УДК 519.44

П. Г. Гресь, канд. физ.-мат. наук (Ужгород. ун-т)

Ко второй основной теореме Брауэра

Найдено обращение известной формулы Брауэра, являющейся следствием его второй основной теоремы. Полученную формулу можно использовать для вычисления значений характеров локальных подгрупп. Кроме того, если b — блок $C_G(\pi)$, B — блок группы G, найден способ проверки равенства $b^G = B$.

Знайдено обернення відомої формули Брауера, яка є наслідком його другої основної теореми. Одержану формулу можна використовувати для обчислення значень характерів локальних підгруп. Крім того, якщо b — блок $C_G(\pi)$, B — блок групи G, знайдено спосіб перевірки рівності $b^G = B$.

1. Введение. Пусть G — конечная группа, p — простое число, B — p-блок группы G, π — p-элемент из G. Если χ — неприводимый комплексный характер группы G, принадлежащий B, v — p' — элемент из G, централизующий π, то справедлива формула Брауэра (см. [1], гл. IV, теорема 6.1)

$$\chi(\pi v) = \sum_b \sum_\varphi d_{\chi\varphi}^{(B)} \varphi(v), \tag{1}$$

где b пробегает множество всех тех p-блоков группы $C_G(\pi)$, для которых $b^G = B$, φ пробегает множество всех неприводимых характеров Брауэра группы $C_G(\pi)$, принадлежащих b, $d_{\chi\varphi}^{(B)}$ — обобщенные числа разложения. Формула (1) является следствием второй основной теоремы Брауэра (см. [1], гл. IV, теорема 6.1). С ее помощью были вычислены таблицы характеров или фрагменты таблиц характеров для многих конечных групп и, в частности, многих простых спорадических групп. Объявление о завершении классификации простых конечных групп вызвало разнообразные исследования внутреннего строения простых конечных групп. Это связано с тем, что, например, группа $SL(100,2)$ «известна», однако понимание ее подгруппового строения еще далеко от окончательного. С другой стороны, во многих случаях о группах имеется «глобальная» информация, например, такая, как таблица характеров этой группы. Эту информацию естественно использовать для получения «локальной» информации, в частности, информации о характерах подгрупп. Для этой цели в настоящей работе получена формула, в каком-то смысле обращающая формулу (1). При этом схема применения полученной формулы для вычисления значений характеров подходящих подгрупп остается примерно такой же, как и схема применения формулы (1). Сформулируем более точно полученные результаты, используя приведенные выше обозначения.

Назовем p-секцией группы G, определенной p-элементом π, множество $S_G(\pi)$, состоящее из всех тех элементов группы G, p-части которых сопряжены с π. Очевидно $S_G(\pi)$ является объединением сопряженных классов группы G. Обозначим через S множество всех сопряженных классов группы G, лежащих в $S_G(\pi)$. Пусть b — такой p-блок группы $C_G(\pi)$, что $b^G = B$, λ — неприводимый комплексный характер группы $C_G(\pi)$, принадлежащий b. В п.2 мы покажем, что существует такое подмножество $X(B)$ множества неприводимых комплексных характеров группы G, принадлежащих p-блоку B, что

$$\lambda(g_L') = \sum_{\varphi \in X(B)} t_{\lambda\varphi}^{(B)} \varphi(g_L), \tag{2}$$

где $L \in S$, $g_L \in L$, g_L' — p'-часть элемента g_L, $t_{\lambda\varphi}^{(B)}$ принадлежат достаточно широкому полю алгебраических чисел. Формула (2) и является аналогом приведеной выше формулы Брауэра. Ее следствием является удобный для практического использования способ проверки того, справедливо ли равенство $\tilde{B}^G = B$ для p-блока $\tilde{B}$ группы $C_G(\pi)$: $\tilde{B}^G = B$ тогда и только тогда, когда $\sum_{L\in S} \lambda(g'_L)\chi(g_L)|L| \neq 0$ для некоторого неприводимого комплексного характера χ из B.

В упоминавшихся выше вычислениях таблиц характеров формула (1) применялась в сочетании со следующим равенством:

$$\sum_{\chi\in \mathrm{Irr}(B)} d_{\chi\varphi}^{(B)}\overline{d_{\chi\psi}^{(B)}} = c_{\varphi\psi}, \tag{3}$$

где φ, ψ — неприводимые характеры Брауэра из p-блока b такого, что $b^G = B$, $c_{\varphi\psi}$ — инвариант Картана p-блока b, $\overline{d_{\chi\psi}^{(B)}}$ — комплексно сопряженное к $d_{\chi\psi}^{(B)}$. Мы покажем, что аналогичному равенству удовлетворяют числа $t_{\lambda\varphi}^{(B)}$:

$$\sum_{b} \sum_{\lambda\in \mathrm{Irr}(b)} t_{\lambda\varphi}^{(B)} t_{\lambda\psi}^{(B)} = \overline{u_{\varphi\psi}}, \tag{4}$$

где b пробегает множество всех тех p-блоков группы $C_G(\pi)$, для которых $b^G = B$, $u_{\varphi\psi}$ — инварианты Картана относительно пары (X, S) (см. п. 2) p-блока B.

Формулы (2) и (4) являются аналогами формул (1) и (3) и могут быть использованы для вычислений значений характеров λ группы $C_G(\pi)$ на p'-элементах g'_L.

Мы будем применять стандартную терминологию и общеизвестные факты из теории p-блоков конечных групп [1]. Символами $\mathrm{Irr}(G)$ и $\mathrm{Irr}(B)$ обозначим соответственно множества всех неприводимых комплексных характеров группы G и p-блока B. В дальнейшем «блок» — это «p-блок» относительно зафиксированного в начале простого числа p. Пусть G — конечная группа, ε — примитивный корень $|G|$-й степени из 1 в поле $\mathbb{C}$, R — кольцо целых поля $\mathbb{Q}(\varepsilon)$, $\mathcal{P}$ — максимальный идеал в R, содержащий p. Через $R_{\mathcal{P}}$ обозначим кольцо $\mathcal{P}$-целых, а через J — максимальный идеал кольца $R_{\mathcal{P}}$. Пусть X, Y — упорядоченные множества. Символом $(a_{ij})_{i\in X, j\in Y}$ будем обозначать матрицу, у которой i — номер строки, j — номер столбца.

2. Связь между характерами групп и подгрупп. Пусть G — конечная группа, π — p-элемент группы G, $S_G(\pi)$ — p-секция группы G, содержащая π, S — множество сопряженных классов группы G, лежащих в $S_G(\pi)$. Положим $Z = (\chi(g_L))_{\chi\in\mathrm{Irr}(G), L\in S}$. Обозначим через g'_L p-часть элемента g_L. Тогда $\chi(g_L) \equiv \chi(g'_L) \pmod J$ для всех $\chi\in\mathrm{Irr}(G)$. Пусть $RCl(G)$ — множество всех классов сопряженных p'-элементов группы G. Так как $(\chi(g_N))_{\chi\in\mathrm{Irr}(G), N\in RCl(G)}$ имеет $R_{\mathcal{P}}$-ранг равный $|RCl(G)|$, а матрица $(\chi(g'_L))_{\chi\in\mathrm{Irr}(G), l\in S}$ — ее подматрица, то существует такое подмножество $X \subseteq \mathrm{Irr}(G)$, что $|X| = |S|$ и матрица $(\chi(g'_L))_{\chi\in X, L\in S}$ $R_{\mathcal{P}}$-обратима. Поэтому матрица $(\chi(g_L))_{\chi\in X L\in S}$ также $R_{\mathcal{P}}$-обратима. Положим $\Phi = (\chi(g_L))_{\chi\in X, L\in S}$. Тогда для любого $L\in S$ справедливо равенство

$$\chi(g_L) = \sum_{\varphi\in X} h_{\chi\varphi}\varphi(g_L), \tag{5}$$

где $\chi\in\mathrm{Irr}(G)$, $h_{\chi\varphi}\in R_{\mathcal{P}}$.

Числа $h_{\chi\varphi}$ будем называть числами разложения характеров относительно пары (X, S), а матрицу $H = (h_{\chi\varphi})_{\chi\in\mathrm{Irr}(G), \varphi\in X}$ — матрицей разложения характеров относительно пары (X, S). Если $\pi = 1$, то $S = RCl(G)$ и множество X является базисным множеством в смысле Брауэра (см., например, [1]). В этом случае $h_{\chi\varphi} = 0$, если χ и φ лежат в разных блоках группы G. Аналогичное утверждение справедливо и для произвольной p-секции S. Этот факт мы докажем, предварительно доказав следующую лемму.

Лемма 1. *Матрица* $\left(\sum_{L\in S}\varphi(g_L)\overline{\psi(g_L)}|L|\right)_{\varphi\in X,\psi\in X}$ *невырождена.*

Доказательство. Предположим, что $\sum_{\psi}a_\psi\left(\sum_{L\in S}\varphi(g_L)\overline{\psi(g_L)}|L|\right)=0$, где $a_\psi\in\mathbb{C}$. Тогда $\sum_{L\in S}\varphi(g_L)|L|\sum_{\psi\in X}a_\psi\overline{\psi(g_L)}=0$. Из невырожденности Φ следует, что $\sum_{\psi\in X}a_\psi\overline{\psi(g_L)}=0$ для всех $L\in S$. Отсюда следует, что $a_\psi=0$ для всех $\psi\in X$. Лемма доказана.

Пусть B — блок группы G, $X(B)=X\cap\mathrm{Irr}(B)$.

Предложение 1. *Пусть* $\chi\in\mathrm{Irr}(G)$, $\varphi\in X$. *Если* χ *и* φ *лежат в различных блоках группы* G, *то* $h_{\chi\varphi}=0$.

Доказательство. Для всех $\varphi\notin X(B)$ имеем

$$\sum_{L\in S}\sum_{\psi\in X}h_{\chi\psi}\psi(g_L)\overline{\varphi(g_L)}|L|=0=\sum_{\psi\in X}h_{\chi\psi}\sum_{L\in S}\psi(g_L)\overline{\varphi(g_L)}|L|=$$

$$=\sum_{\psi\in X-X(B)}h_{\chi\varphi}\sum_{L\in S}\psi(g_L)\overline{\varphi(g_L)}|L|.$$

В силу леммы 1 матрица $\sum_{L\in S}\psi(g_L)\varphi(g_L)|L|)_{\psi\in X,\varphi\in X}$ невырождена. Так как $\sum_{L\in S}\psi(g_L)\varphi(g_L)|L|=0$, если ψ и φ не лежат в общем блоке [2], то матрица $\left(\sum_{L\in S}\psi(g_L)\varphi(g_L)|L|\right)_{\psi\in X-X(B),\varphi\in X-X(B)}$ также невырождена. Значит, $h_{\chi\psi}=0$ для всех $\psi\in X-X(B)$. В частности, $h_{\chi\varphi}=0$. Предложение доказано.

В силу предложения 1 равенство (5) принимает вид

$$\chi(g_L)=\sum_{\varphi\in X(B)}h_{\chi\varphi}\varphi(g_L), \tag{6}$$

где $\chi\in\mathrm{Irr}(B)$, $L\in S$.

Обозначим через $Bl(G)$ множество всех блоков группы G. Пусть $Bl(G)=\{B_1,\ldots,B_s\}$. Из (6) следует, что при поблочном расположении характеров множеств X и $\mathrm{Irr}(G)$ матрица H имеет вид

$$H=\begin{pmatrix}H_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & H_s\end{pmatrix},$$

где $H_i=H_{B_i}=(h_{\chi\varphi})_{\chi\in\mathrm{Irr}(B),\varphi\in X(B_i)}$. Матрицу H_i будем называть матрицей разложения характеров блока B_i относительно пары (X,S). Заметим, что часть матриц H_i могут оказаться нулевыми. В самом деле, если π не лежит в дефектной группе блока B_i, то $\chi(g_L)=0$ для всех $L\in S$ (см. [3]) и потому H_i — нулевая матрица. Пусть $B\in Bl(G)$. Положим $u_{\varphi\psi}=\sum_{\chi\in\mathrm{Irr}(B)}h_{\chi\varphi}\bar h_{\chi\varphi}$. Числа $u_{\varphi\psi}$ будем называть инвариантами Картана характеров блока B относительно пары (X,S), а матрицу $U_B=(u_{\varphi\psi})_{\varphi\in X(B),\psi\in X(B)}$ — матрицей Картана характеров блока B относительно пары (X,S). Таким образом, $U_B=\overline{H}'_BH_B$. Положим

$$U=\begin{pmatrix}U_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & U_s\end{pmatrix},$$

где $U_i = U_{B_i}$. Матрицу U будем называть матрицей Картана характеров группы G относительно пары (X, S). Для $\varphi \in X(B)$ положим $\eta_\varphi = \sum_{\psi \in X(B)} u_{\varphi\psi}\psi$.

Пусть f и h — функции, заданные на множестве S и принимающие значения в поле $\mathbf{Q}(\varepsilon)$, ε — примитивный корень степени $|G|$ из единицы. Положим

$$\langle f, h\rangle_S = \frac{1}{|G|} \sum_{L \in S} f(g_L)\overline{h(g_L)}\,|L|. \tag{7}$$

Тогда (7) задает скалярное произведение на $\mathbf{Q}(\varepsilon)$-линейном пространстве всех функций, заданных на множестве S.

Теорема 1 (соотношения ортогональности). *Пусть* $\varphi, \psi \in X$, $L, M \in S$. *Тогда*

i) $\frac{|L|}{|G|} \sum_{\tau \in X} \eta_\tau(g_L)\overline{\tau(g_M)} = \delta_{LM}$;

ii) $\langle \eta_\varphi, \psi\rangle_S = \delta_{\varphi\psi}$;

iii) $\langle \varphi, \psi\rangle_S = v_{\varphi\psi}$, *где* $(v_{\varphi\psi})_{\varphi \in X, \psi \in X} = U^{-1}$;

iv) $\langle \eta_\varphi, \eta_\psi\rangle_S = u_{\varphi\psi}$;

v) $u_{\varphi\psi} = \overline{u}_{\psi\varphi}$.

Доказательство с небольшими модификациями повторяет рассуждения, примененные при получении соотношений ортогональности для неприводимых и неразложимых характеров Брауэра (см. [4], § 84).

Пусть $B \in Bl(G)$, Y — объединение базисных множеств $Y(b)$ всех тех блоков b группы $C_G(\pi)$, для которых $b^G = B$. По формуле Брауэра [1]

$$\chi(g_L) = \sum_{b \in Bl(C_G(\pi), B)} \sum_{\tau \in Y(b)} d_{\chi\tau}^{(b)} \tau(g_L'), \tag{8}$$

где $Bl(C_G(\pi), B) = \{b \in Bl(C_G(\pi), B) \mid b^G = B\}$, $\chi \in \mathrm{Irr}(B)$, $d_{\chi\tau}^{(b)}$ — обобщенные числа разложения, $L \in S$. Обозначим через $c_{\tau\nu}^{(b)}$ инварианты Картана блока b относительно базисного множества $Y(b)$. Тогда в силу следствия второй основной теоремы Брауэра имеем

$$c_{\tau\nu}^{(b)} = \sum_{\chi \in \mathrm{Irr}(B)} d_{\chi\tau}^{(b)} \overline{d_{\chi\nu}^{(b)}}.$$

Согласно (6) получаем

$$\chi(g_L) = \sum_{\varphi \in X(B)} h_{\chi\varphi}\varphi(g_L),$$

где $\chi \in \mathrm{Irr}(B)$, $L \in S$. В силу (8) находим

$$\chi(g_L) = \sum_{\varphi \in X(B)} h_{\chi\varphi} \sum_{b \in Bl(C_G(\pi), B)} \sum_{\tau \in Y(b)} d_{\varphi\tau}^{(b)} \tau(g_L') =$$

$$= \sum_{b \in Bl(C_G(\pi), B)} \sum_{\tau \in Y(b)} \Big(\sum_{\varphi \in X(B)} h_{\chi\varphi} d_{\varphi\tau}^{(b)} \Big) \tau(g_L').$$

Отсюда следует

$$d_{\chi\tau}^{(b)} = \sum_{\varphi \in X(B)} h_{\chi\varphi} d_{\varphi\tau}^{(b)}. \tag{9}$$

Равенство (9) выражает связь между числами разложения характеров блока B относительно (X, S) и обобщенными числами разложения блока B.

Найдем теперь связь между инвариантами Картана характеров блока B относительно (X, S) и инвариантами Картана блоков множества $BL(C_G(\pi), B)$.

Используя (9), имеем

$$c_{\tau\nu}^{(b)} = \sum_{\chi\in \mathrm{Irr}(B)} d_{\chi\tau}^{(b)}\overline{d_{\chi\nu}^{(b)}} = \sum_{\chi\in \mathrm{Irr}(B)}\sum_{\varphi\in X(B)} h_{\chi\varphi} d_{\varphi\tau}^{(b)} \overline{\sum_{\psi\in X(B)} h_{\chi\psi} d_{\psi\nu}^{(b)}} =$$

$$= \sum_{\varphi,\psi\in X(B)} \Big(\sum_{\chi\in \mathrm{Irr}(B)} h_{\chi\varphi}\bar h_{\chi\psi}\Big) d_{\varphi\tau}^{(b)}\overline{d_{\psi\nu}^{(b)}} = \sum_{\varphi,\psi\in X(B)} u_{\varphi\psi} d_{\varphi\tau}^{(b)}\overline{d_{\psi\nu}^{(b)}}.$$

Таким образом,

$$c_{\tau\nu}^{(b)} = \sum_{\varphi,\psi\in X(B)} u_{\varphi\psi} d_{\varphi\tau}^{(b)}\overline{d_{\psi\nu}^{(b)}}. \tag{10}$$

Обозначим через F_B эрмитову форму с матрицей U_B. Тогда (10) принимает вид $c_{\tau\nu}^{(b)} = F_B(d_\tau, d_\nu)$, где d_λ — вектор с компонентами $d_{\lambda\varphi}$, $\varphi\in X(B)$.

Пусть $b\in Bl(C_g(\pi), B)$, $\lambda\in \mathrm{Irr}(b)$. Поскольку $\lambda(g'_L)\in R_{\mathscr{P}}$ для всех $L\in S$, то в силу $R_{\mathscr{P}}$-невырожденности матрицы Φ имеем

$$\lambda(g'_L) = \sum_{\tilde B\in Bl(G)}\sum_{\varphi\in X(\tilde B)} t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)}\varphi(g_L), \tag{11}$$

где $t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)}\in R_{\mathscr{P}}$.

Теорема 2 (аналог второй основной теоремы Брауэра). *Пусть $\tilde B$ — блок группы G, причем $\tilde B\neq B$. Тогда $t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)}=0$ для всех $\varphi\in X(\tilde B)$.*

Доказательство. В силу (8) для $\varphi\in X(\tilde B)$ справедливо равенство

$$\varphi(g_L) = \sum_{\tilde b\in Bl(C_G(\pi),\tilde B)}\sum_{\tau\in Y(\tilde b)} d_{\varphi\nu}^{(\tilde b)}\nu(g'_L), \quad L\in S.$$

Правую часть этого равенства подставим в (11):

$$\lambda(g'_L) = \sum_{\tilde B\in Bl(G)}\sum_{\varphi\in X(\tilde B)} t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)} \sum_{\tilde b\in Bl(C_G(\pi),\tilde B)}\sum_{\nu\in Y(\tilde b)} d_{\varphi\nu}^{(\tilde b)}\nu(g'_L) =$$

$$= \sum_{\tilde B\in Bl(G)}\sum_{\tilde b\in Bl(C_G(\pi),\tilde B)}\sum_{\nu\in Y(\tilde b)}\Big(\sum_{\varphi\in X(\tilde B)} t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)} d_{\varphi\nu}^{(\tilde b)}\Big)\nu(g'_L).$$

С другой стороны,

$$\lambda(g'_L) = \sum_{\nu\in Y(b)} d_{\lambda\nu}\nu(g'_L), \quad L\in S,$$

где $d_{\lambda\nu}$ — числа разложения блока b относительно базисного множества $Y(b)$. Поэтому если $\tilde B\neq B$, то $\sum_{\varphi\in X(\tilde B)} t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)} d_{\varphi\nu}^{(\tilde b)} = 0$ для всех $\nu\in Y(\tilde b)$ и всех тех блоков $\tilde b\in Bl(C_G(\pi), \tilde B)$. Так как ранг матрицы $(d_{\varphi\nu}^{(\tilde b)})$ равен $|X(B)|$, то $t_{\lambda\varphi}^{(\tilde B)} = 0$ для всех $\varphi\in X(\tilde B)$.

Теорема 3. *Пусть $b\in Bl(C(\pi), B)$. Тогда*

i) $t_{\lambda\varphi}^{(B)} = \dfrac{1}{|G|}\sum_{L\in S}\lambda(g'_L)\overline{\eta_\varphi(g_L)}\,|L|$;

ii) если $B\neq B$, $\chi\in \mathrm{Irr}(\tilde B)$, то

$$\sum_{L\in S}\lambda(g'_L)\chi(g_L)|L| = 0; \tag{12}$$

iii) пусть $\tilde b$ — блок группы $C_G(\pi)$. $\tilde b^G = B$ тогда и только тогда, *когда существуют такие* $\lambda \in \mathrm{Irr}(\tilde{b})$ *и* $\chi \in \mathrm{Irr}(B)$, *что*

$$\sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\chi(g_L)|L| \neq 0;$$

iv) $\sum_{b} \sum_{\lambda \in \mathrm{Irr}(b)} t^{(B)}_{\lambda\varphi} t^{(B)}_{\lambda\psi} = \bar{u}_{\varphi\psi}$, *где* $b \in Bl(C_G(\pi), B)$.

Доказательство. Утверждение *i*) следует из утверждения *ii*) теоремы 1. Докажем утверждение *ii*). В силу теоремы 1 (*ii*) матрица $T = (\eta_\varphi(g_L))_{\varphi \in X, L \in S}$ невырождена. Согласно теореме 2 $t^{(\tilde{B})}_{\lambda\varphi} = 0$ для всех $\varphi \in X(B)$. Из утверждения *ii*) теоремы 1 следует

$$t^{(\tilde{B})}_{\lambda\varphi} = \frac{1}{|G|} \sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\eta_\varphi(g_L)}|L| = \frac{1}{|G|} \sum_{L \in S} \lambda(g'_L) \overline{\sum_{\psi \in X(\tilde{B})} u_{\varphi\psi}\psi(g_L)} =$$

$$= \frac{1}{|G|} \sum_{\psi \in X(\tilde{B})} u_{\varphi\psi} \sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\psi(g'_L)}|L| = 0.$$

Так как матрица $U_{\tilde{B}}$ невырождена, ввиду невырожденности матриц T и Φ, то

$$\sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\psi(g_L)}|L| = 0. \tag{13}$$

В силу (6) для любого $\chi \in \mathrm{Irr}(\tilde{B})$ можно записать $\overline{\chi(g_L)} = \sum_{\psi \in X(B)} h_{\chi\psi} \times \times \overline{\psi(g_L)}$. Из (13) теперь следует утверждение *ii*).

Докажем утверждение *iii*). Пусть $b \in Bl(C_G(\pi), B)$, $\lambda \in \mathrm{Irr}(\tilde{b})$. Предположим, что для всех $\chi \in \mathrm{Irr}(B)$, $\sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\chi(g_L)}|L| = 0$. Тогда, в частности, $\sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\varphi(g_L)}|L| = 0$ для всех $\varphi \in X(B)$. Отсюда и из утверждения *i*) следует $t^{(B)}_{\lambda\varphi} = 0$ для всех $\varphi \in X(B)$. Согласно теореме 2 $t^{(\tilde{B})}_{\lambda\psi} = 0$ для всех $\tilde{B} \neq B$. В силу (11) $\lambda(g'_L) = 0$ для всех $L \in S$, что неверно, так как $\lambda(1) \neq 0$. И, наконец, докажем утверждение *iv*). Если $\lambda \in \mathrm{Irr}(C_G(\pi))$ и λ не лежит в таком блоке b, что $b^G = B$, то в силу утверждения *iii*) $t^{(B)}_{\lambda\varphi} = 0$ для любого $\varphi \in X(B)$. Поэтому

$$\sum_{b} \sum_{\lambda \in \mathrm{Irr}(b)} t^{(B)}_{\lambda\varphi}\overline{t^{(B)}_{\lambda\psi}} = \sum_{\lambda \in \mathrm{Irr}(C_G(\pi))} t^{(B)}_{\lambda\varphi}\overline{t^{(B)}_{\lambda\psi}} = \sum_{\lambda \in \mathrm{Irr}(C_G(\pi))} \frac{1}{|G|} \times$$

$$\times \sum_{L \in S} \lambda(g'_L)\overline{\eta_\varphi(g_L)}|L| \frac{1}{|C|} \sum_{M \in S} \lambda(g'_M)\overline{\eta_\psi(g_M)}|M| = \sum_{L, M \in S} \frac{1}{|G|^2}\overline{\eta_\varphi(g_L)} \times$$

$$\times \eta_\psi(g_M)|L||M| \sum_{\lambda \in \mathrm{Irr}(C_G(\pi))} \lambda(g'_L)\overline{\lambda(g'_M)} = \sum_{L \in S} \frac{1}{|G|^2}\overline{\eta_\varphi(g_L)}\eta_\psi(g_L)|L|^2 \times$$

$$\times |C_{C_G}(\pi)(g'_L)| = \frac{1}{|G|} \sum_{L \in S} \overline{\eta_\varphi(g_L)}\eta_\psi(g_L) = \bar{u}_{\varphi\psi}.$$

1. *Фейт У.* Теория представлений конечных групп.— М. : Наука, 1990.— 462 с.
2. *Iizuka K.* On Brauer's theorem on sections in the theory of blocks of group characters // Math. Z.— 1961.— 75.— P. 299—304.
3. *Green J. A.* Blocks of modular representations // Ibid.— 1962.— 79.— P. 100—115.
4. *Кэртис Ч., Райнер И.* Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр.— М. : Наука, 1969.— 668 с.

Получено 24.09.91