\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A) \times G \simeq (\operatorname{mod} A/\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A)) \times G$ и поскольку $\operatorname{mod} A/\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A)$ — полупростая, то $\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A \times G) \subset \operatorname{rad}(\operatorname{mod} A) \times G$.

Следствие. *Имеет место эквивалентность категорий* $\operatorname{rad}(\operatorname{mod} B)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} B) \simeq (\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} A)) \times G^{\omega}$.

3. Скрещенные произведения и колчаны Ауслендера—Райтен. Рассмотрим колчан Ауслендера — Райтен Γ_A категории A и $k\Gamma_A$ — категорию путей колчана Γ_A. Тогда G индуцирует действие на $k\Gamma_A$. Поскольку $irr_A(M, N) \simeq (\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} A))(M, N)$ и $k\Gamma_A$ порождена элементами $irr_A(M, N)$ для $M, N \in \operatorname{ind} A$, то, учитывая вытекающий из последнего следствия изоморфизм $(\operatorname{rad}(\operatorname{mod} B)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} B))(M \underset{A}{\otimes} B, N \underset{A}{\otimes} B) \simeq$ $\simeq (\operatorname{rad}(\operatorname{mod} A)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} A)) \times G(M, N)$, заключаем, что $k\Gamma_A \times G$ изоморфна категории с объектами $M \underset{A}{\otimes} B$, $M \in \operatorname{ind} A$, порожденной элементами $(\operatorname{rad}(\operatorname{mod} B)/\operatorname{rad}^2(\operatorname{mod} B))(M \underset{A}{\otimes} B, N \underset{A}{\otimes} B)$. Но аддитивное замыкание последней эквивалентно $k\Gamma_B$, где Γ_B — колчан Ауслендера — Райтен B. Итак, доказана теорема.

Теорема 1. *Если* $\operatorname{char} k \nmid n$, *то* $k\Gamma_A \times G \simeq k\Gamma_B$.

Лемма 4. *Пусть* $M \in \operatorname{ind} A$ *и непроективен. Тогда* $M \underset{A}{\otimes} B$ *не содержит проективных прямых слагаемых и имеет место изоморфизм* $\tau M \underset{A}{\otimes} B \simeq$ $\simeq \tau(M \underset{A}{\otimes} B)$.

Доказательство. Пусть P_0 — неразложимый проективный B-модуль. Тогда P_0 — прямое слагаемое $P_1 \underset{A}{\otimes} B$ для некоторого неразложимого проективного $P_1 \in \operatorname{mod} A$. Но тогда P_{0A} — прямое слагаемое в $\underset{g \in G}{\oplus} P_1^g$ и, следовательно, проективен. Пусть P_0 — прямое слагаемое в $M \underset{A}{\otimes} B$. Тогда P_{0A} — прямое слагаемое $\underset{g \in G}{\oplus} M^g$. Так как $M \in \operatorname{ind} A$, существует $g_0 \in G$ такое, что M^{g_0} — прямое слагаемое P_{0A}, а значит, проективно. Но тогда M проективен, что противоречит предположению.

Пусть $0 \leftarrow M \leftarrow P_0 \xleftarrow{\varphi} P_1$ — минимальная проективная резольвента модуля M. Применяя $\underset{A}{\otimes} B$, получаем минимальную проективную резольвенту $0 \leftarrow$ $\leftarrow M \underset{A}{\otimes} B \leftarrow P_0 \underset{A}{\otimes} B \xleftarrow{\varphi \otimes 1} P_1 \underset{A}{\otimes} B$. Используя функтор $\operatorname{Hom}_B(\cdot, B)$, получаем коммутативную диаграмму

$$\begin{array}{ccc}
\operatorname{Hom}_B(P_0 \underset{A}{\otimes} B, B) & \xrightarrow{(\varphi \otimes 1)^*} & \operatorname{Hom}_B(P_1 \underset{A}{\otimes} B, B) \\
\wr\downarrow & & \wr\downarrow \\
\operatorname{Hom}_A(P_0, \operatorname{Hom}_B((B, B)) & & \operatorname{Hom}_A(P_1, \operatorname{Hom}_B(B, B)) \\
\wr\downarrow & & \wr\uparrow \\
\operatorname{Hom}_A(P_0, B) & & \operatorname{Hom}_A(P_1, B) \\
\wr\downarrow & & \wr\uparrow \\
B \otimes P_0^* & \xrightarrow{1 \otimes \varphi^*} & B \underset{A}{\otimes} P_1^*.
\end{array}$$

Следовательно, $\operatorname{Coker}(\varphi \otimes 1)^* = \operatorname{Tr}(M \underset{A}{\otimes} B) = \operatorname{Coker}(1 \otimes \varphi^*) = B \underset{A}{\otimes} \operatorname{Tr} M$ и $\operatorname{TrD}(M \underset{A}{\otimes} B) \simeq \operatorname{Hom}_k(Tr(M \underset{A}{\otimes} B), k) \simeq \operatorname{Hom}_k(B \underset{A}{\otimes} TrM, k) \simeq \operatorname{Hom}_A(B, \operatorname{TrD}M) =$ $= \operatorname{TrD}M \underset{A}{\otimes} \operatorname{Hom}_A(B, A)$. Последнее по предложению 1 изоморфно $\tau M \underset{A}{\otimes} B$, что требовалось доказать.

Следствие. *Если* $N \in \operatorname{ind} A$ *и непроективен, то* $N \underset{A}{\otimes} B$ *не содержит инъективных прямых слагаемых и* $\tau^{-1}(N \underset{A}{\otimes} B) \simeq \tau^{-1}(N) \underset{A}{\otimes} B$.

Теорема 2. *Пусть* E_M — *последовательность Аусл ендера—Райтен с концом в* $M \in \operatorname{ind} A$. *Тогда последовательность* $E_M \underset{A}{\otimes} B$ — *прямая сумма последовательностей Аусл ендера—Райтен с концами в неразложимых прямых слагаемых модуля* $M \underset{A}{\otimes} B$.

Доказательство. Достаточно показать, что последовательность $E_M \underset{A}{\otimes} B$ удовлетворяет свойствам, характеризующим последовательности Аусл ендера — Райтен, т. е. для любого $f \in R(\tau M \underset{A}{\otimes} B, X)$ $(X \in \operatorname{ind} B)$ существует $f_1 : E \underset{A}{\otimes} B \to X$ такой, что $f = (\varkappa \otimes 1) f_1$. Пусть $f \in R(\tau M \underset{A}{\otimes} B, X)$. Тогда $\eta^{-1}(f) = i_1 f_A \in R(\tau M, X_A)$. Поскольку $E_M = (\varkappa, \sigma)$: $0 \to \tau M \xrightarrow{\varkappa} E \xrightarrow{\sigma} M \to 0$ — последовательность Аусл ендера — Райтен, существует $\gamma : E \to X_A$, что $\eta^{-1}(f) = \varkappa\gamma$. Тогда $\eta(\eta^{-1}(f)) = \eta(\varkappa\gamma) = (\varkappa\gamma \otimes 1) t = (\varkappa \otimes 1) \times (\gamma \otimes 1) t = (\varkappa \otimes 1) \eta(\gamma)$. Таким образом, $f_1 = \eta(\gamma)$, что требовалось доказать.

Замечание. Аналогично теореме 2 можно показать, что для $Z \in \operatorname{ind} B$ $(E_z)_A$ — прямая сумма последовательностей Аусл ендера—Райтен прямых слагаемых модуля Z_A.

Пусть $M \in \operatorname{ind} A$ и $\mathfrak{v}_1, \ldots, \mathfrak{v}_k$ — компоненты колчана Γ_A, содержащие M^g для некоторого $g \in G$ и такие, что любой M^g содержится в некоторой компоненте $\mathfrak{v}_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$. Тогда если $N \in \mathfrak{v}_i$ для некоторого $1 \leqslant i \leqslant k$, то легко видеть, что каждое N^g содержится в некоторой $\mathfrak{v}_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$, и любое $\mathfrak{v}_i$ содержит N^h для некоторого $h \in G$. Т. е. имеется действие группы G на $\bigcup_{i=1} k\mathfrak{v}_i$. С другой стороны, пусть $\pi_1, \ldots, \pi_t$ — компоненты колчана Γ_B, содержащие все прямые слагаемые $M \underset{A}{\otimes} B$. Тогда нетрудно проверить, что все прямые слагаемые $N \underset{A}{\otimes} B$, $N \in \bigcup_{i=1}^{k} \mathfrak{v}_i$, принадлежат $\bigcup_{j=1}^{t} \pi_j$ и любой $X \in \pi_\alpha$, $1 \leqslant \alpha \leqslant t$, является прямым слагаемым $N \underset{A}{\otimes} B$ для некоторого $N \in \bigcup_{i=1}^{k} \mathfrak{v}_i$. Тогда вследствие теоремы 1 справедливо утверждение.

Следствие. *Пусть A и B имеют препроективные компоненты* $\mathfrak{v}_0$ *и* π_0 *(соответственно) в смысле Бонгартца — Рингеля* [4]. *Тогда* $\mathfrak{v}_0 \times G^\omega \simeq \pi_0$.

1. *Ringel C. M.* Tame algebras // Lect. Notes Math.— 1980.— **831**.— P. 137—287.
2. *Дрозд Ю. А.* Категорный вариант теоремы Машке // Девятый Всесоюз. симп. по теории групп, Москва, 18—20 сент. 1984 г.: Тез. докл.— М. : МГПИ, 1984.— С. 196—197.
3. *Auslander M.*, *Reiten I.* Representation theory of artin algebras. III // Communs. Algebra.— 1975.— **3**.— P. 239—294.
4. *Bongartz K.* Algebras and quadratic forms // J. London Math. Soc.— 1983. — N 3. — P. 461—469.

Киев, ун-т

Получено 10.10.86