УДК 519.246.8
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2017.2.05

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ І ФІЛЬТРА КАЛМАНА

І.А. ШУБЕНКОВА, С.К. ПЕТРОВА, П.І. БІДЮК

Анотація. Запропоновано концепцію адаптивного моделювання фінансово-економічних процесів, яка ґрунтується на одночасному використанні регресійних моделей і оптимального фільтра Калмана для зменшення впливу випадкових збурень та похибок вимірювань статистичних даних. Створено програмне забезпечення, необхідне для виконання обчислювальних експериментів. Для вибраних фінансово-економічних процесів побудовано кілька регресійних моделей, додатково перетворених у простір станів. Випробування розробленої системи прогнозування на різних вибірках фінансових та економічних даних показало, що можна досягти прийнятних значень середньої абсолютної похибки близько 5–8 % для короткострокових прогнозів. Залежно від конкретної постановки задачі використано динамічні і статичні оцінки прогнозів для отримання потрібних точних оцінок. Застосування фільтра Калмана для попереднього оброблення даних (зменшення впливу випадкових збурень та шумів вимірів) і короткострокового прогнозування дає змогу додатково зменшити кількість похибок оцінок прогнозів на 1,5–2,0 %. У подальших дослідженнях передбачається створити спеціалізовану систему підтримання прийняття рішень для розв'язання задач прогнозування на основі ймовірнісно-статистичних методів.

Ключові слова: регресійна модель, фільтр Калмана, короткочасний прогноз, динамічні та статистичні оцінки прогнозів, імовірнісно- статистичні методи.

ВСТУП

Вирішення проблеми високоякісного прогнозування для економічних і фінансових процесів потребує розвинення і застосування нових сучасних методів, які ґрунтуються на системному підході до розроблення відповідного обчислювального програмного забезпечення [1, 2]. Частіше це програмне забезпечення реалізується у формі сучасних систем підтримання прийняття рішень, які набувають поширення як інструмент розв'язання багатьох практичних задач. Істотну допомогу у прогнозуванні лінійних і нелінійних нестаціонарних процесів надає застосування адаптивного фільтра Калмана для оцінювання коваріацій випадкових збурень стану і шумів (похибок) датчика. Фільтр дає змогу обчислювати оптимальні оцінки вектора стану досліджуваної системи і виконувати високоякісне короткострокове прогнозування [3].

Моделювання є важливим засобом вирішення багатьох економічних завдань, наприклад, розподілу державного бюджету та його впливу на виробництво внутрішнього валового продукту (ВВП). Математичне моделювання широко застосовується для розв'язування задач у біології та екології, наприклад, екологічне прогнозування, дослідження антропогенного впливу на навколишнє природне середовище (НПС), створення моделей походження життя. Системний підхід до моделювання та прогнозування, спрямований на зменшення невизначеностей різних типів: оптимальну фільтрацію даних, заповнення пропусків, оброблення екстремальних значень, урахування можливих типів розподілів статистичних даних, а також використання статистичних критеріїв якості оброблення даних на кожному етапі виконання обчислень. Важливим елементом системного підходу є також застосування ідеологічно різних методів моделювання і прогнозування до одних і тих самих даних з метою комбінування оцінок прогнозів [3–5].

Дослідження присвячено вибору адекватних моделей, моделюванню та прогнозуванню обраних фінансово-економічних процесів на основі регресійних моделей та оптимального фільтра Калмана із застосуванням системного підходу.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Мета дослідження — аналіз предметної галузі та вибір методів математичного моделювання; розроблення математичних моделей для аналізу фінансово-економічних процесів; формування функцій прогнозування та обчислення оцінок прогнозів; ефективне використання критеріальної бази для оцінювання адекватності побудованих моделей та їх прийнятності для прогнозування; застосування фільтра Калмана для отримання оптимальних оцінок вимірювань; розроблення програмного продукту для виконання обчислювальних експериментів; виконання порівняльного аналізу отриманих результатів моделювання і прогнозування із застосуванням розробленої системи з уже існуючими.

Деякі типи невизначеностей та їх урахування за допомогою дискретного фільтра Калмана. Із погляду економічної теорії невизначеність — це об'єктивна неможливість отримання абсолютного знання про об'єктивні та суб'єктивні чинники, які характеризують функціонування системи, а також неоднозначність оцінок її параметрів.

Причини виникнення невизначеності можна поділити на такі групи:

– принципова структурно-параметрична недетермінованість та високий ступінь мінливості більшості процесів, пов'язаних із функціонуванням економіки;

– брак вичерпної інформації про структуру, організацію, динаміку функціонування, моделі і тактично-стратегічне планування поведінки суб'єкта ринкової діяльності;

– недосконалий суб'єктивний аналіз наявної інформації без використання високорозвиненого сучасного інструментарію дослідження даних;

– об'єктивне спотворення наявної інформації (даних і експертних оцінок) унаслідок впливу значних різнотипних випадкових збурень на досліджувані процеси та наявність похибок вимірювань;

– вплив суб'єктивних чинників на аналіз функціонування та моделювання вибраних процесів (недобросовісне збирання інформації у вигляді статистичних та експериментальних даних, експертних оцінок, приховування інформації, цілеспрямована дезінформація).

Розв'язання задач ефективного прогнозування на новому якісному рівні потребує застосування сучасних методів системного аналізу до існуючих підходів та методів, коректного використання методів математичного моделювання на основі досягнень теорії оцінювання та статистичного аналізу даних. Однак процес оброблення даних необхідно організовувати таким чином, щоб досягати більш точних оцінок прогнозів в умовах наявності невизначеностей структурного, параметричного і статистичного характеру. Подібні невизначеності можуть зумовлюватися нестаціонарністю процесу, пропусками даних, наявністю неякісних зашумлених даних, екстремальними значеннями і т. ін.

Для того щоб організувати ієрархічний аналіз процесів моделювання та прогнозування, а також врахувати невизначеності структурного параметричного і статистичного характеру, отримати можливість адаптування моделей до змін у процесах та застосовувати альтернативні методи оцінювання з метою пошуку точніших оцінок параметрів моделей і прогнозів, необхідно розробити концепцію адаптивного прогнозування моделей до процесів довільної природи на основі підходів та методів системного аналізу.

Розглянемо можливість урахування деяких невизначеностей статистичного характеру. Статистичні невизначеності трапляються у процесі розв'язування задач визначення типу розподілу випадкових величин, статистичних параметрів цих розподілів, наявності екстремальних значень, які потребують додаткового оброблення, заповнення пропусків даних, видалення шумових складових і т. ін. [1, 2, 4].

Одним з можливих підходів до врахування статистичних невизначеностей є подання моделі досліджуваного процесу у просторі станів та оптимальне оцінювання стану за допомогою фільтра Калмана або іншого належного інструменту. Загалом фільтр дає змогу обчислювати оптимальні оцінки станів в умовах впливу випадкових збурень та наявності шумів вимірювань; оцінювати компоненти вектора стану, які не вимірюються безпосередньо; оцінювати невідомі статистичні параметри збурень в адаптивному режимі функціонування; уточнювати оцінки станів інтегруванням (комбінуванням) результатів вимірювань, що надходять про об'єкт дослідження з різних джерел. Застосування фільтра Калмана передбачає побудову та використання математичної моделі у просторі станів:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{w}(k)\,;$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}\,\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)\,,$$

де $\mathbf{x}(k)$ — вектор стану процесу; $\mathbf{A}$ — матриця динаміки процесу (перехідна матриця станів); $\mathbf{B}$ — матриця коефіцієнтів керування; $\mathbf{u}(k)$ — вектор керувальних впливів; $\mathbf{w}(k)$ — вектор випадкових зовнішніх збурень; $\mathbf{z}(k)$ — вектор вимірювань; $\mathbf{H}$ — матриця (коефіцієнтів) вимірювань; $\mathbf{v}(k)$ — вектор шумів вимірювань; $k = 0,1,2...$ — дискретний час (номер вимірювання), який зв'язується з неперервним часом t через період дискретизації вимірювань $T_s : t = kT_s$. Отриману модель використано далі в алгоритмі оптимальної фільтрації [3]. У класичній постановці задачі оптимальної фільтрації послідовність зовнішніх збурень $\mathbf{w}(k)$ задовольняє властивості білого гаусового шуму з нульовим середнім значенням і коваріаційною матрицею $\mathbf{Q}$.

Алгоритм оптимального оцінювання стану (фільтрації) динамічної системи:

1. Побудова математичної моделі досліджуваного процесу:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{w}(k)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}\,\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k),$$

$$E[\mathbf{w}(k)] = 0, \quad \forall\, k,$$

$$E[\mathbf{w}(k)\,\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(j)] = Q(k)\,\delta_{kj},$$

$$E[\mathbf{v}(k)] = 0, \quad E[\mathbf{v}(k)\,\mathbf{v}^{\mathrm{T}}(j)] = \mathbf{R}(k)\,\delta_{kj},$$

$$E[\mathbf{x}_0] = \bar{\mathbf{x}}_0; \quad E[\mathbf{x}_0\,\mathbf{x}_0^{\mathrm{T}}] = \mathbf{M}; \quad E[\mathbf{w}(k)\,\mathbf{x}_0^{\mathrm{T}}] = 0, \ \forall\, k,$$

$$E[\mathbf{v}(k)\,\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(j)] = 0 \quad \forall\, k, j;$$

$$E[\mathbf{v}(k)\,\mathbf{x}_0^{\mathrm{T}}] = 0 \quad \forall\, k.$$

2. Обчислення матричного коефіцієнта фільтра:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}'(k)\,\mathbf{H}^{\mathrm{T}}[\mathbf{H}\,\mathbf{P}(k)\,\mathbf{H}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}]^{-1}.$$

3. Прогнозування вектора стану у вигляді:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}(k)\,\hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{f}(k-1),$$

де $\mathbf{f}(k-1)$ — відома векторна функція $\mathbf{Bu}(k-1)$ на інтервалі $[t_{k-1}, t_k]$.

4. Обчислення оцінки вектора стану після появи вектора вимірювань $\mathbf{z}(k)$:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}'(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{z}(k) - \mathbf{H}(k)\,\hat{\mathbf{x}}'(k)].$$

Якщо середнє значення $E[\mathbf{w}(k-1)]$ випадкового збурення $\mathbf{w}(k-1)$ не дорівнює нулю і може бути виміряне (оцінене) у будь-який момент часу, то його можна досить просто врахувати в рівняннях фільтрації. У такому випадку значення $\mu_w = E[\mathbf{w}(k-1)]$ додається до детермінованого впливу $\mathbf{f}(k-1)$. Крім сигналу керування $\mathbf{Bu}(k-1)$, детерміноване збурення $\mathbf{f}(k-1)$ може включати в себе вплив інших вхідних детермінованих сигналів, що впливають на динамічну систему.

5. Апостеріорна коваріаційна матриця похибок оцінок визначається за виразом

$$\mathbf{P}(k) = E[\mathbf{e}(k)\,\mathbf{e}^{\mathrm{T}}(k)] = E\left\{\begin{matrix}[[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\,\mathbf{H}][\mathbf{A}\,e(k-1) - \mathbf{w}(k-1)] + \mathbf{K}(k)\,\mathbf{v}(k)]\times \\ \times[[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}][\mathbf{A}\,\mathbf{e}(k-1) - \mathbf{w}(k-1) + \mathbf{K}(k)\,\mathbf{v}(k)]^{\mathrm{T}}\end{matrix}\right\} =$$

$$= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\,\mathbf{H}]\,\mathbf{P}'(k).$$

Тут $\mathbf{P}'(k)$ — апріорна коваріаційна матриця похибок оцінок вектора стану. Очевидно, що поява випадкового збурення $\mathbf{w}(k)$ призводить до погіршення якості оцінок, про що свідчить додатковий член $\mathbf{Q}(k-1)$ у правій частині рівняння

$$\mathbf{P}'(k) = E\ \{[\mathbf{A}\,\mathbf{e}(k-1) - \mathbf{w}(k-1)]\,[\mathbf{A}\,\mathbf{e}(k-1) - \mathbf{w}(k-1)]^{\mathrm{T}}\} =$$

$$= \mathbf{A}\,\mathbf{P}(k-1)\,\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}(k-1)\,.$$

6. Перехід до пункту 2 алгоритму після перерахунку апріорної коваріаційної матриці похибок оцінок для наступного циклу, а саме:

$$\mathbf{P}'(k+1) = \mathbf{A}\,\mathbf{P}(k)\,\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}(k)\,.$$

Якщо значення коваріаційних матриць $\mathbf{Q}$ і $\mathbf{R}$ неможливо оцінити за наявною інформацією про процес, то необхідно застосувати алгоритм адаптивної фільтрації, який дає змогу одночасно зі станом оцінювати невідомі статистичні параметри процесу. Однак варто пам'ятати, що ускладнення алгоритму фільтрації потребує особливої уваги до забезпечення його обчислювальної стійкості, оскільки він чутливий до похибок математичної моделі процесу.

Т а б л и ц я 1. Параметри адекватності моделей та якості прогнозів

Коефіцієнт детермінації	$R^2 = \dfrac{\mathrm{var}(\hat{y})}{\mathrm{var}(y)}$
Сума квадратів похибок моделі	$SSE = \left[\sum_{k=1}^{N} \hat{y}(k) - y(k)\right]^2$
Статистика Дарбіна–Уотсона	$DW = \dfrac{\sum_{k=2}^{N}[e(k)-e(k-1)]^2}{\sum_{k=1}^{N} e^2(k)} = 2 - 2\rho$
F-статистика Фішера	$I = \dfrac{R^2}{1-R^2}$
Критерій Байєса–Шварца	$BSA = N\ln\left(\sum_{k=1}^{N} e^2(k)\right) + n\ln(N)$
Критерій Акайке	$IKA = N\ln\left(\sum_{k=1}^{N} e^2(k)\right) + 2n$
Абсолютна середня похибка (оцінок прогнозів), %	$MAPE = \dfrac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} \dfrac{\lvert y(k+s) - \hat{y}(k+s,k)\rvert}{\lvert y(k+s)\rvert} \cdot 100$

Приклад застосування алгоритму оптимальної фільтрації

Розглянемо застосування алгоритму фільтрації для аналізу та моделювання часового ряду фінансової змінної (формування ціни на біржовий актив), який складається зі 145 значень. Порядок авторегресійної моделі визначено за автокореляційною функцією (АКФ) та частковою АКФ (ЧАКФ) наведено на рис. 1.

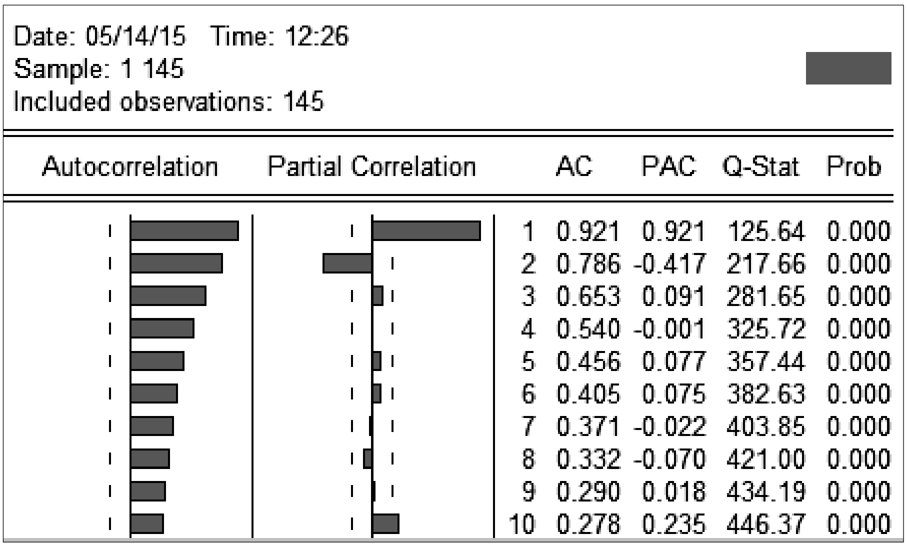

Рис. 1. Значення АКФ і ЧАКФ для процесу формування ціни на актив

Таким чином, АКФ показує, що значущими є тільки два лаги, тобто необхідно будувати авторегресію першого і другого порядку. Результати оцінювання авторегресійної моделі другого порядку АР(10) для відхилень від середнього значення наведено в табл. 2.

Таблиця 2. Результати оцінювання авторегресійної моделі АР (10) з відхиленням від середнього значення

Dependent Variable: Y2
Method: Least Squares
Date: 05/14/15 Time: 21:17
Sample(adjusted): 11 145
Included observations: 135 after adjusting endpoints
Y2=C(1)+C(2)*IV(-1)+C(3)*IV(-2)+C(4)*IV(-3)+C(5)*IV(-4)+C(6)*IV(-5)
+C(7)*IV(-6)+C(8)*IV(-7)+C(9)*IV(-8)+C(10)*IV(-9)+C(11)*IV(-10)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.041643	0.292100	17.25999	0.0000
C(2)	1.382059	0.086753	15.93100	0.0000
C(3)	-0.510861	0.147488	-3.463752	0.0007
C(4)	0.037585	0.153569	0.244743	0.8071
C(5)	-0.068696	0.152963	-0.449103	0.6541
C(6)	-0.047572	0.149222	-0.318799	0.7504
C(7)	0.207511	0.148344	1.398853	0.1644
C(8)	-0.056808	0.149094	-0.381021	0.7038
C(9)	0.029839	0.147853	0.201813	0.8404
C(10)	-0.263165	0.140725	-1.870066	0.0638
C(11)	0.227235	0.083139	2.733182	0.0072

R-squared	0.902296	Mean dependent var	4.875358

Значення характеристик моделі:

$$\sum e^2 = 1424{,}53; \quad DW = 1{,}93.$$

Характеристики якості однокрокового прогнозу (середньоквадратична похибка (СКП), середня абсолютна похибка у відсотках (САПВ), коефіцієнт Тейла (*U*)) для побудованої моделі такі:

$$\text{СКП} = 3{,}24;\ \ \text{САПВ} = 7{,}07;\ \ U = 0{,}144.$$

Результати побудови кількох моделей для нестаціонарного (з трендом) фінансового процесу формування цін наведено в табл. 3.

Таблиця 3. Результати моделювання та однокрокового прогнозування для вибраного фінансового процесу

Тип моделі	Характеристики моделі			Характеристики прогнозу		
	R^2	$\sum e^2(k)$	DW	СКП	САПВ	Коефіцієнт Тейла
АР(1)	0,856	2127,020	1,184	9,271	18,759	0,557
АР(2)	0,883	1713,686	1,914	10,056	19,162	0,615
АРКС(1,1)	0,882	1740,166	1,889	9,700	17,175	0,587
АРКС(2,1)	0,884	1701,131	1,992	9,963	18,244	0,610
АР(2)+тренд	0,865	1579,274	1,980	11,747	10,452	0,383
Моделі для відхилень від середнього						
АР(2)	0,883	1713,686	1,914	3,461	9,913	0,157
АР(10)	0,900	1424,530	1,931	3,248	7,070	0,144

Процес виробництва ВВП в Україні у період 2002–2008 рр. Для побудови математичної моделі процесу виробництва ВВП скористаємось рядом, який складається з 84 щомісячних значень. Порядок авторегресійної моделі визначено за допомогою АКФ та ЧАКФ (рис. 2).

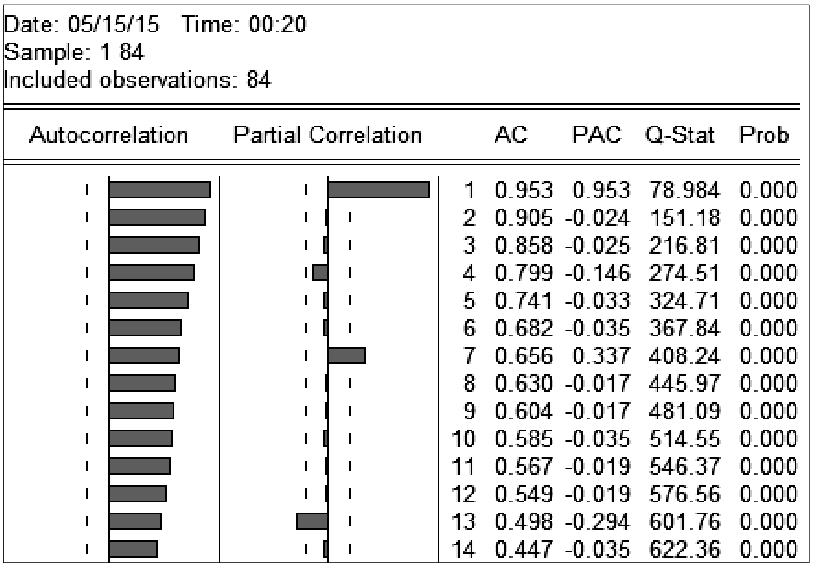

Рис. 2. Значення АКФ і ЧАКФ для процесу формування ВВП

Результати побудови регресійних моделей і однокрокового прогнозування процесу виробництва ВВП в Україні наведено в табл. 4.

Таблиця 4. Результати моделювання та однокрокового прогнозування процесу виробництва ВВП в Україні

Тип моделі	Характеристики моделі			Характеристики прогнозу		
	R^2	$\sum e^2(k)$	DW	СКП	САПВ	Коефіцієнт Тейла
АР(1)	0,97	1227,86	2,07	10,65	16,35	0,107
АР(2)	0,96	1225,02	2,00	10,30	14,96	0,103
АР(4)	0,95	1220,44	1,99	10,04	14,28	0,099
АРКС(1,1)	0,97	1225,65	1,99	10,35	15,36	0,104
АР(1)+тренд	0,95	355,69	1,88	3,57	9,46	0,055
АР(2)+тренд	0,93	432,47	1,36	3,58	9,51	0,055
ФК + АР(2)	0,95	388,65	1,99	3,46	7,43	0,036
Модель для відхилень значень процесу від середнього						
АР(1)	0,967	1209,1	12,09	3,88	7,98	0,040

Для прикладу аналізу виробництва ВВП в Україні застосуємо фільтр Калмана та порівняємо прогноз, отриманий за фільтром, із прогнозом, обчисленим за регресійним рівнянням (побудованим за допомогою створеного програмного продукту). Для цього подамо кращі побудовані моделі.

Модель АР(1) для відхилень середнього має вигляд

$$y(k) = 42{,}78 + 0{,}65\,y(k-1) + 0{,}99\,i\nu(k-1),$$

де $i\nu$ — ряд $y(k)$ для відхилень від середнього.

Для моделі АР(1) + тренд побудовано рівняння

$$y(k) = 3{,}32 + 0{,}74\,y(k-1) + 0{,}16k,$$

де $0{,}16k$ — лінійний ряд. Прогнозування ВВП на 16 кроків за допомогою розробленої програми виконано із САПВ = 7,98%.

Таблицю з першими та останніми 7 значеннями формування ВВП, де ФК — фільтр Калмана, $P[0;0]$ і $P'[0;0]$ — апріорна та апостеріорна матриці відповідно наведено в табл. 5.

Таблиця 5. Прогноз за допомогою фільтра Калмана

Ряд	Прогноз ФК	Вихід ФК	Коефіцієнт ФК	$P[0;0]$	$P'[0;0]$
14,71	14,86	15,92	0,99	0,99	1,02
14,71	16,08	15,35	0,5	0,5	1,01
16,71	15,5	15,66	0,34	0,34	0,51
16,71	15,82	15,89	0,26	0,26	0,35
16,71	16,05	16,15	0,21	0,21	0,26
21,69	16,31	17,23	0,17	0,17	0,21
21,69	17,41	18,08	0,15	0,15	0,18
78,68	56,52	57,09	0,03	0,03	0,03
92,15	57,67	58,48	0,02	0,02	0,03
92,15	59,07	59,89	0,02	0,02	0,03
92,15	60,49	61,25	0,02	0,02	0,03
81,37	61,86	62,37	0,02	0,02	0,03
81,37	63	63,48	0,02	0,02	0,03
81,37	64,11	64,46	0,02	0,02	0,02

Середня абсолютна похибка у відсотках у випадку використання моделі АР(2) з трендом і оптимального фільтра становила 5,62%; тобто спостерігається покращення оцінок прогнозів — середня абсолютна похибка зменшилась на 1,8%.

Аналіз отриманих результатів. Наведено приклади застосування розробленого програмного продукту для обчислення прогнозних значень для двох досліджених процесів, а саме: фінансового процесу ціноутворення на біржі та виробництва ВВП в Україні.

На основі виконаних обчислювальних експериментів установлено, що кращий результат щодо короткострокового прогнозування фінансового процесу ціноутворення отримано за допомогою регресійної моделі АР(10). Низьку якість оцінок прогнозів за моделями нижчого порядку можна пояснити тим, що ряд значень містить значні викиди на початковому відрізку, який неадекватно описується регресійною моделлю. Включення трендової складової у модель істотно не покращило результату, оскільки тренд явно не виражений.

В обох прикладах (див. табл. 3 і 5) прогноз покращено, про що свідчать значення параметра якості САПВ, але моделі непридатні для прогнозування на велику кількість кроків. Однак побудовані функції прогнозування можуть бути успішно використані для оцінювання короткострокових прогнозів. Таким чином, використання фільтра Калмана з регресійними моделями дає змогу підвищити оцінки короткострокових прогнозів.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянуто можливість застосування регресійного моделювання і фільтра Калмана для прогнозування стаціонарних та нестаціонарних фінансово-економічних процесів з використанням статистичних даних. Для аналізу результатів побудови моделей використано такі статистичні критерії: коефіцієнт детермінації, критерій Дарбіна–Уотсона, суму квадратів похибок моделі — критерії адекватності моделі процесу, а для аналізу якості оцінок прогнозів — середню абсолютну похибку у відсотках. Запропоновано концепцію адаптивного моделювання, що ґрунтується на застосуванні оптимального фільтра Калмана для зменшення впливу на дані випадкових збурень та похибок вимірів.

Випробування системи прогнозування із широким набором фінансових та економічних даних показало можливість досягати значень середньої абсолютної похибки близько 5–8 % для короткострокового прогнозування. Використання динамічних і статичних оцінок прогнозів дозволяє отримати необхідні за якістю оцінки залежно від конкретної постановки задачі. Застосування фільтра Калмана для попереднього оброблення даних (зменшення впливу випадкових збурень та шумів вимірювань) і короткострокового прогнозування дає змогу зменшити похибки оцінок прогнозів у середньому на 1,5 – 2,0 %.

У подальших дослідженнях для розв’язання задач короткострокового та довгострокового прогнозування доцільно побудувати спеціалізовану систему підтримання прийняття рішень на основі ймовірнісно-статистичних моделей та методів інтелектуального аналізу даних з використанням належної критеріальної бази.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Башина О.Э.* Общая теория статистики: Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности: учеб. / О.Э. Башина, А.А. Спирина. — 5-е изд., доп. и перераб. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 440 с.
2. *Математические* методы прогнозирования экономических показателей: учеб. пособие / [А.Р. Саяпова, Е.А. Гусельникова, И.А. Лакман, Н.М. Шамуратов]. — Уфа: Из-во Башкир. ун-та, 2000. — 128 с.
3. *Згуровский М.З.* Аналитические методы калмановской фильтрации / М.З. Згуровский, В.Н. Подладчиков. — К.: Наук. думка, 1995. — 285 с.
4. *Бідюк П.І.* Аналіз часових рядів: навч. посіб. / П.І. Бідюк, О.Л. Тимощук, В.Д. Романенко. — К.: НТУУ КПІ, 2013. — 600 с.
5. *Zgurovsky M.Z.* Method of constructing Bayesian networks based on scoring functions / P.I. Bidyuk, O.M. Terentyev // Cybernetics and System Analysis. — 2008. — Vol. 44, No. 2. — P. 219–224.

Надійшла 25.04.2017