УДК 519.21

К. Н. ЛЯТАМБУР, инж. (Ин-т математики АН УССР, Киев)

Изоморфизм мультипликативных и аддитивных стохастических полугрупп почти линейных операторов без условия непрерывности

Доказано взаимно однозначное соответствие между множествами мультипликативных и аддитивных разрывных эволюционных систем сильных почти линейных операторов, удовлетворяющих условию ограниченности вариации.

Доведено взаємно однозначну відповідність між множинами мультиплікативних і адитивних розривних еволюційних систем сильних майже лінійних операторів, що задовольняють умові обмеженості варіації.

Пусть H — сепарабельное вещественное гильбертово пространство со скалярным произведением $(\cdot, \cdot)$ и нормой $|\cdot|_1$, $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ — некоторое вероятностное пространство, $X_s^2(H, \Omega)$ — множество сильных почти линейных операторов $A_\omega(\cdot)$ на H [1], для которых $\sup\limits_{x \in H, |x|_1 \leqslant 1} M|A_\omega(x)|_1^2 = |A|_5^2 < \infty$.

Следуя [2] будем называть их S-операторами и в дальнейшем будем использовать обозначения этой работы. Отметим, что при каждом $\omega \in \Omega$ $A_\omega(\cdot) \in X_S^2$ (H, Ω) может не быть ограниченным линейным оператором над H [1].

В настоящей статье установлен изоморфизм между множествами аддитивных и мультипликативных операторных систем, рассматривавшихся в [3, 4] при некоторых дополнительных условиях.

Точнее, пусть $\sigma_s^t \subseteq \mathscr{F}$, $0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T < \infty$ — поток σ-алгебр, удовлетворяющих условиям $\sigma_s^\tau \subseteq \sigma_r^t$, σ_r^s и σ_τ^t независимы, $r \leqslant s \leqslant \tau \leqslant t$.

Определение 1. *Двупараметрическую систему σ_s^t-измеримых S-операторов X_s^t, $0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T < \infty$, назовем mVS-полугруппой, если она при всех $s \leqslant \tau \leqslant t$ удовлетворяет условиям*

$$X_s^\tau X_\tau^t = X_s^t, \quad X_s^s = I \pmod P, \tag{1}$$

$$(X_{s-}^s - I)(X_s^{s+} - I) = 0 \pmod P, \tag{2}$$

$$MX_s^t = I, \tag{3}$$

$$\operatorname{Var}^{(2)}_{[0,T]}(X - I) = \sup_{\Delta[0,T]} \sum_{k=1}^m |X_{t_{k-1}}^{t_k} - I|_5^2 < \infty. \tag{4}$$

Определение 2. *Двупараметрическую систему σ_s^t-измеримых S-операторов Y_s^t, $0 \leqslant s \leqslant t \leqslant T < \infty$, назовем aVS-полугруппой, если она при всех $s \leqslant \tau \leqslant t$ удовлетворяет условиям:*

$$Y_s^\tau + Y_\tau^t = Y_s^t, \ Y_s^s = 0 \pmod P, \tag{5}$$

$$Y_{s-}^s Y_s^{s+} = 0 \pmod P, \tag{6}$$

$$MY_s^t = 0, \tag{7}$$

$$\operatorname*{Var}^{(2)}_{[0,T]} Y = \sup_{\Delta[0,T]} \sum_{k=1}^m | Y_{t_{k-1}}^{t_k} |_5^2 < \infty. \tag{8}$$

Замечание 1. В (4), (8) $\Delta[0, T]$ обозначает набор точек $0 = t_0 < < t_1 < \ldots < t_m = T$, образующих разбиение отрезка $[0, T]$, а sup берется по всем таким разбиениям. Последовательность разбиений $\Delta_n[0, T] = = \{t_k^n, k = \overline{0, m_n}\}$, $n \geqslant 1$ называется измельчающейся, если она удовлетворяет условию $\delta_n(\Delta) = \max\limits_{k=\overline{1,m_n}} (t_k^n - t_{k-1}^n) \to 0$, $n \to \infty$. В дальнейшем рассматриваются только измельчающиеся разбиения.

Замечание 2. В (2) и (6) в отличие от [4] не нужно требовать существования в норме $|\cdot|_5$ пределов

$$X_{s-}^s = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} X_{s-\varepsilon}^s, \ X_s^{s+} = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} X_s^{s+\varepsilon}, \ Y_{s-}^s, \ Y_s^{s+},$$

а также пределов

$$X_{s-}^{s-} = \lim_{\varepsilon<\delta\downarrow 0} X_{s-\delta}^{s-\varepsilon} = I, \ X_{s+}^{s+} = I, \ Y_{s-}^{s-} = Y_{s+}^{s+} = 0 \pmod P,$$

поскольку их существование обеспечивают условия (4), (8). Действительно, пусть $s_n \uparrow s$, $n \to \infty$. Тогда

$$| X_{s_n}^s - X_{s_{n+m}}^s |_5^2 = | X_{s_{n+m}}^s (X_{s_n}^{s_{n+m}} - I) |_5^2 \leqslant | X_{s_{n+m}}^s |_5^2 \, | X_{s_n}^{s_{n+m}} - I |_5^2. \tag{9}$$

Обозначим

$$F^x(s, t) = M | (X_s^t - I) x |_1^2, \quad x \in H,$$

$$F(s, t) = | X_s^t - I |_5^2. \tag{10}$$

В [2] показано, что при $[s, t] \subset [u, v]$ $F^x(s, t) \leqslant F^x(u, v)$. Очевидно, аналогичным свойством будет обладать и $F(s, t)$, так как $F(s, t) = = \sup\limits_{|x|_1 \leqslant 1} F^x(s, t)$. Следовательно,

$$| X_s^t |_5^2 = \sup_{|x|_1 \leqslant 1} M | (X_s^t - I) x + x |_1^2 = \sup_{|x|_1 \leqslant 1} (F^x(s, t) + 2M((X_s^t - I) x, x) + | x |_1^2) \leqslant$$
$$\leqslant F(s, t) + 1 \leqslant F(0, T) + 1 < \infty. \tag{11}$$

Поскольку $\sum\limits_{k=1}^\infty | X_{s_{n_{k-1}}}^{s_{n_k}} - I |_5^2 \leqslant \operatorname*{Var}\limits_{[s_0, s]}^{(2)} (X - I) < \infty$, то

$$| X_{s_{n_{k-1}}}^{s_{n_k}} - I |_5^2 \to 0, \ k \to \infty. \tag{12}$$

Из (9), (11) и (12) следует существование в норме $|\cdot|_5$ предела X_{s-}^s. Аналогично доказывается существование остальных пределов в (2) и (6).

Множества всех mVS- и aVS-полугрупп на $[0, T]$ будем обозначать соответственно $\mathfrak{M}_{VS}$, $\mathfrak{A}_{VS}$.

Теорема. *Формула*

$$D(X_s^t) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{m_n} (X_{t_{k-1}^n}^{t_k^n} - I) \tag{13}$$

определяет взаимно однозначное отображение $D : \mathfrak{M}_{VS} \to \mathfrak{A}_{VS}$; *при этом обратное отображение задается по формуле*

$$D^{-1}(Y_s^t) = \lim_{n\to\infty} \overrightarrow{\prod_{k=1}^{m_n}} (Y_{t_{k-1}^n}^{t_k^n} + I). \tag{14}$$

В (13) и (14) пределы рассматриваются в норме $|\cdot|_5$ и не зависят от измельчающихся последовательностей разбиений $\Delta_n[s, t]$. Символ $\overrightarrow{\prod_k}$ обозначает произведение в порядке возрастания индекса k слева направо, и поскольку всюду в настоящей работе рассматриваются произведения только такого вида, в дальнейшем заменим его символом $\prod_k$. Для упрощения обозначений верхние индексы у точек t_k^n последовательностей разбиений будут опущены ($t_k^n = t_k$).

Доказательство. В предшествующих работах при исследовании более широких классов полугрупп $\mathfrak{M}_S \supset \mathfrak{M}_{VS}$ и $\mathfrak{A}_S \supset \mathfrak{A}_{VS}$, для принадлежности которым не обязательно выполнение условий (4) и (8) соответственно, были получены следующие результаты.

В [3] показано, что для любой $X_s^t \in \mathfrak{M}_S$ $D(X_s^t)$ существует и принадлежит $\mathfrak{A}_S$. В [4] для любой $Y_s^t \in \mathfrak{A}_S$ по формуле (14) построена $\overline{D}(Y_s^t) = \prod_{k=1}^{m_n} (Y_{t_{k-1}}^{t_k} + I)$, которая принадлежит $\mathfrak{M}_S$, и доказано соотношение $D(\overline{D}(Y_s^t)) = Y_s^t \pmod{P}$.

Теперь для доказательства теоремы остается показать, что для произвольных mVS- и aVS-полугрупп X_s^t и Y_s^t соответственно справедливы соотношения

$$\operatorname*{Var}_{[0,T]}^{(2)} D(X_s^t) < \infty, \tag{15}$$

$$\operatorname*{Var}_{[0,T]}^{(2)} (\overline{D}(Y_s^t) - I) < \infty, \tag{16}$$

$$\overline{D}(D(X_s^t)) = X_s^t \pmod{P}. \tag{17}$$

Введем для краткости записи обозначения

$$V(s, t) = \operatorname*{Var}_{[s,t]}^{(2)} (X - I), \quad U(s, t) = \operatorname*{Var}_{[s,t]}^{(2)} Y$$

и докажем, что функция $V(s, t)$ аддитивна относительно интервала, т. е.

$$V(s, t) = V(s, \tau) + V(\tau, t) \text{ при } s \leqslant \tau \leqslant t. \tag{18}$$

Пусть последовательности разбиений $\{\Delta_n[s, \tau]\}$, $\{\Delta_m[\tau, t]\}$ таковы, что

$$V(s, \tau) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{m_n} |X_{t_{k-1}}^{t_k} - I|_5^2 = \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n}(s, \tau),$$

$$V(\tau, t) = \lim_{m\to\infty} \sum_{i=1}^{r_m} |X_{s_{i-1}}^{s_i} - I|_5^2 = \lim_{m\to\infty} V_{\Delta_m}(\tau, t).$$

Тогда

$$V(s, t) \geqslant \lim_{n,m\to\infty} V_{\Delta_n \cup \Delta_m}(s, t) = \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n}(s, \tau) + \lim_{m\to\infty} V_{\Delta m}(\tau, t) = \\ = V(s, \tau) + V(\tau, t). \tag{19}$$

Пусть теперь последовательность $\{\Delta_n [s, t]\}$ такова, что $V_{\Delta_n}(s, t) \to V(s, t)$ при $n \to \infty$, и точка $\tau \in (s, t)$ принадлежит отрезку $[t_{k_\tau-1}, t_{k_\tau}]$ разбиения $\Delta_n [s, t]$. Рассмотрим разность

$$V_{\Delta_n}(s, t) - V_{\Delta_n \cup \{\tau\}}(s, t) = F(t_{k_\tau-1}, t_{k_\tau}) - F(t_{k_\tau-1}, \tau) - F(\tau, t_{k_\tau}).$$

Выберем на единичной сфере в H такую последовательность x_m, $m \geqslant 1$, что $F^{x_m}(t_{k_\tau-1}, t_{k_\tau}) \to F(t_{k_\tau-1}, t_{k_\tau})$, $m \to \infty$. Тогда

$$V_{\Delta_n}(s, t) - V_{\Delta_n \cup \{\tau\}}(s, t) \leqslant \lim_{m\to\infty} (F^{x_m}(t_{k_\tau-1}, t_{k_\tau}) - F^{x_m}(t_{k_\tau-1}, \tau) -$$

$$- F^{x_m}(\tau, t_{k_\tau})) = \lim_{m\to\infty} M \,|\, X^{\tau}_{t_{k_\tau-1}} - I)(X^{t_{k_\tau}}_{\tau} - I) x_m |_1^2 \leqslant$$

$$\leqslant |(X^{\tau}_{t_{k_\tau-1}} - I)(X^{k_{t_\tau}}_{\tau} - I)|_5^2, \tag{20}$$

поскольку в силу свойств (1), (3) mVS-полугрупп для любых $x \in H$ справедливо

$$F^x(s, t) - F^x(s, \tau) - F^x(\tau, t) = M\,|(X_s^\tau - I)(X_\tau^t - I)x|_1^2.$$

Из (2) следует, что выражение в правой части (20) стремится к нулю при $n \to \infty$, поэтому

$$V(s, t) = \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n}(s, t) \leqslant \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n \cup \{\tau\}}(s, t) = \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n^1}(s, \tau) +$$

$$+ \lim_{n\to\infty} V_{\Delta_n^2}(\tau, t) \leqslant V(s, \tau) + V(\tau, t), \tag{21}$$

где

$$\Delta_n^1 [s, \tau] = (\Delta_n [s, t] \cap [s, \tau]) \cup \{\tau\},$$

$$\Delta_n^2 [\tau, t] = (\Delta_n [s, t] \cap [\tau, t]) \cup \{\tau\}.$$

Из (19) и (21) следует (18). Аналогично доказывается соотношение

$$U(s, t) = U(s, \tau) + U(\tau, t), \quad s \leqslant \tau \leqslant t. \tag{22}$$

Из соотношений

$$|D(X^{t_k}_{t_{k-1}})|_5^2 = \lim_{m\to\infty} \Big| \sum_{i=1}^{r_m} (X^{s_i}_{s_{i-1}} - I) \Big|_5^2 \leqslant \lim_{m\to\infty} \sum_{i=1}^{r_m} |X^{s_i}_{s_{i-1}} - I|_5^2 \leqslant V(t_{k-1}, t_k),$$

используя (18), получаем (15). В силу оценки

$$C_n[s, t] = \sup_{1 \leqslant i \leqslant j \leqslant m_n} \Big| \prod_{k=i}^{j} (Y^{t_k}_{t_{k-1}} + I) \Big|_5^2 \leqslant C(T) < \infty, \tag{23}$$

которая получена в [4] для aS-полугрупп, имеем

$$|\overline{D}(Y^{t_k}_{t_{k-1}}) - I|_5^2 = \lim_{m\to\infty} \Big| \sum_{i=1}^{r_m} \prod_{j=1}^{i-1} (Y^{s_j}_{s_{j-1}} + I) Y^{s_i}_{s_{i-1}} \Big|_5^2 \leqslant$$

$$\leqslant \lim_{m\to\infty} \sum_{i=1}^{r_m} \Big| \prod_{j=1}^{i-1} (Y^{s_j}_{s_{j-1}} + I) \Big|_5^2 |Y^{s_i}_{s_{i-1}}|_5^2 \leqslant C(T) \lim_{m\to\infty} \sum_{i=1}^{r_m} |Y^{s_i}_{s_{i-1}}|_5^2 = C(T)\, U(t_{k-1}, t_k)$$

и, следовательно, в силу (12)

$$\operatorname*{Var}_{[0,T]}^{(2)} (\overline{D}(Y) - I) \leqslant C(T)\, U(0, T) < \infty.$$

Таким образом, неравенства (15) и (16) доказаны, осталось установить справедливость формулы (17). Для этого достаточно показать, что существует такое $\delta(\varepsilon) > 0$, что для любого разбиения $\Delta_n[s, t]$ и его измельчения $\Delta_m[s, t]$, удовлетворяющих условию $\delta_m \leqslant \delta_n < \delta(\varepsilon)$, выполняется неравенство

$$\left|\prod_{k=1}^{m_n} (Y_{t_{k-1}}^{t_k}(\Delta_m^k) + I) - X_s^t\right|_5^2 < \varepsilon, \tag{24}$$

где

$$\Delta_m^k[t_{k-1}, t_k] = \Delta_m[s, t] \cap [t_{k-1}, t_k] = \{s_i^k, \ i = \overline{1, r_k}\},$$

$$Y_{t_{k-1}}^{t_k}(\Delta_m^k) = \sum_{i=1}^{r_k} (X_{s_{i-1}}^{s_i} - I).$$

Используя (11), (23), свойства nVS- и aVS-полугрупп, имеем

$$\left|\prod_{k=1}^{m_n} (Y_{t_{k-1}}^{t_k}(\Delta_m^k) + I) - X_s^t\right|_5^2 = \left|\sum_{k=1}^{m_n}\prod_{j=1}^{k-1} (Y_{t_{j-1}}^{t_j}(\Delta_m^j) + I) \times\right.$$

$$\times \left.\left(\sum_{i=1}^{r_k} (X_{s_{i-1}}^{s_i} - I) + I - X_{t_{k-1}}^{t_k}\right) X_{t_k}^t\right|_5^2 \leqslant \sum_{k=1}^{m_n} \sup_{k=\overline{1, m_n}} \left|\prod_{j=1}^{k-1} (Y_{t_{j-1}}^{t_j}(\Delta_m^j) + I\right|_5^2 \times$$

$$\times \sum_{i=1}^{r_k} |(X_{t_{k-1}}^{s_{i-1}} - I)(X_{s_{i-1}}^{s_i} - I)|_5^2 \sup_{k=\overline{1, m_n}} |X_{t_k}^t|_5^2 \leqslant$$

$$\leqslant C(T)(1 + F(0, T)) \sum_{k=1}^{m_n}\sum_{i=1}^{r_k} |(X_{t_{k-1}}^{s_{i-1}} - I)(X_{s_{i-1}}^{s_i} - I)|_5^2. \tag{25}$$

Предположим, что $\delta_1(\varepsilon)$ выбрано таким образом, чтобы для него выполнялось следствие 1 работы [4] при

$$\alpha = \varepsilon[4(1 + F(0, T))^2 C(T) V(0, T)]^{-1} \tag{26}$$

и никакие две точки множества $\theta^\alpha(X) = \{\tau_i, i = \overline{1, N_\alpha}\}$ не лежали на отрезке длины $\delta_1(\varepsilon)$. (Напомним, что согласно лемме из [4] множество α-скачков полугруппы $X_s^t \theta^\alpha(X) = \{\tau : |X_{\tau-}^{\tau+} - I|_5^2 \geqslant \alpha\}$ конечно для любого $\alpha > 0$.)

Если разбиение Δ_n выбрано таким образом, чтобы $\delta_n < \delta_1(\varepsilon)$, то сумму в правой части (25) можно представить в виде трех сумм $\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3$, индексы слагаемых которых удовлетворяют следующим условиям соответственно:

1) $[t_{k-1}, s_{i-1}] \cap \theta^\alpha(X) = \varnothing$;
2) $s_{i-1} \in \theta^\alpha(X)$;
3) $[t_{k-1}, s_{i-1}) \cap \theta^\alpha(X) \neq \varnothing$.

Тогда

$$\left|\prod_{k=1}^{m_n} (Y_{t_{k-1}}^{t_k}(\Delta_m^k) + I) - X_s^t\right|_5^2 \leqslant (1 + F(0, T)) C(T)(\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3). \tag{27}$$

Оценим Σ_j, $j = \overline{1, 3}$. В силу следствия 1 из [4] и (26) имеем

$$\Sigma_1 \leqslant \sup_{k, i:1)} |X_{t_{k-1}}^{s_{i-1}} - I|_5^2 \sum_{k, i:1)} |X_{s_{i-1}}^{s_i} - I|_5^2 \leqslant$$

$$\leqslant \alpha \sum_{k=1}^{m_n}\sum_{i=1}^{r_k} |X_{s_{i-1}}^{s_i} - I|_5^2 \leqslant \alpha V(s, t) \leqslant \varepsilon[4C(T)(1 + F(0, T))^2]^{-1} \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon[4C(T)(1 + F(0, T))]^{-1}. \tag{28}$$

Здесь и далее $\sup\limits_{k,i:j)}\left(\sum\limits_{k,i:j)}\right)$ означает sup (сумму) по тем индексам k и i, для которых выполняется условие j), $j=\overline{1,3}$.

Очевидно, Σ_2 содержит не более N_α слагаемых, каждое из которых имеет вид $|(X_{\tau_i-\beta}^{\tau_i}-I)(X_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma}-I)|_5^2$, где $\tau_i\in\theta^\alpha(X)$, $0<\beta,\gamma\leqslant\delta_n$, поэтому

$$\Sigma_2\leqslant\sum_{i=1}^{N_\alpha}\sup_{0<\beta,\gamma\leqslant\delta_n}|(X_{\tau_i-\beta}^{\tau_i}-I)(X_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma}-I)|_5^2.$$

Из (2) следует, что каждое слагаемое последней суммы стремится к нулю при $\delta_n\to 0$, поэтому существует такое $\delta_2(\varepsilon)>0$ что если $\delta_n<\delta_2(\varepsilon)$, то

$$\Sigma_2<\varepsilon[4C(T)(1+F(0,T))]^{-1}. \tag{29}$$

Обозначим $j_k=\min\{i:[t_{k-1},s_{i-1}^k)\cap\theta^\alpha(X)\neq\varnothing\}$. Тогда

$$\Sigma_3=\sum_{k,i:3)}|(X_{t_{k-1}}^{s_{i-1}}-I)(X_{s_{i-1}}^{s_i}-I)|_5^2=$$

$$=\sum_{k:[t_{k-1},t_k)\cap\theta^\alpha(X)\neq\varnothing}\sum_{i=j_k}^{r_k}|((X_{t_{k-1}}^{s_{i-1}}-X_{t_{k-1}}^{s_{j_k}})+(X_{t_{k-1}}^{s_{j_k}}-I))(X_{s_{i-1}}^{s_i}-I)|_5^2\leqslant$$

$$\leqslant\sum_{k:[t_{k-1},t_k)\cap\theta^\alpha(X)\neq\varnothing}|X_{t_{k-1}}^{s_{j_k-1}}|_5^2\sum_{i=j_k}^{r_k}|X_{s_{j_k-1}}^{s_{i-1}}-I|_5^2|X_{s_{i-1}}^{s_i}-I|_5^2+$$

$$+\sum_{k:[t_{k-1},t_k)\cap\theta^\alpha(X)\neq\varnothing}|X_{t_{k-1}}^{s_{j_k-1}}-I|_5^2\sum_{i=j_k}^{r_k}|X_{s_{i-1}}^{s_i}-I|_5^2=\Sigma_{31}+\Sigma_{32}. \tag{30}$$

Так как $[s_{j_k-1},s_{i-1}^k)\cap\theta^\alpha(X)=\varnothing$, то Σ_{31} оценивается с использованием следствия 1 работы [4] следующим образом:

$$\Sigma_{31}\leqslant\sup_{u\leqslant v}|X_u^v|_5^2\sup_{k,i:3)}|X_{s_{j_k-1}}^{s_{i-1}}-I|_5^2\sum_{k,i:3)}|X_{s_{i-1}}^{s_i}-I|_5^2\leqslant$$

$$\leqslant(1+F(0,T))\alpha V(0,T)<\varepsilon[4C(T)(1+F(0,T))]^{-1}. \tag{31}$$

Каждое слагаемое Σ_{32} не превышает $\sup\limits_{u\leqslant v}|X_u^v-I|_5^2V(\tau_i+\beta,\tau_i+\gamma)$, где $0<\beta<\gamma<\delta_n$, поэтому

$$\Sigma_{32}\leqslant F(0,T)\sum_{i=1}^{N_\alpha}\sup_{0<\beta<\gamma\leqslant\delta_n}V(\tau_i+\beta,\tau_i+\gamma). \tag{32}$$

Так как в силу (18) $V(s,t)$ монотонно возрастает при $0\downarrow s<t\uparrow T$, и, следовательно, ие имеет разрывов второго рода, то

$$V(\tau+,\tau+)=V(\tau-,\tau-)=0, \tag{33}$$

откуда вытекает существование такого $\delta_3(\varepsilon)>0$, что при $\delta_m<\delta_n<\delta_3(\varepsilon)$ каждое слагаемое сумм в правой части (32) не превышает

$$\varepsilon[4N_\alpha F(0,T)C(T)(1+F(0,T))]^{-1}.$$

Поэтому

$$\Sigma_{32}\leqslant\varepsilon[4C(T)(1+F(0,T))]^{-1}. \tag{34}$$

Из (27) — (31) и (34) вытекает, что если $\delta_m<\delta_n<\min\limits_{i=\overline{1,3}}\delta_i(\varepsilon)$, то справедливо (24) и, следовательно, (17). Теорема доказана.

Замечание 3. Подобный результат был получен в [5, 6] в случае, когда аддитивные системы принимали значения в идеале $\sigma_2(H)$ всех операторов Гильберта—Шмидта над H, а мультипликативные системы рассматривались в топологической полугруппе $\sigma_2(H)+I$ в соответствующей топологии. Для таких систем условия (4) и (8) выполняются автоматически. Для S-операторов, как показывают примеры, это, вообще говоря, не так.

1. *Скороход А. В.* Случайные линейные операторы.— Киев : Наук. думка, 1978.— 200 с.
2. *Буцан Г. П.* Стохастические полугруппы.— Киев : Наук. думка, 1977.— 213 с.
3. *Лятамбур К. Н.* Об инфинитезимальных полугруппах для s-операторных мультипликативных полугрупп // Аналитические методы в теории надежности.— Киев : Ин-т математики АН УССР, 1985.— С. 102—106.
4. *Буцан Г. П., Лятамбур К. Н.* Первообразные мультипликативные системы почти линейных операторов для почти линейных аддитивных операторных систем без условия непрерывности // Укр. мат. журн.— 1988.— **40**, № 6.— С. 717—724.
5. *Буцан Г. П.* Об инфинитезимальных полугруппах для одного класса стохастических полугрупп // Там же.— 1983.— **35**, № 2.— С. 221—224.
6. *Буцан Г. П.* О первообразных полугруппах для одного класса стохастических полугрупп // Там же.— № 4.— С. 485—489.

Получено 21.12.89