УДК 528.06

С.І. АЛЬПЕРТ*

ОСНОВНІ МІРИ ПОДІБНОСТІ ТА НОВІ ПІДХОДИ ДО ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ КЛАСИФІКУВАННІ ГІПЕРСПЕКТРАЛЬНИХ КОСМІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

*Науковий Центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України, м. Київ, Україна

Анотація. *У даній статті описується новий підхід класифікування гіперспектральних космічних зображень, який використовує поняття моделі векторного простору та векторних функцій подібності, таких як міра Серенсена-Дайса, косинусна міра подібності, м'яка косинусна міра подібності, міра Жаккара, міра перекриття та асиметрична міра. Було показано, що косинусна міра подібності – це міра кута між двома ненульовими* t *-вимірними векторами, які представляють об'єкти у* t *-вимірному просторі. Також наголошувалося на тому, що м'яка косинусна міра подібності – це міра м'якої подібності між двома векторами, тобто ця міра виражає подібність між парами характеристик векторів. Для обчислення м'якої косинусної міри використовується матриця подібності характеристик. На відміну від звичайної косинусної міри подібності, яка розглядає характеристики векторного простору як повністю незалежні, м'яка косинусна міра враховує подібність характеристик векторного простору, що дозволяє узагальнити поняття косинусної міри подібності. Також було розглянуто коефіцієнт Жаккара, який виражає подібність між скінченними множинами та дорівнює відношенню кількості елементів перетину множин до кількості елементів їхнього об'єднання. У статті описаний коефіцієнт Серенсена-Дайса, який був незалежно відкритий двома науковцями: Товардом Серенсеном та Дайсом Лі Раймондом. Було показано, що коефіцієнт перекриття вимірює перекриття двох скінченних множин та визначається як відношення кількості елементів перетину двох множин до кількості елементів тієї множини, яка є меншою. Було зауважено, що асиметрична міра подібності виражає операції, пов'язані із включенням векторів. У статті були проаналізовані основні властивості та характеристики даних векторних функцій подібності. Також було розглянуто приклад обчислення мір подібності для двох векторів. Запропоновані векторні функції подібності можуть бути використані в задачах інформаційного пошуку, при вирішенні різноманітних екологічних задач та при класифікуванні гіперспектральних космічних зображень.*

Ключові слова: *гіперспектральне космічне зображення, класифікування зображень, модель векторного простору, міри подібності.*

Аннотация. *В данной статье описывается новый подход к классификации гиперспектральных космических изображений, который использует понятие модели векторного пространства и векторных функций подобия, таких как мера Серенсена-Дайса, косинусная мера подобия, мягкая косинусная мера подобия, мера Жаккара, мера перекрытия и ассиметричная мера. Было показано, что косинусная мера подобия – это мера угла между двумя ненулевыми* t *-мерными векторами, которые представляют объекты в* t *-мерном пространстве. Также акцентировалось на том, что мягкая косинусная мера подобия – это мера мягкого подобия между двумя векторами, то есть эта мера выражает подобие между парами характеристик векторов. Для вычисления мягкой косинусной меры используется матрица подобия характеристик. В отличие от обычной косинусной меры подобия, которая рассматривает характеристики векторного пространства как полностью независимые, мягкая косинусная мера учитывает подобие характеристик векторного пространства, что позволяет обобщить косинусную меру подобия. Также был рассмотрен коэффициент Жаккара, который выражает подобие между конечными множествами и равен отношению количества элементов пересечения множеств к количеству элементов их объединения. В статье был описан коэффициент Серенсена-Дайса, который независимо был открыт двумя учеными: Товардом Серенсеном и Дайсом Ли Раймондом. Было показано, что коэффициент перекрытия измеряет перекрытие двух конечных множеств и определяется как отношение количества элементов пересечения двух множеств к количеству элементов того множества, которое является меньшим. Было замечено, что ассиметричная мера подобия выражает операции, связанные с включением векторов. В статье были проанализированы основные свойства и характеристики данных векторных функций подобия. Также был рассмотрен пример вычисления мер подобия для*

двух векторов. Предложенные векторные функции подобия могут быть использованы в задачах информационного поиска, при решении различных экологических задач и при классификации гиперспектральных космических изображений.
Ключевые слова: *гиперспектральное космическое изображение, классификация изображений, модель векторного пространства, меры подобия.*

Abstract. *This paper describes the new approach for hyperspectral satellite images classification, which uses a concept of Vector Space Model and vector similarity functions, such as: Sorensen-Dice coefficient, cosine similarity, soft cosine measure, Jaccard coefficient, overlap measure and assymetric measure. It was shown, that cosine similarity is a measure of the angle between two t-dimensional object vectors. It also was noticed, that soft cosine measure is a measure of "soft" similarity between two vectors. Soft cosine measure considers similarity of pairs of features. For calculation of the soft cosine measure, the matrix of similarity between features is used. The traditional cosine similarity considers the vector space model features as independent or completely different, while the soft cosine measure proposes considering the similarity of features in the vector space model, which allows generalization of the concepts of cosine measure. It also was considered Jaccard coefficient that measures similarity between finite sample sets, and is defined as the size of the intersection divided by the size of the union of the sample sets. Sorensen-Dice coefficient was described in this paper too. This coefficient is used for comparing the similarity of two samples. It was independently developed by the two scientists: Thorvald Sorensen and Lee Raymond Dice. It was shown, that overlap coefficient measures the overlap between two finite sets. It is defined as the size of the intersection of two sets divided by the smaller of the size of the two sets. It also was noticed, that asymmetric measure describes the inclusion relations between vectors. Main properties and characteristics of these vector similarity functions were analyzed in this paper. It was also considered an example, where similarity measures between two vectors were computed. Proposed vector similarity functions can be applied in information retrieval, various ecological tasks and hyperspectral satellite image classification.*
Keywords: *hyperspectral satellite image, image classification, Vector Space Model, similarity measures.*

1. Вступ

З кожним роком все більше актуальних природоресурсних та екологічних задач вирішується із залученням методів дистанційного зондування Землі (ДЗЗ). Методи ДЗЗ сьогодні широко використовуються при вивченні природних ресурсів, при оцінюванні стану лісів, урбанізованих територій та сільськогосподарських земель, аналізі причин та наслідків природних катастроф, при пошуку родовищ корисних копалин.

За останній час суттєво збільшилося різноманіття матеріалів ДЗЗ, що, у свою чергу, сприяло розробці та впровадженню нових ефективних методів вирішення природоресурсних задач. Серед усіх матеріалів, які використовуються при вирішенні задач ДЗЗ, саме гіперспектральні зображення є найбільш інформативними, оскільки містять у собі надзвичайно великий обсяг даних про об'єкти зйомки. Інформація, отримана з гіперспектральних зображень, дозволяє розпізнавати та класифікувати об'єкти, оцінювати їх стан, фіксувати зміни, що відбуваються з об'єктами спостереження, та надавати прогнозні оцінки [1–2].

Слід зазначити, що процедура класифікування є найбільш складною процедурою при обробці гіперспектральних зображень.

У даній статті буде показано, що при вирішенні задач класифікування супутникових зображень може бути застосовано поняття векторної моделі, тобто представлення ознак, що відповідають певним класам, векторами, які належать одному векторному простору. В основі використання моделі векторного простору для вирішення задач класифікування лежить гіпотеза компактності, яка стверджує, що ознаки, які належать тому самому класу, утворюють компактну область, причому області, що відповідають різним класам, не перетинаються. Ознаки з різних класів утворюють неперервні області, між якими можна провести межі та класифікувати нові ознаки. При цьому при застосуванні векторних класифікаторів близькість двох ознак може бути виражена як через відстань, так і через міру подібності.

Мета даної статті полягає в аналізі та порівнянні основних мір подібності, які використовуються при розв'язанні задач класифікування, зокрема, при класифікуванні гіперспектральних космічних зображень. При цьому розглядаються такі міри подібності, як косинусна міра подібності, м'яка косинусна міра подібності, міра Жаккара, міра Серенсена-Дайса, міра перекриття та асиметрична міра. Аналізуються основні характеристики і властивості даних мір та наводяться конкретні приклади їх обчислення.

2. Основні міри подібності

2.1. Косинусна міра подібності

Косинусна міра подібності – це міра кута між двома ненульовими t-вимірними векторами, які представляють об'єкти у t-вимірному просторі. Два однаково напрямлені вектори мають косинусну міру подібності, рівну "1", два ортогональні вектори мають міру подібності "0", а два вектори, що мають діаметрально протилежні напрями, мають міру подібності "-1". Слід зазначити, що в основному в задачах використовується косинусна міра подібності в діапазоні від "0" до "1".

Одиничні вектори вважаються максимально «подібними», якщо вони паралельні, а у випадку ортогональності вектори вважаються максимально «розбіжними».

Вираз для обчислення косинусної міри подібності можна отримати з формули для обчислення скалярного добутку [3–5]:

$$\langle u, v\rangle = \|u\| \cdot \|v\| \cos(\mathrm{u}, \mathrm{v}), \tag{1}$$

де
$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + \ldots + u_t^2} \text{ – норма (довжина) вектора } u; \tag{2}$$

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + \ldots + v_t^2} \text{ – норма (довжина) вектора } v; \tag{3}$$

$\cos(\mathrm{u}, \mathrm{v})$ – косинус кута між векторами u та v.

Косинусна міра подібності обчислюється за такою формулою:

$$sim_1(u, v) = \cos(\mathrm{u}, \mathrm{v}) = \frac{\langle u, v\rangle}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^{t} u_k^2 \sum_{k=1}^{t} v_k^2}} \text{ – косинусна міра подібності,} \tag{4}$$

де $u = (u_1, \ldots, \mathrm{u}_t), v = (v_1, \ldots, v_t)$ – вектори ознак об'єктів, u_k, v_k – компоненти (координати) векторів u та v, $\sum_{k=1}^{t} u_k v_k$ – скалярний добуток між цими векторами.

Тобто з формули (4) маємо, що косинусна міра подібності дорівнює відношенню скалярного добутку векторів u та v до добутку норм (довжин) векторів u та v.

Зауважимо, чим більше значення норм векторів, тим менше буде значення косинусної міри подібності.

Зазначимо, що крім поняття косинусної міри, в задачах класифікування часто використовується поняття косинусної відстані, яка обчислюється за такою формулою:

$$\dim_1(u, v) = 1 - sim_1(u, v), \tag{5}$$

де $sim_1(u, v)$ – косинусна міра подібності.

Якщо припустити, що u та v – одиничні нормовані вектори, тобто $\|u\|=1, \|v\|=1,$ тоді косинусну міру подібності можна виразити через евклідову відстань таким чином:

$$\|u-v\|^2=(u-v)^T(u-v)=\|u\|^2+\|v\|^2-2u^Tv=2-2u^Tv= \\ =2(1-u^Tv)=2(1-\langle u,v\rangle)=2[1-\|u\|\|v\|\cos(\mathrm{u},\mathrm{v})]=2[1-\cos(\mathrm{u},\mathrm{v})]. \quad (6)$$

2.2. М'яка косинусна міра подібності

М'яка косинусна міра подібності – це міра м'якої подібності між двома векторами, тобто ця міра виражає подібність між парами характеристик (координат) векторів. На відміну від звичайної косинусної міри подібності, яка розглядає характеристики векторного простору як повністю незалежні, м'яка косинусна міра враховує взаємозв'язок та подібність характеристик векторного простору, що, у свою чергу, дозволяє узагальнити поняття косинусної міри подібності.

Для обчислення м'якої косинусної міри використовується матриця S подібності характеристик, елементами якої можуть виступати будь-які міри подібності.

Для двох t-мірних векторів u та v м'яка косинусна міра розраховується за такою формулою:

$$soft\_\cos ine(u,v)=\frac{\sum_{i,j}^{t}s_{ij}u_iv_j}{\sqrt{\sum_{i,j}^{t}s_{ij}u_iu_j}\sqrt{\sum_{i,j}^{t}s_{ij}v_iv_j}}, \quad (7)$$

де $s_{ij}=similarity(feature\,i,\ feature\ j).$

У випадку, якщо подібності між характеристиками немає, тобто $s_{ii}=1, s_{ij}=0 \quad для \quad i\neq j),$ то формула (7) стає еквівалентною формулі звичайної косинусної міри (4).

Косинусна міра та м'яка косинусна міра подібності можуть використовуватися не тільки в інформатиці та в задачах пошуку подібних документів, але й при знаходженні взаємозв'язку між об'єктами в задачах кластеризації та при класифікуванні гіперспектральних космічних зображень.

2.3. Міра Жаккара

Міра Жаккара – це бінарна міра подібності, запропонована Полем Жаккаром у 1901 році. Це перший відомий коефіцієнт подібності, який широко застосовується у таких напрямах, як інформатика, біологія, екологія, пошук подібних текстів, геоботаніка. Також міра Жаккара використовується при вирішенні задач дистанційного зондування Землі, зокрема, при визначенні найбільш надійних спектральних каналів при класифікуванні гіперспектральних космічних зображень [6–11].

Міра Жаккара двох множин A_k та A_l обчислюється за такою формулою:

$$sim_2(A_k,A_l)=\frac{|A_k\cap A_l|}{|A_k\cup A_l|}. \quad (8)$$

Коефіцієнт Жаккара дорівнює відношенню кількості елементів перетину множин до кількості елементів їхнього об'єднання.

<u>*Приклад*</u>. Припустимо, ми маємо дві множини:

$$A_k = \{1, 8, 2, 7, 4, 5\};$$
$$A_l = \{3, 9, 8, 6, 4, 1\}.$$

Тоді перетин множин A_k та A_l буде $A_k \cap A_l = \{1, 8, 4\}$.

Об’єднання множин A_k та A_l: $A_k \cup A_l = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Потужність (кількість елементів) перетину множин A_k та A_l буде дорівнювати “3”, а потужність (кількість елементів) об’єднання даних множин буде “9”.

Тоді, згідно з формулою (8), коефіцієнт Жаккара буде:

$$sim_2(A_k, A_l) = \frac{|A_k \cap A_l|}{|A_k \cup A_l|} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0,333.$$

Тепер наведемо ймовірнісну інтерпретацію міри Жаккара:

$$sim_2(A_k, A_l) = \frac{P(A_k \cap A_l)}{P(A_k \cup A_l)}. \tag{9}$$

У векторному вигляді коефіцієнт Жаккара має вигляд:

$$sim_2(u, v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sum_{k=1}^{t} u_k + \sum_{k=1}^{t} v_k - \sum_{k=1}^{t} u_k v_k}, \tag{10}$$

де $u = (u_1, ..., \mathrm{u}_t)$, $v = (v_1, ..., v_t)$ – вектори ознак об’єктів.

2.4. Міра Серенсена-Дайса

Міра Серенсена-Дайса – бінарна міра подібності, яка використовується для порівняння двох об’єктів. Була запропонована незалежно один від одного двома вченими Торвальдом Серенсом та Лі Раймондом Дайсом у 1948 та 1945 роках відповідно [12–15].

Міра Серенсена-Дайса двох множин обчислюється за такою формулою:

$$sim_3(A_k, A_l) = \frac{2|A_k \cap A_l|}{|A_k| + |A_l|}. \tag{11}$$

Ймовірнісна інтерпретація міри Серенсена-Дайса:

$$sim_3(A_k, A_l) = \frac{2P(A_k \cap A_l)}{P(A_k) + P(A_l)}. \tag{12}$$

У векторному вигляді даний коефіцієнт має вигляд:

$$sim_3(u, v) = \frac{2\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sum_{k=1}^{t} u_k + \sum_{k=1}^{t} v_k}. \tag{13}$$

Слід наголосити на тому, що міра Серенсена-Дайса використовується при вирішенні екологічних задач, при сегментації зображень, застосовується в медицині та інформатиці.

2.5. Міра перекриття (Overlap Coefficient)

Міра перекриття вимірює перекриття між двома множинами та визначається як відношення кількості елементів перетину двох множин до кількості елементів тієї множини, яка є меншою [16–18].

Міра перекриття визначається за такою формулою:

$$sim_4(A_k, A_l) = \frac{|A_k \cap A_l|}{\min(|A_k|, |A_l|)}. \tag{14}$$

Також слід наголосити на тому, що, у випадку, коли одна із множин A_k чи A_l є пустою, а друга – непуста множина, то тоді їх коефіцієнт перекриття буде рівен "0".

У випадку, коли обидві множини A_k та A_l є пустими, то їх коефіцієнт перекриття буде рівен "1".

У векторному вигляді міра перекриття розраховується за такою формулою:

$$sim_4(u, v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\min(\sum_{k=1}^{t} u_k, \sum_{k=1}^{t} v_k)}. \tag{15}$$

2.6. Асиметрична міра

Асиметрична міра розраховується за такими формулами:

$$sim_5(u, v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} \min(u_k, v_k)}{\sum_{k=1}^{t} u_k}, \tag{16}$$

$$sim_5(v, u) = \frac{\sum_{k=1}^{t} \min(v_k, u_k)}{\sum_{k=1}^{t} v_k}, \tag{17}$$

причому вирази (16) та (17) не є тотожними, оскільки міра подібності між векторами u та v не співпадає з мірою подібності між векторами v та u.

Асиметричні міри виражають операції включення між векторами. Тобто, вектор u включається до вектора v при умові, якщо всі властивості та характеристики, які притаманні вектору u, також будуть притаманні, у свою чергу, і вектору v.

Асиметрична міра використовується в задачах пошуку та класифікування об'єктів, де важливу роль грає ієрархічне розташування.

3. Приклади обчислення основних мір подібності

Розрахуємо міри подібності для двох таких векторів:

$$u = (1, 1, 2, 3, 0, 1),$$
$$v = (0, 0, 1, 0, 2, 2).$$

Для цього спочатку обчислимо суму координат кожного із векторів u та v:

$$\sum_{k=1}^{t} u_k = 1+1+2+3+0+1=8,$$
$$\sum_{k=1}^{t} v_k = 0+0+1+0+2+2=5. \tag{18}$$

Далі обчислимо норми векторів u та v:

$$\sqrt{\sum_{k=1}^{t} u_k^2} = \sqrt{1^2+1^2+2^2+3^2+0^2+1^2} = \sqrt{16} = 4,$$
$$\sqrt{\sum_{k=1}^{t} v_k^2} = \sqrt{0^2+0^2+1^2+0^2+2^2+2^2} = \sqrt{9} = 3. \tag{19}$$

Розраховуємо скалярний добуток векторів u та v. Це буде сума добутків координат даних векторів:

$$\sum_{k=1}^{t} u_k v_k = [(1\cdot 0)+(1\cdot 0)+(2\cdot 1)+(3\cdot 0)+(0\cdot 2)+(1\cdot 2)] = 4. \tag{20}$$

Тепер знаходимо суму мінімумів координат векторів u та v:

$$\sum_{k=1}^{t} \min(u_k, v_k) = \min(1,0)+\min(1,0)+\min(2,1)+\min(3,0)+\min(0,2)+\min(1,2) = 2. \tag{21}$$

1) Використовуючи формулу (4) та вирази норм векторів u та v (19), вираз для скалярного добутку (20), знаходимо косинусну міру подібності:

$$sim_1(u,v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sqrt{\sum_{k=1}^{t} u_k^2 \sum_{k=1}^{t} v_k^2}} = \frac{4}{4\cdot 3} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0{,}333.$$

2) Використовуючи формулу (10), вирази (18) та (20), знаходимо міру Жаккара:

$$sim_2(u,v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sum_{k=1}^{t} u_k + \sum_{k=1}^{t} v_k - \sum_{k=1}^{t} u_k v_k} = \frac{4}{8+5-4} = \frac{4}{9} = 0{,}444.$$

3) Згідно з формулою (13), маємо міру Серенсена-Дайса:

$$sim_3(u,v) = \frac{2\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\sum_{k=1}^{t} u_k + \sum_{k=1}^{t} v_k} = \frac{2\cdot 4}{8+5} = \frac{8}{13} = 0{,}615.$$

4) За формулою (15) розраховуємо міру перекриття:

$$sim_4(u,v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} u_k v_k}{\min(\sum_{k=1}^{t} u_k, \sum_{k=1}^{t} v_k)} = \frac{4}{\min(8,5)} = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

5) За формулами (16) та (17) знаходимо асиметричні міри подібності векторів u та v:

$$sim_5(u,v) = \frac{\sum_{k=1}^{t} \min(u_k, v_k)}{\sum_{k=1}^{t} u_k} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25,$$

$$sim_5(v,u) = \frac{\sum_{k=1}^{t} \min(v_k, u_k)}{\sum_{k=1}^{t} v_k} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

4. Висновки

У даній статті було показано, що при вирішенні задач класифікування гіперспектральних космічних зображень широко застосовується векторна модель, яка являє собою представлення об'єктів класифікування у вигляді векторів з одного спільного векторного простору. При цьому наголошувалося на тому, що векторна модель є основою для розв'язку не тільки задач інформаційного пошуку та класифікування документів, а ще може бути застосована при вирішенні задач ДЗЗ, а саме при класифікуванні супутникових зображень [19–20].

Застосовуючи векторну модель та основні міри подібності, можна розв'язувати задачу подібності об'єктів, що класифікуються. При цьому при застосуванні векторних класифікаторів близькість двох ознак може бути виражена як через відстань, так і через міру подібності.

У роботі були розглянуті і проаналізовані основні міри подібності та їх властивості. Розглядалися такі міри подібності: косинусна міра подібності, м'яка косинусна міра подібності, міра Жаккара, міра Серенсена-Дайса, міра перекриття, асиметрична міра та наведені приклади їх обчислення.

Було наголошено на тому, що розглянуті міри подібності використовуються не тільки при вирішенні задач інформаційного пошуку, таких як класифікація та пошук документів, а ще широко застосовуються у таких сферах, як інформатика, біологія, екологія, геоботаніка та дистанційне зондування Землі, а саме при вирішенні задач класифікування гіперспектральних космічних зображень.

Запропонований підхід з використанням векторної моделі та основних мір подібності при класифікуванні супутникових знімків може застосовуватися при розв'язанні різноманітних природоресурсних, екологічних задач, при класифікуванні лісів, сільськогосподарських земель та при пошуку корисних копалин [21–22].

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Чандра А.М., Гош С.К. Дистанционное зондирование и геоинформационные системы. М.: Техносфера, 2008. 312 с.

2. Еремеев В., Мордвинцев И., Платонов Н. Современные гиперспектральные сенсоры и методы обработки гиперспектральных данных. *Исследование Земли из космоса*. 2003. № 6. С. 80–90.

3. Sidorov G., Gelbukh A., Gómez-Adorno H., Pinto D. Soft Similarity and Soft Cosine Measure: Similarity of Features in Vector Space Model. *Computación y Sistemas*. October 2014. Vol. 18, N 3. P. 491–504. DOI: 10.13053/CyS-18-3-2043 (retrieved 7).

4. Альперт С.І. Новий підхід до застосування основних мір близькості та методу Роккіо при вирішенні задач класифікування. *Астрономічна школа молодих вчених*: зб. праць XX-ої міжнар. наук. конф. (Умань, 23–24 травня 2018 р.). Умань, 2018. С. 120–121.

5. Попов М.О. Сучасні погляди на інтерпретацію даних аерокосмічного дистанційного зондування Землі. *Космічна наука і технологія*. 2002. Т. 8, № 2/3. С. 110–115.
6. Альперт С.І. Новий модифікований метод класифікування гіперспектральних космічних зображень на основі теорії Демпстера-Шейфера. *Історія розвитку науки, техніки та освіти за темою «Гуманістичний зміст мегатехнологічного світу»*: зб. праць XV-ої Міжнар. молодіжної наук.-практ. конф. (Київ, 13 квітня 2017 р.). Київ, 2017. С. 97–99.
7. Jaccard P. Distribution de la flore alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques regions voisines. *Bull. Soc. Vaudoise sci. Natur.* 1901. Vol. 37, Bd. 140. P. 241–272.
8. Елисеева И.И., Рукавишников В.О. Группировка, корреляция, распознавание образов. *Статистические методы классификации и измерения связей*. М.: Статистика, 1977. 143 с.
9. Гарбук С., Гершензон В. Космические системы дистанционного зондирования Земли. М.: Изд-во А и Б, 1997. 296 с.
10. Попов М., Станкевич С. Методы оптимизации числа спектральных каналов в задачах обработки и анализа данных дистанционного зондирования Земли. *Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса*. М.: ИКИ РАН, 2006. Т. 2, № 1. С. 61–63.
11. Аковецкий В.И. Дешифрирование снимков. М.: Недра, 1983. 320 с.
12. Sørensen T. A method of establishing groups of equal amplitude in plant sociology based on similarity of species and its application to analyses of the vegetation on Danish commons. *Biologiske Skrifter, Kongelige Danske Videnskabernes Selskab.* 1948. Vol. 5, N 4. P. 1–34.
13. Looman J. Adaptation of Sorensen's K for estimating unit affinities in prairie vegetation. *Ecology*. 1960. Vol. 41, N 3. P. 409–416.
14. Bongasser M., Hungate W.S., Watkins R. Hyperspectral Remote Sensing: Principles and Applications. Boca Raton, FL: CRC Press, 2008. 119 p.
15. Альперт С.І. Новий удосконалений підхід до комбінування даних на основі теорії Демпстера-Шейфера. *Ідеї та новації в системі наук про Землю*: зб. матеріалів VII-ої Всеукр. молодіжної наук. конф. (Київ, 25–27 жовтня 2017 р.). Київ, 2017. С. 26–27.
16. Vijaymeena M.K., Kavitha K. A Survey on Similariy Measures in Text Mining. Machine Learning and Applications. *An International Journal*. 2016. Vol. 3, N 1. P. 19–28. DOI:10.5121/mlaij.2016.3103.
17. McCoy R.M. Fields Methods in Remote Sensing. New York: Guilford Press, 2005. P. 150–160.
18. Chang C.-I. Hyperspectral Data Processing: Algorithm Design and Analysis. Hoboken, NJ: John Willey & Sons, 2013. 1164 p.
19. Попов М.А., Альперт С.И., Подорван В.Н. Метод классификации космических изображений с использованием подхода Демстера-Шейфера. *Исследование Земли из космоса*. 2016. № 5. С. 26–37.
20. Альперт С.І. Порівняння нового удосконаленого підходу до комбінування суперечливих даних з правилом Ягера. *Український журнал дистанційного зондування Землі*. 2018. № 17. С. 14–17. URL: http://www. http://ujrs.org.ua/ujrs.
21. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. 831 с.
22. Renyi A. Probability theory. Amsterdam, North – Holland Pub. Co, 1970. 670 p.

Стаття надійшла до редакції 22.11.2018