УДК 519.46

Л. Ф. Баранник

Подалгебры обобщенной расширенной алгебры Галилея

В настоящей работе изучаются подалгебры обобщенной расширенной алгебры Галилея $A\tilde{G}(n)$ относительно $\tilde{G}(n)$-сопряженности для произвольного $n \geqslant 2$. Отметим, что случаи $n = 2$, 3 рассмотрены в работах [1, 2]. Подалгебры обобщенной алгебры Евклида изучены в [2, 4], а подалгебры обобщенной алгебры Галилея $AG(n)$ исследовались в [2, 3].

Обобщенная расширенная алгебра Галилея $A\tilde{G}(n)$ задается такими коммутационными соотношениями:

$$[J_{ab}, J_{cd}] = \delta_{ad}J_{bc} + \delta_{bc}J_{ad} - \delta_{ac}J_{bd} - \delta_{bd}J_{ac}, \quad [P_a, J_{bc}] = \delta_{ab}P_c - \delta_{ac}P_b,$$
$$[P_a, P_b] = 0, \quad [G_a, J_{bc}] = \delta_{ab}G_c - \delta_{ac}G_b, \quad [G_a, G_b] = 0, \quad [P_a, G_b] = \delta_{ab}M,$$
$$[M, J_{ab}] = [M, P_a] = [M, G_a] = 0, \quad [P_0, J_{ab}] = [P_0, P_a] = 0, \quad [P_0, G_a] = P_a,$$
$$[M, P_0] = 0, \quad a, b, c, d = 1, \ldots, n; \qquad n \geqslant 2.$$

Через J_{ab}, P_a, G_a обозначены соответственно генераторы поворотов, пространственных трансляций, чистых преобразований Галилея n-мерного евклидова пространства, а через P_0 — генератор временной трансляции. $M = mI$ обозначает оператор массы. Если положить $m = 0$, то получаем алгебру Галилея $AG(n)$.

Пусть R — поле вещественных чисел, $\vec{P} = (P_1, \ldots, P_n)$, $\vec{G} = (G_1, \ldots, G_n)$, $\vec{a} = (a_1, \ldots, a_n)$, $\vec{v} = (v_1, \ldots, v_n)$ $(a_i, v_i \in R;\ i = 1, \ldots, n)$, $\vec{a}\vec{P} = a_1P_1 + \ldots + a_nP_n$, W — элемент группы $O(n)$ ортогональных преобразований n-мерного евклидова пространства. Произвольный элемент расширенной группы Галилея $\tilde{G}(n)$ имеет вид $\exp(\theta I)\exp(bP_0)\exp(\vec{a}\vec{P})\exp(\vec{v}\vec{G})\cdot W$, где θ, $b \in R$. Умножение задается обычным способом, при этом $W\cdot\exp(\vec{a}\vec{P}) = \exp(W\vec{a}\cdot\vec{P})\cdot W$.

Подалгебры A_1, A_2 алгебры $A\tilde{G}(n)$ называются $\tilde{G}(n)$-сопряженными, если $gA_1g^{-1} = A_2$ для некоторого элемента $g \in \tilde{G}(n)$.

Пусть $V = \langle G_1, \ldots, G_n\rangle$ — евклидово пространство с ортонормированным базисом $G_1, \ldots, G_n$, $V' = [P_0, V] = \langle P_1, \ldots, P_n\rangle$. Группу $O(n)$ будем отождествлять с группами изометрий $O(V)$ и $O(V')$. Все подпространства пространств V, V' считаем евклидовыми относительно скалярного произведения, заданного соответственно в V и V'. Если W — подпространство V и $\dim W = k$, то согласно теореме Витта [5] для каждого a, $1 \leqslant a \leqslant n - k + 1$, существует такая изометрия $B_a \in O(V)$, что $B_a(W) = \Omega_a^{a+k-1} = \langle G_a, G_{a+1}, \ldots, G_{a+k-1}\rangle$. В дальнейшем в пространствах V и V' будем рассматривать только подпространства Ω_a^b, $[P_0, \Omega_a^b]$. Назовем их элементарными пространствами. Базис $G_a, G_{a+1}, \ldots, G_b$ пространства Ω_a^b будем называть каноническим.

Пусть W_1, W_2 — подпространства некоторого векторного пространства W над полем R и $W_1 \cap W_2 = 0$. Если $\varphi : W_1 \to W_2$ — изоморфизм, то через (W_1, W_2, φ) обозначим пространство $\{Y + \varphi(Y) \mid Y \in W_1\}$. Через $I(W_1, W_2)$ обозначим изоморфизм $W_1 \to W_2$ элементарных пространств W_1, W_2, при котором канонический базис отображается в канонический базис с сохранением нумерации базисных элементов.

Через π, π_0, π_1, π_2 будем обозначать проектирования $A\tilde{G}(n)$ и $AG(n)$ соответственно на $AO(n) \oplus \langle P_0\rangle$, $\langle P_0\rangle$, V, V'.

Пусть F — подалгебра $AO(n) \oplus \langle P_0\rangle$, $\hat{F}$ — такая подалгебра $AG(n)$, что $\pi(\hat{F}) = F$. Если алгебра $\hat{F}$ $\tilde{G}(n)$-сопряжена алгебре $\mathfrak{N} + F$, где $\mathfrak{N}$ есть F-инвариантное подпространство пространства $\langle P_1, \ldots, P_n, G_1, \ldots, G_n\rangle$, то $\hat{F}$ называется расщепляемой в алгебре $AG(n)$. Если любая подалгебра $\hat{F} \subset AG(n)$, удовлетворяющая условию $\pi(\hat{F}) = F$, является расщепляемой, то будем говорить, что F обладает только расщепляемыми расширениями в алгебре $AG(n)$. Аналогично вводим понятие расщепляемых подалгебр алгебры $\tilde{AG}(n)$.

П р е д л о ж е н и е 1. *Пусть L_1 — подалгебра $AO(n)$, L_2 — подалгебра $\langle P_0 \rangle$, F — подпрямая сумма L_1 и L_2. Если $P_0 \notin F$, то алгебра F обладает только расщепляемыми расширениями в $AG(n)$ тогда и только тогда, когда L_1 — полупростая алгебра или L_1 не сопряжена подалгебре алгебры $AO(n-1)$. Если $P_0 \in F$, то алгебра F обладает только расщепляемыми расширениями в $AG(n)$ тогда и только тогда, когда L_1 не сопряжена подалгебре алгебры $AO(n-1)$.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Если L_1 — полупростая алгебра и $L_2 = \langle P_0 \rangle$, то по лемме Уайтхеда [6] $P_0 \in \hat{F}$. Справедливость предложения при $L_2 = 0$ установлена в [2, 3]. Допустим, что $L_2 = \langle P_0 \rangle$, $P_0 \notin F$. Пусть $\hat{F}$ — такая подалгебра $AG(n)$, что $\pi(\hat{F}) = F$. Если L_1 не сопряжена подалгебре алгебры $AO(n-1)$, то в силу теоремы 2 из [3] алгебра $\hat{F}$ расщепляется. Если L_1 сопряжена подалгебре алгебры $AO(n-1)$, то $F = \langle X \rangle \oplus F_1$, где $X \neq 0$, $\langle X \rangle$, F_1 — подалгебры $AO(n-1) \oplus \langle P_0 \rangle$. Очевидно, алгебра $\hat{F} = \langle P_1, \ldots, P_n, G_1, \ldots, G_{n-1}, X + G_n \rangle + F_1$ является нерасщепляемой.

Пусть $P_0 \in F$. Если $L_1 \subset AO(n-1)$, то алгебра $\langle P_0 + G_n \rangle + L_1$ является нерасщепляемой. Если L_1 не сопряжена подалгебре алгебры $AO(n-1)$, то в силу полной приводимости алгебры L_1 получаем, что $P_0 \in \hat{F}$, а потому в силу [3] алгебра $\hat{F}$ расщепляется. Предложение доказано.

П р е д л о ж е н и е 2. *Подалгебра F алгебры $AO(n) \oplus \langle P_0 \rangle$ обладает только расщепляемыми расширениями в $\tilde{AG}(n)$ тогда и только тогда, когда F — полупростая алгебра.*

Пусть

$$\mathfrak{M}(n+1, n) = \langle P_0, M \rangle,$$

$$\mathfrak{M}(k, m) = \langle P_0, M, P_k, \ldots, P_m, G_k, \ldots, G_m \rangle \qquad k \leqslant m \leqslant n,$$

$$W(s, t) = \langle P_s, \ldots, P_t \rangle \qquad k \leqslant s \leqslant t \leqslant n,$$

$$U(a+1, a+b) = \langle G_{a+1} + \lambda_1 P_{a+b+1}, \ldots, G_{a+b} + \lambda_b P_{a+2b} \rangle,$$

где $0 < \lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_b$, $k - 1 \leqslant a \leqslant n-2$; $1 \leqslant b \leqslant [n - a/2]$.

П р е д л о ж е н и е 3. *Подалгебры алгебры $\mathfrak{M}(k, n)$, содержащие P_0, P_k, исчерпываются относительно $\tilde{G}(n)$-сопряженности такими алгебрами:*

$$W(k, a) \oplus \langle P_0 \rangle, \quad W(k, a) \oplus \langle P_0, M \rangle, \quad a = k, \ldots, n,$$

$$W(k, a) \oplus \langle P_0, P_{a+1} + \alpha M \rangle, \quad \alpha > 0; \qquad a = k, \ldots, n-1,$$

$$\mathfrak{M}(k, m), \quad \mathfrak{M}(k, m) \oplus W(m+1, a), \quad m = k, \ldots, n; \qquad a = m+1, \ldots, n,$$

$$(W(k, k-1+b) \oplus \langle P_0, M \rangle) + U(k, k-1+b),$$

$$(W(k, k-1+b) \oplus \langle P_0, M \rangle) + (U(k, k-1+b) \oplus W(k+2b, c)),$$

$$b = 1, \ldots, [n-k+1/2]; \qquad c = k+2b, \ldots, n,$$

$$(\mathfrak{M}(k, a) + W(a+1, a+b)) + (U(a+1, a+b) \oplus \delta W(a+2b+1, c)),$$

$$\delta = 0, 1; \quad a = k, \ldots, n-2; \quad b = 1, \ldots, [n-a/2]; \quad c = a+2b+1, \ldots, n.$$

Т е о р е м а 1. *Максимальные абелевы подалгебры алгебры $\tilde{AG}(n)$ исчерпываются относительно $\tilde{G}(n)$-сопряженности алгебрами $L(1, n)$, $AH(2m) \oplus L(2m+1, n)$, где $AH(2m)$ — подалгебра Картана алгебры $AO(2m)$, а $L(k, n)$ — максимальная абелева подалгебра алгебры $\mathfrak{M}(k, n)$. Если алгебры $L(2m+1, n)$, $L'(2m+1, n)$ не сопряжены, то $AH(2m) \oplus L(2m+1, n)$ и $AH(2m) \oplus L'(2m+1, n)$ также не являются $\tilde{G}(n)$-сопряженными. Максимальные абелевы подалгебры алгебры $\mathfrak{M}(k, n)$, $k \leqslant n$, исчерпываются относительно $\tilde{G}(n)$-сопряженности такими алгебрами:*

$$\langle M, P_0, P_k, \ldots, P_n \rangle, \quad \langle M, G_k + \alpha P_0, P_{k+1}, \ldots, P_n \rangle, \quad \alpha > 0,$$

$$\langle M, G_k + \alpha_k P_k, \ldots, G_{n-1} + \alpha_{n-1} P_{n-1}, G_n \rangle, \quad 0 \leqslant \alpha_k \leqslant \ldots \leqslant \alpha_{n-1},$$

$$\langle M, G_k + \alpha_k P_k, \ldots, G_{t-1} + \alpha_{t-1} P_{t-1}, G_t, P_{t+1}, \ldots, P_n \rangle, \quad 0 \leqslant \alpha_k \leqslant \ldots \leqslant \alpha_{t-1};$$
$$t = k, \ldots, n-1.$$

Записанные алгебры попарно не сопряжены.

Доказательство. Пусть L — максимальная абелева подалгебра алгебры $\mathfrak{M}(k, n)$. Очевидно, $M \in L$. Если $\pi_0(L) = 0$, то L сопряжена $\langle X_k, \ldots, X_t \rangle \oplus \langle M \rangle \oplus L_1$, где $L_1 = 0$ или $L_1 = \langle P_{t+1}, \ldots, P_n \rangle$, а $X_i = G_i + \beta_{ki} P_k + \beta_{k+1,i} P_{k+1} + \ldots + \beta_{ti} P_t$, $i = k, \ldots, t$; $t \leqslant n$. Очевидно, $[X_i, X_j] = (\beta_{ji} - \beta_{ij}) M = 0$. Отсюда вытекает, что $B = (\beta_{ij})$, $i, j = k, \ldots, t$, — симметрическая матрица. Поэтому существует такая матрица $U \in O(t - k + 1)$, что $UBU^{-1} = \operatorname{diag}[\lambda_1, \ldots, \lambda_{t-k+1}]$. Отсюда следует, что с точностью до сопряженности можно предполагать, что $X_i = G_i + \alpha_i P_i$, $i = k, \ldots, t$. Применяя автоморфизм $\exp(\theta P_0)$ и переставляя $G_k, \ldots, G_t$, получаем $\alpha_t = 0$, $\alpha_k \leqslant \alpha_{k+1} \leqslant \ldots \leqslant \alpha_{t-1}$.

Пусть $\pi_0(L) \neq 0$. Поскольку $[P_0, G_a] = P_a$, то $\pi_1(L) = 0$ или $\pi_1(L) = \langle G_k \rangle$. В первом случае $L = \langle P_0, M, P_k, \ldots, P_n \rangle$. Если $G_k + \alpha P_0 + \Sigma \alpha \alpha_i P_i \in L$, то алгебра $\exp(\Sigma \alpha_i G_i) \cdot L \cdot \exp(-\Sigma \alpha_i G_i)$ содержит $G_k + \alpha P_0$. Значит, L сопряжена алгебре $\langle G_k + \alpha P_0, M, P_{k+1}, \ldots, P_n \rangle$, $\alpha > 0$. Теорема доказана.

Пусть $V_i = \langle G_{(i-1)q+1}, \ldots, G_{iq} \rangle$, $i = 1, \ldots, r$, $K = K_r$ — примарная алгебра, являющаяся подпрямой суммой неприводимых подалгебр соответственно алгебр $AO(V_1), \ldots, AO(V_r)$ (см. [4]), W — ненулевое подпространство $\mathfrak{M}(1, qr)$ со свойством $[K, W] = W$. Если $\pi_1(W) = 0$, то в силу теоремы Витта [5] и однозначности разложения тривиального представления $AO(n)$ в сумму неприводимых подпредставлений получаем, что W сопряжено одному из пространств $V_1' \oplus \ldots \oplus V_i'$, $i = 1, \ldots, r$. Если $\pi_2(W) = 0$, то W сопряжено одному из пространств $V_1 \oplus \ldots \oplus V_i$, $i = 1, \ldots, r$. Теперь допустим, что $\pi_1(W) \neq 0$, $\pi_2(W) \neq 0$. Тогда W — подпрямая сумма $\pi_1(W)$, $\pi_2(W)$, где $\pi_1(W) = \langle G_1, \ldots, G_m \rangle$, а $\pi_2(W)$ совпадает с $\langle P_1, \ldots, P_k \rangle$, или $\langle P_{m+1}, \ldots, P_{m+l} \rangle$, или с подпрямой суммой $\langle P_1, \ldots, P_k \rangle$ и $\langle P_{m+1}, \ldots, P_{m+l} \rangle$, $k \leqslant m$. Каждое из чисел k, m, l кратно q. Рассмотрим последний случай. В пространстве W выберем базис в таком виде:

$$G_a + \alpha_a^i P_i, \quad \beta_c^i P_i, \quad a = 1, \ldots, m; \qquad c = m+1, \ldots, m+t; \qquad i = 1, \ldots, k,$$
$$m+1, \ldots, m+l. \tag{1}$$

Коэффициенты разложения запишем в соответствующие столбцы матрицы

$$\Gamma = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{pmatrix},$$

имеющей $m + t$ столбцов и $k + l$ строк. Матрицу Γ будем называть склейкой элементарных пространств в пространстве W.

Над матрицей Γ допустимо выполнять преобразования, соответствующие $O(k) \times O(m-k) \times O(l)$-автоморфизмам и переходам к новым базисам вида (1). Пусть $C_1 \in O(k)$, $C_2 \in O(m-k)$, $C_3 \in O(l)$, $S = \operatorname{diag}[C_1, C_2]$, T_1 — $t \times m$-матрица, T_2 — невырожденная матрица порядка t. Наиболее общие допустимые преобразования склейки Γ имеют вид

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} C_1 A_1 S^{-1} + C_1 B_1 T_1 & C_1 B_1 T_2 \\ C_3 A_2 S^{-1} + C_3 B_2 T_1 & C_3 B_2 T_2 \end{pmatrix}.$$

Если $B_2 \neq 0$, то можно предполагать, что при $k = m$

$$C_3 B_2 T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta_1 \end{pmatrix}, \quad C_3 A_2 S^{-1} + C_3 B_2 T_1 = \begin{pmatrix} \Delta_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\Delta_1 = \operatorname{diag}[\mu_1 E, \ldots, \mu_a E]$, $\Delta_2 = \operatorname{diag}[\lambda_1 E, \ldots, \lambda_b E]$, E — единичная матрица порядка q, $\mu_1 = \ldots = \mu_a = 1$, $0 < \lambda_1 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_b$ и $(a + b) q = l$ или $\lambda_1 = \ldots = \lambda_b = 0$ и $aq = l$. Если $B_1 \neq 0$, то для некоторых C_1, T_2 имеем

$$C_1 B_1 T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta_3 \end{pmatrix},$$

где $\Delta_3 = \operatorname{diag}[E, \ldots, E]$. В дальнейшем будем предполагать, что $\Gamma = A_1$, A_1 — квадратная матрица и $qr = m$.

Матрица Γ однозначно записывается в виде суммы симметрической матрицы B и кососимметрической матрицы C. Пусть $\mathbf{D}'$ — матрица, транспонированная к матрице D. Так как для каждой матрицы $X \in K$ имеет место равенство $(B + C)X = X(B + C)$ и $B' = B$, $C' = -C$, $X' = -X$, то $BX - XB = XC - CX$, $(BX - XB)' = BX - XB$, $(XC - CX)' = -(XC - CX)$, а потому $BX = XB$, $CX = XC$. Следовательно, задача классификации склеек Γ сводится к классификации пар матриц B, C, каждая из которых коммутирует с любым элементом $X \in K$. Существует такая матрица $U \in O(m)$, что $UBU^{-1} = \operatorname{diag}[\lambda_1 E_1, \lambda_2 E_2, \ldots, \lambda_s E_s]$, где E_i, $i = 1, \ldots, s$, единичная матрица, а $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_s$. Поскольку UBU^{-1} коммутирует с каждой матрицей UXU^{-1}, то $UXU^{-1} = \operatorname{diag}[X_1, X_2, \ldots, X_s]$, где $\deg X_i = \deg E_i$, $i = 1, \ldots, s$. Значит, можно предполагать, что $UKU^{-1} = K$. Если $\deg E_i = k_i$, то задача классификации пар B, C равносильна задаче классификации кососимметрических матриц C, коммутирующих с элементами K, относительно $O(k_1) \times O(k_2) \times \ldots \times O(k_s)$-сопряженности.

Если $B = 0$, $C \neq 0$, то для некоторой матрицы $U \in O(m)$ имеет место равенство $UCU^{-1} = \operatorname{diag}[\lambda_1 J, \ldots, \lambda_d J, 0]$, где

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Объединив $\lambda_i J$, $\lambda_j J$ с коэффициентами, равными по модулю, сведем задачу классификации склеек C к классификации кососимметрических матриц T, коммутирующих с каждым $X \in K_t$, $t \leqslant r$, и удовлетворяющих соотношению $T^2 = -E$.

Отметим, что если q — нечетное число, то в силу леммы Шура каждая склейка Γ имеет вид $\overline{\Gamma} \otimes E$, где E — единичная матрица порядка q. Если $\overline{U} \in O(r)$, то матрица $\overline{U} \otimes E$ принадлежит $O(qr)$ и коммутирует с каждым элементом алгебры K. Поэтому в качестве предварительной классификации склеек Γ можно рассматривать решение задачи о классификации одномерных подалгебр алгебры $AGL(r, R)$ относительно $O(l_1) \times \ldots \times O(l_d)$-сопряженности, где $l_1 + \ldots + l_d = r$, $l_1 \leqslant \ldots \leqslant l_d$.

Проведенные рассуждения и результаты работы [3] позволяют сформулировать теорему о структуре расщепляемых подалгебр алгебры $A\tilde{G}(n)$.

Теорема 2. *Пусть V_a — подпространство V, $V_a' = [P_0, V_a]$, L_1 — ненулевая подалгебра $AO(n)$, $K_1, \ldots, K_d$ — примарные части L_1 (см. [4]), L_2 — подалгебра $\langle P_0 \rangle$, F — подпрямая сумма L_1 и L_2. Если W является F-инвариантным подпространством пространства $\mathfrak{M}(1, n)$, то $W = W_1 \oplus \ldots \oplus W_d \oplus \tilde{W}$,* где

$$W_i = [K_i, W] = [K_i, W_i], \quad [K_i, W_j] = 0, \quad i \neq j;$$

$$[K_i, \tilde{W}] = 0, \quad [L_2, W_i] \subset W_i, \; [L_2, \tilde{W}] \subset \tilde{W}, \quad i, j = 1, \ldots, d.$$

Если примарная алгебра K является подпрямой суммой неприводимых подалгебр соответственно алгебр $AO(V_1), \ldots, AO(V_r)$, то ненулевые подпространства W пространства $\mathfrak{M}(1, n)$ со свойством $[K, W] = W$ сопряжены $\sum_{i=1}^{a} V_i$, $\sum_{i=1}^{a} V_i'$, $a = 1, \ldots, r$, или подпрямым суммам таких пространств: $\sum_{i=1}^{\tilde{a}} V_i$ и $\sum_{i=1}^{\tilde{b}} V_i'$; $\sum_{i=1}^{a} V_i$ и $\sum_{i=a+1}^{c} V_i'$; $\sum_{i=1}^{a} V_i$, $\sum_{i=1}^{b} V_i'$ и $\sum_{i=a+1}^{c} V_i'$, $\tilde{a} = 1, \ldots, r$; $\tilde{b} = 1, \ldots, \tilde{a}$; $a = 1, \ldots, r - 1$; $b = 1, \ldots, a$; $c = a + 1, \ldots, r$.

Если U_i, $i = 1, 2$,— элементарный K-неприводимый модуль, то всякий K-изоморфизм $U_1 \to U_2$ имеет вид $\lambda\psi$, где $\lambda \in R$, $\lambda \neq 0$, а ψ — изометрия. Подпрямые суммы пространств $\sum_{i=1}^{a} V_i$, $\sum_{i=a+1}^{c} V_i'$ исчерпываются относительно

$O(n)$-сопряженности такими пространствами: $\sum_{i=1}^{a} V_i \oplus \sum_{j=a+1}^{c} V_j'$; $\sum_{i=1}^{b} (V_i, V_{a+i}',$ $\lambda_i I(V_i, V_{a+i}')) \oplus \sum_{j=b+1}^{a} V_j \oplus \sum_{k=a+b+1}^{c} V_k'$, $0<\lambda_1\leqslant\ldots\leqslant\lambda_b$; $b=1, \ldots, \min\{a, c-a\}$. Записанные пространства попарно не сопряжены.

Если $[K, W] = W$ и $[P_0, W] \subset W$, то W совпадает с одним из пространств: $\sum_{i=1}^{a} V_i'$; $\sum_{i=1}^{a} (V_i \oplus V_i')$; $\sum_{j=1}^{b} V_j' \oplus \Omega$, где Ω — подпрямая сумма $\sum_{j=1}^{b} V_j$ и $\sum_{k=b+1}^{c} V_k'$, $a = 1, \ldots, r$; $b = 1, \ldots, r-1$; $c = b+1, \ldots, r$.

З а м е ч а н и е. Из предложения 3 и теоремы 2 непосредственно получаем полное описание расщепляемых подалгебр прямой суммы двух алгебр Евклида.

1. *Sorba P.* The Galilei group and its connected subgroups // J. Math. Phys.— 1976.— **17**, N 6.— P. 941—953.
2. *Фущич В. И., Баранник А. Ф., Баранник Л. Ф.* Непрерывные подгруппы обобщенной группы Галилея. I.— Киев, 1985.— 46 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 85.19).
3. *Баранник Л. Ф., Баранник А. Ф.* Подалгебры обобщенной алгебры Галилея // Теоретико-групповые исследования уравнений мат. физики.— Киев : Ин-т математики АН УССР, 1985.— С. 39—43.
4. *Фущич В. И., Баранник А. Ф., Баранник Л. Ф.* Непрерывные подгруппы обобщенной группы Евклида // Укр. мат. журн.— 1986.— 38, № 1.— С. 67—72.
5. *Ленг С.* Алгебра.— М. : Мир, 1968.— 564 с.
6. *Джекобсон Н.* Алгебры Ли.— М. : Мир, 1964.— 355 с.

Полтав. пед. ин-т

Получено 11.02.86