



Ю. О. Аверков^{1,2}, Ю. В. Прокопенко^{1,3}, В. М. Яковенко¹

¹Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

²Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина
4, пл. Свободы, Харьков, 61022, Украина

³Харьковский национальный университет радиоэлектроники
14, пр. Науки, Харьков, 61166, Украина

E-mail: yuriyaverkov@gmail.com; prokopen@ire.kharkov.ua; yavm@ire.kharkov.ua

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРУБЧАТОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ПОВЕРХНОСТНЫМИ ВОЛНАМИ В ПЛАЗМЕННОМ ЦИЛИНДРЕ

Предмет и цель работы. Исследование механизмов генерации электромагнитных волн при движении заряженных частиц в различных электродинамических системах является актуальной проблемой современной радиофизики и электроники. В последнее время большое внимание уделяется вопросам взаимодействия потоков заряженных частиц с твердотельными структурами, обладающими диспергирующими свойствами. Как правило, такие структуры содержат плазмоподобные среды. Предпосылками для возникновения генерации электромагнитных волн являются неустойчивости систем, вызванные возмущениями потоков заряженных частиц. Обеспечение стационарного режима генерации волн осуществляется нелинейными взаимодействиями пучка заряженных частиц с собственными волнами (колебаниями) твердотельной структуры. В настоящей работе выполнено теоретическое исследование эффекта нелинейной стабилизации неустойчивости бесконечно тонкого трубчатого электронного пучка при его распространении вдоль поверхности твердотельного плазменного цилиндра.

Методы и методология работы. С использованием уравнений Максвелла и движения электронов плазмы на основе комплексного подхода (аналитического и численного) построена нелинейная теория неустойчивости трубчатого электронного пучка, пролетающего над плазменным цилиндром. Плазма цилиндра предполагалась бесстолкновительной. В силу нерелятивистского характера движения пучка расчеты выполнены в электростатическом приближении.

Результаты работы. Показано, что нелинейная стабилизация роста амплитуды волны осуществляется в результате группировки электронов пучка в сгустки и последующего их захвата полем волны. Выявлена зависимость времени насыщения неустойчивости и максимальной амплитуды волны от радиуса плазменного цилиндра. Установлено, что нелинейная стадия неустойчивости начинается раньше в электродинамической системе с меньшим радиусом плазменного цилиндра. При этом в такой системе максимальная величина медленной амплитуды имеет большее значение.

Заключение. Результаты исследований расширяют представления о физических свойствах систем с плазмоподобными средами и систематизируют знания о механизмах возбуждения потенциальных поверхностных волн в электродинамических системах, составляющих основу микроволновых генераторов. Ил. 3. Библиогр.: 30 назв.

Ключевые слова: электронный пучок, пучковая неустойчивость, инкремент неустойчивости, эффект Вавилова–Черенкова, нелинейное взаимодействие, захват частиц, фазовый портрет.

Первые работы по исследованию нелинейных волн без учета тепловых эффектов были выполнены А. И. Ахиезером, Г. Я. Любарским и Р. В. Половиним почти 50 лет назад [1–3]. В частности, ими было показано, что независимость частоты нелинейных колебаний от амплитуды сохраняется лишь в нерелятивистском пределе. В работе [3] показано, что в релятивистском случае период волны большой интенсивности растет с ростом амплитуды. К числу первых работ по нелинейной теории пучково-плазменных неустойчивостей, в которых рассматривалась стабили-

зация этих неустойчивостей за счет захвата электронов пучка плазменной волной, можно отнести работы [4–17]. Рассматривались релятивистские модулированные и немодулированные пучки, взаимодействующие с плазмой, которая предполагалась линейной, холодной, бесстолкновительной. Плотность электронов пучка считалась много меньшей плотности электронов плазмы. Было показано, что эффективность пучково-плазменного взаимодействия увеличивается с ростом релятивистского фактора, несмотря на уменьшение линейного инкремента.

Напомним результаты некоторых из перечисленных работ, аналитический подход которых был использован в настоящем исследовании. В работах [14, 15] построена нелинейная теория неустойчивости размытого и моноэнергетического электронных пучков в неограниченной (объемной) плазме. Так, в работе [14] для размытого электронного пучка, для которого неустойчивость является кинетической, с помощью метода медленных амплитуд была получена система уравнений, описывающая временную эволюцию амплитуды волны, а также координат и скоростей электронов пучка. Показано, что существенно нелинейно только движение резонансных частиц пучка со скоростями, близкими к фазовой скорости волны. Особенностью нелинейной стадии неустойчивости в случае размытого пучка является затухание осцилляций амплитуды вследствие эффекта фазового «размешивания» частиц пучка, захваченных полем волны. Эта особенность впервые была отмечена в работах [6, 7]. В случае моноэнергетического пучка, как было показано в [14, 15], существенным является учет изменения со временем не только амплитуды, но и фазы поля возбуждаемой волны. Кроме того, в работе [15] были исследованы нелинейные стадии неустойчивости предварительно промодулированных нерелятивистского и моноэнергетического релятивистского пучков в плазме. В частности, показано, что в релятивистском случае максимум энергии поля возбуждаемой волны сравним с энергией пучка.

Нелинейная стабилизация пучковой неустойчивости нерелятивистского моноэнергетического пучка в безграничной плотной столкновительной плазме была рассмотрена в работе [16]. Так же, как и в [14, 15], пучок моделировался дискретным ансамблем макрочастиц – заряженных плоскостей. Показано, что столкновения в плазме приводят к тому, что частицы пучка к моменту захвата не успевают собраться в сгусток и имеют заметный разброс как по скоростям, так и по координатам. Поэтому захват частиц волной не приводит к регулярным колебаниям амплитуды волны, как, например, в случае, рассмотренном в [15].

В работе [17] была исследована электродинамическая система, близкая к рассматриваемой в настоящей работе, и рассмотрена

нелинейная стабилизация неустойчивости трубчатого электронного пучка конечной толщины, обдуваемого плазменным цилиндром во внешнем продольном магнитном поле. Предполагалось, что система плазма–пучок находится в металлическом волноводе, а плазма является холодной и бесстолкновительной. Исследовался случай возбуждения аксиально-симметричной электромагнитной поверхностной волны *TM*-типа (*Transverse Magnetic*), поле которой представлялось в виде произведения некоторой медленной амплитуды на фазовый множитель, содержащий зависимости от координаты и времени. По аналогии с [14–16], в работе [17] была получена система самосогласованных уравнений, описывающая временную эволюцию медленной амплитуды, координат и скоростей макрочастиц пучка. Численный анализ этой системы был выполнен для случая, когда поперечное сечение волновода имеет форму прямоугольника, а пучок является ленточным. Отличия настоящего исследования от работы [17] состоят в том, что, во-первых, рассматривается электростатическая волна, во-вторых, система плазма–пучок является открытой (без внешнего металлического волновода), в-третьих, пучок считается бесконечно тонким, в-четвертых, нелинейная стадия неустойчивости описывается не только медленной амплитудой, но и медленной фазой волны. Эти отличия приводят к системе из шести самосогласованных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (вместо трех в [17]), описывающей изменение со временем медленных амплитуды и фазы волны вместе с их временными производными, а также координат и скоростей макрочастиц пучка. Кроме того, в настоящей работе все численные расчеты выполнены для круговой геометрии поперечного сечения системы плазма–пучок. Также нами исследована зависимость максимальной величины амплитуды волны и времени насыщения неустойчивости от радиуса плазменного цилиндра.

Следует отметить работу [18], в которой была исследована нелинейная эволюция произвольного начального возмущения при развитии черенковской пучковой неустойчивости в замагниченной поперечно-ограниченной пучково-плазменной системе. Рассмотрены одночастичный, коллективный и

апериодический режимы данной неустойчивости. Исследованная система представляла собой цилиндрический металлический волновод с произвольным односвязным поперечным сечением, в котором находились бесконечно тонкие в поперечном сечении («игольчатые») электронный пучок и плазма. Предполагалось, что волновод помещен в сильное продольное внешнее магнитное поле. Электронный пучок считался нерелятивистским, а возбуждаемое им поле – потенциальным. Главным отличием работы [18] от описанных выше работ по стабилизации неустойчивости является то, что в ней не используется традиционный для плазменной СВЧ-электроники метод медленных амплитуд и не используются понятия «частота» и «волна». Временная эволюция начальных возмущений в [18] анализировалась с помощью уравнений движения электронов пучка и плазмы, в правые части которых входили поля, выраженные через заряды с помощью уравнений Пуассона.

В последнее десятилетие особое внимание уделяется цилиндрическим системам, в которых осуществляется взаимодействие электронов трубчатого потока [19, 20] или многоструйного потока кругового сечения [21–25] с обдуваемым ими твердотельным цилиндром. В работе [24] частично построена самосогласованная нелинейная теория возбуждения электромагнитного излучения азимутально-периодическим сильноточным релятивистским электронным пучком при взаимодействии с радиально-двухслойным цилиндрическим диэлектрическим резонатором (ЦДР). Нелинейный анализ возбуждения ЦДР электронным пучком показал, что основным механизмом генерации электромагнитных колебаний в резонаторе автоколебательной системы [21, 23, 25] является монотронный механизм, когда заряженные частицы пучка, пролетая через резонатор, группируются в такой фазе возбуждаемого ими электромагнитного поля, что в среднем отдают энергию собственным колебаниям резонатора. Возможность применения исследованной автоколебательной системы с приемлемыми геометрическими параметрами в субмиллиметровом диапазоне длин волн отмечена в [21, 24]. Кроме того, особый интерес представляют пучковые неустойчивости, которые возникают в электродинамических системах, содер-

жащих диспергирующие среды. В частности, в работе [26] в линейном приближении исследована неустойчивость трубчатого электронного пучка при взаимодействии с плазмподобной средой, а в работе [27] – с левосторонней диспергирующей средой цилиндрической конфигурации.

В настоящей работе в электростатическом приближении построена нелинейная теория неустойчивости трубчатого электронного пучка, пролетающего над плазменным цилиндром.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Пусть твердотельный плазменный цилиндр занимает область пространства $0 \leq \rho \leq \rho_0$. Вдоль его поверхности движется пучок заряженных частиц с равновесной плотностью n_0 и скоростью $v_0 \ll c$ (где c – скорость света в вакууме). Эта электродинамическая система легко реализуема при расположении цилиндра между электродами диода таким образом, чтобы вектор напряженности электрического поля в нем был параллелен образующей цилиндра. При этом диаметры цилиндрического кромочного катода и цилиндра одинаковы.

Выберем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль оси цилиндра. Толщину стенки пучка a будем считать бесконечно тонкой, а среду за пучком ($\rho > \rho_0$) – вакуумом.

Система уравнений, описывающая взаимодействие электронного пучка с собственными волнами (колебаниями) диэлектрического цилиндра, представляет собой уравнения электростатики, дополненные материальным уравнением и уравнением движения электронов плазмы:

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) = 0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D}(\vec{r}, t) = 4\pi en(\vec{r}, t); \quad (2)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t \vec{j}_p(\vec{r}, t') dt'; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{u}(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{e}{m} \vec{E}(\vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{r}, t), \quad (4)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, t)$ – напряженность электрического поля; $\vec{j}_p(\vec{r}, t) = eN_0 \vec{u}(\vec{r}, t)$ – линеаризованный ток электронов плазмы; e – заряд электрона; ε_0 , m и v – диэлектрическая постоянная

решетки, эффективная масса и частота релаксации импульса электронов плазменного цилиндра соответственно; N_0 – равновесная плотность электронов плазмы; $\vec{u}(\vec{r}, t)$ – скорость электронов плазмы.

Плотность электронов пучка $n(\vec{r}, t)$ определяется выражением

$$n(\vec{r}, t) = n(z, t)\delta(\rho - \rho_0),$$

где $n(z, t)$ – поверхностная плотность электронов пучка; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака, причем

$$n(z, t) = \int f(z, t, v_z) dv_z. \quad (5)$$

Функция распределения электронов пучка $f(z, t, v_z)$ в выражении (5) удовлетворяет уравнению Власова

$$\frac{\partial f(z, t, v_z)}{\partial t} + v_z(t) \frac{\partial f(z, t, v_z)}{\partial z} + \frac{e}{m_0} E_z(\rho_0, z, t) \frac{\partial f(z, t, v_z)}{\partial v_z} = 0,$$

где m_0 – масса свободного электрона, а электрическое поле $E_z(\rho_0, z, t)$ берется на поверхности пучка $\rho = \rho_0$. В начальный момент времени $t = 0$, т. е. до начала развития неустойчивости, функция распределения $f(z, 0, v_z)$ имеет вид

$$f(z, 0, v_z) \equiv f_0(v_z) = n_0 a \delta(v_z - v_0).$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением азимутально-симметричных электростатических волн и введем в рассмотрение потенциал $\psi(\rho, z, t)$ поля $\vec{E}(\rho, z, t)$ в произвольной точке пространства с координатами ρ, z и в момент времени t такой, что

$$\vec{E}(\rho, z, t) = -\nabla \psi(\rho, z, t). \quad (6)$$

Электростатический потенциал волны $\psi(\rho, z, t)$ и его производная по радиальной координате $\partial \psi(\rho, z, t) / \partial \rho$ удовлетворяют граничным условиям на поверхности цилиндра: непрерывности потенциала и скачку его производной вследствие наличия поверхностного заряда пучка $n(z, t)$. Напомним, что эти условия эквивалентны условиям непрерывности z -компоненты электрического поля и скачка радиальной компоненты вектора электрической индукции:

$$E_z(\rho_0 + 0, z, t) = E_z(\rho_0 - 0, z, t),$$

$$E_\rho(\rho_0 + 0, z, t) - D_\rho(\rho_0 - 0, z, t) = 4\pi en(z, t).$$

Условие непрерывности потенциала на границе цилиндра имеет вид

$$\psi(\rho_0 - 0, z, t) = \psi(\rho_0 + 0, z, t). \quad (7)$$

Для того, чтобы получить условие для скачка величины $\partial \psi(\rho, z, t) / \partial \rho$, возьмем вторую производную по времени от обеих частей уравнения (2) и, воспользовавшись уравнениями (3), (4) и положив $v = 0$, получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \frac{\partial^2 \psi(\rho, z, t)}{\partial t^2} = \\ = -\omega_p^2 \frac{\partial^2 \psi(\rho, z, t)}{\partial z^2} - \frac{\omega_p^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi(\rho, z, t)}{\partial \rho} \right) - \\ - 4\pi e \frac{\partial^2 n(\vec{r}, t)}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_0 / m}$ – плазменная частота среды цилиндра. Граничное условие для производной потенциала $\partial \psi(\rho, z, t) / \partial \rho$ получается путем вычисления интегралов вида

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{\rho_0 - \eta}^{\rho_0 + \eta} (\dots) \rho d\rho$$

от обеих частей приведенного выше равенства по бесконечно малой толщине пучка η .

После выполнения указанного интегрирования получим следующее граничное условие для производной потенциала по радиальной координате:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial \psi(\rho, z, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0+0} - \\ - \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial \psi(\rho, z, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0-0} = \\ = \omega_p^2 \frac{\partial \psi(\rho, z, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0-0} - 4\pi e \frac{\partial^2 n(z, t)}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Потенциал $\psi(\rho, z, t)$ представим в виде

$$\begin{aligned} \psi(\rho, z, t) = \\ = \psi_0(\rho) \psi_A(t) \exp\{i[q_z z - \omega t + \alpha(t)]\}, \end{aligned} \quad (9)$$

где q_z и ω – волновой вектор и частота электростатической волны связаны со скоростью электронов пучка условием резонанса Вавилова–Черенкова $\omega = q_z v_0$. Величины $\psi_A(t)$ и $\alpha(t)$ в (9) представляют собой медленные амплитуду и фазу электростатиче-

ской волны. Соответствующие условия «медленности» имеют вид

$$\frac{1}{\psi_A(t)} \frac{\partial \psi_A(t)}{\partial t} \ll \omega; \quad \frac{1}{|\alpha(t)|} \left| \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} \right| \ll \omega.$$

С учетом представления (9) из уравнений (3) и (4) для бесстолкновительной плазмы получим $\vec{D}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega)$, где

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (10)$$

Величина $\psi_0(\rho)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, в которое трансформируется уравнение (1) после подстановки в него выражений (6) и (9):

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi_0(\rho)}{\partial \rho} \right) - q_z^2 \psi_0(\rho) = 0. \quad (11)$$

С учетом конечности величины $\psi_0(\rho)$ при $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow \infty$ решение уравнения (11) можно представить в виде

$$\psi_0(\rho) = \begin{cases} I_0(q\rho), & \rho < \rho_0, \\ K_0(q\rho), & \rho > \rho_0, \end{cases} \quad (12)$$

где $q = |q_z|$, $I_0(q\rho)$ и $K_0(q\rho)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого (функция Инфельда) и второго (функция Макдональда) рода соответственно [28].

Наша задача заключается в том, чтобы исследовать временную эволюцию величин $\psi_A(t)$ и $\alpha(t)$.

Воспользовавшись выражениями (9) и (12), из граничного условия (7) получим следующие соотношения для медленных амплитуд потенциалов $\psi_A(t)$ и медленных фаз $\alpha(t)$ в области цилиндра и вакуума:

$$\psi_A(t)|_{\rho_0-0} = \frac{K_0(q\rho_0)}{I_0(q\rho_0)} \psi_A(t)|_{\rho_0+0}; \quad (13)$$

$$\alpha(t)|_{\rho_0-0} = \alpha(t)|_{\rho_0+0}. \quad (14)$$

В дальнейшем будем анализировать временную эволюцию медленных амплитуды и фазы потенциальной волны в области вакуума (т. е. в области $\rho > \rho_0$), используя обозначения $\psi_A(t)$ и $\alpha(t)$.

Воспользовавшись выражениями (9), (12) и соотношениями (13), (14), перепишем граничное условие (8) в виде

$$\begin{aligned} & \Delta_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\psi_A(t) \exp\{i[q_z z - \omega t + \alpha(t)]\}] + \\ & + \omega_p^2 \Delta_1 \psi_A(t) \exp\{i[q_z z - \omega t + \alpha(t)]\} = \quad (15) \\ & = \frac{4\pi e}{qK_0(q\rho_0)} \frac{\partial^2 n(z,t)}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

где $\psi_A(t)$ и $\alpha(t)$ соответствуют медленным амплитуде и фазе потенциальной волны в области $\rho > \rho_0$ (вакууме);

$$\Delta_0 = \varepsilon_0 \frac{I'_0(q\rho_0)}{I_0(q\rho_0)} - \frac{K'_0(q\rho_0)}{K_0(q\rho_0)}; \quad \Delta_1 = \frac{I'_0(q\rho_0)}{I_0(q\rho_0)}.$$

Символ «штрих» означает производную по аргументу от соответствующей специальной функции. Следуя работам [14, 15, 18], для вычисления поверхностной плотности электронов пучка $n(z,t)$ функцию распределения $f(z,t,v_z)$ представим в виде

$$f(z,t,v_z) = \iint dz_0 dv_0 f_0(v_z) \times \quad (16)$$

$\times \delta[z - z(z_0, v_0, t)] \delta[v_z - v_z(z_0, v_0, t)],$ где интегрирование производится по начальным значениям продольной координаты z_0 и скорости v_0 электронов пучка; $z(z_0, v_0, t)$ и $v(z_0, v_0, t)$ – решения системы характеристических уравнений

$$\frac{dz(z_0, v_0, t)}{dt} = v_z(z_0, v_0, t); \quad (17)$$

$$\frac{dv_z(z_0, v_0, t)}{dt} = -\frac{e}{m_0} \frac{\partial \psi(\rho, z, t)}{\partial z}, \quad (18)$$

удовлетворяющие начальным условиям $z(z_0, v_0, 0) = z_0; \quad v_z(z_0, v_0, 0) = v_0.$ (19)

Отметим, что характеристические уравнения (17) и (18) записаны в переменных Лагранжа, а функции распределения $f_0(v_z)$ и $f(z,t,v_z)$ удовлетворяют условию

$$\iint f(z,t,v_z) dz dv_z = \iint f_0(v_z) dz_0 dv_0,$$

выражающему факт сохранения полного числа частиц в пучке.

Выполнив в (16) интегрирование по скоростям и переходя от интегрирования по начальным координатам к суммированию, представим поверхностную плотность $n(z,t)$ в виде

$$n(z,t) = \frac{2\pi n_0 a}{qM} \sum_{p=1}^M \delta[z - z_p(z_0, v_0, t)]. \quad (20)$$

Выражение (20) подразумевает тот факт, что непрерывный трубчатый поток электронов заменен на дискретный набор заряженных макрочастиц, имеющих вид заряженных колец, число которых равно M на длине волны. Координата $z_p(z_0, v_0, t)$ описывает положение отдельной p -й макрочастицы. В дальнейшем анализ временной эволюции медленных амплитуды и фазы волны, а также координат и скоростей макрочастиц будем проводить в системе координат, связанной с пучком. Для этого выполним замену

$$z_p(z_0, v_0, t) = v_0 t + \tilde{z}_p(z_0, v_0, t); \quad (21)$$

$$v_{zp}(z_0, v_0, t) = v_0 + \tilde{v}_{zp}(z_0, v_0, t), \quad (22)$$

где $\tilde{z}_p(z_0, v_0, t)$ и $\tilde{v}_{zp}(z_0, v_0, t)$ – возмущения координаты и продольной скорости p -й макрочастицы. Тогда начальные условия (19) переписутся в виде

$$\tilde{z}_p(z_0, v_0, 0) = \tilde{z}_{p0}; \quad \tilde{v}_{zp}(z_0, v_0, 0) = 0. \quad (23)$$

Далее, следуя методике работы [16], подставляем (20) в (15) и выполняем интегрирование по периоду колебаний $2\pi/\omega$ с учетом условия резонанса Вавилова–Черенкова $\omega = q_z v_0$. Затем разделив действительные и мнимые части и учтя соотношения (21) и (22), получим систему уравнений, описывающую временные эволюции медленных амплитуды и фазы волны, а также координат и скоростей макрочастиц:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 \psi_A(t)}{dt^2} &= \left[\left(\omega - \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} \right)^2 - \frac{\Delta_1}{\Delta_0} \omega_p^2 \right] \psi_A(t) - \\ &- \frac{4\pi e n_0 a \omega^2}{q_z \Delta_0 K_0(q\rho_0) M} \sum_{p=1}^M \cos[q_z \tilde{z}_p(t) + \alpha(t)], \\ \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} &= \frac{2}{\psi_A(t)} \left(\omega - \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} \right) \frac{\partial \psi_A(t)}{\partial t} + \\ &+ \frac{4\pi e n_0 a \omega^2}{q_z \Delta_0 K_0(q\rho_0) \psi_A(t) M} \sum_{p=1}^M \sin[q_z \tilde{z}_p(t) + \alpha(t)], \\ \frac{d^2 \tilde{z}_p(t)}{dt^2} &= \\ &= \frac{e q_z K_0(q\rho_0)}{m_0} \psi_A(t) \sin[q_z \tilde{z}_p(t) + \alpha(t)]. \end{aligned} \right. \quad (24)$$

Последнее уравнение в (24) описывает движение макрочастицы с номером « p » в систе-

ме отсчета пучка. В дальнейшем эту систему уравнений удобно анализировать в следующих безразмерных переменных:

$$\phi = \frac{\psi_A(t)}{\psi_{\max}}, \quad \xi_p = q_z \tilde{z}_p(t), \quad \eta_p = \frac{\tilde{v}_{zp}(t)}{v_0}; \quad (25)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad \tau = \omega t, \quad \alpha \equiv \alpha(t), \quad (26)$$

где ψ_{\max} – некоторое максимальное значение потенциала электростатической волны, при котором происходит захват частиц пучка в потенциальную яму волны. Выражение для ψ_{\max} будет приведено ниже.

Для численного анализа систему уравнений (24) запишем в безразмерных переменных (25) и (26) в виде следующей системы шести дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\phi}{d\tau} &= \Phi, \\ \frac{d\Phi}{d\tau} &= \left[(1 - A)^2 - \frac{\Delta_1}{\Delta_0 \Omega^2} \right] \phi - \\ &- \frac{B}{M} \sum_{p=1}^M \cos(\xi_p + \alpha), \\ \frac{d\alpha}{d\tau} &= A, \\ \frac{dA}{d\tau} &= \frac{2}{\phi} (1 - A) \Phi + \frac{B}{\phi M} \sum_{p=1}^M \sin(\xi_p + \alpha), \\ \frac{d\xi_p}{d\tau} &= \eta_p, \\ \frac{d\eta_p}{d\tau} &= \Gamma \phi \sin(\xi_p + \alpha), \end{aligned} \right. \quad (27)$$

где

$$B = \frac{4\pi e n_0 a}{q_z \Delta_0 K_0(q\rho_0) \psi_{\max}}; \quad \Gamma = \frac{e \psi_{\max}}{m_0 v_0^2} K_0(q\rho_0).$$

Получим выражение для максимального значения потенциала ψ_{\max} . Величина ψ_{\max} определяется из условия захвата частиц пучка в потенциальную яму волны [16]:

$$K(q\rho_0) \psi_{\max} \propto \frac{m_0}{e} (v_0 - v_{ph})^2,$$

где v_{ph} – фазовая скорость волны с учетом частотного сдвига, вызванного взаимодействием поля волны с электронным пучком.

Используя результаты работы [29], дисперсионное уравнение связанных волн пучка и плазменного цилиндра для рассматриваемого потенциального случая можно представить в виде

$$\Delta(\omega - q_z v_0)^2 = a q \omega_b^2, \quad (28)$$

где $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_0}$ – плазменная частота электронов пучка;

$$\Delta = \varepsilon(\omega) \frac{I'_0(q\rho_0)}{I_0(q\rho_0)} - \frac{K'_0(q\rho_0)}{K_0(q\rho_0)},$$

в котором $\varepsilon(\omega)$ определяется выражением (10). Заметим, что уравнение $\Delta = 0$ представляет собой дисперсионное уравнение собственной моды плазменного цилиндра. Для нахождения поправки к резонансной частоте $\omega_0 = q_z v_0$ решение уравнения (28) будем искать в виде

$$\omega = \omega_0 + \delta\omega, \quad (29)$$

где $|\delta\omega| \ll \omega_0$. Подставив (29) в (28) и следуя методике работы [30], получим

$$\begin{cases} \delta\omega = \left(\frac{a q \omega_b^2}{|\partial\Delta/\partial\omega|_{\omega_0}} \right)^{1/3}, \\ \delta\omega = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{a q \omega_b^2}{|\partial\Delta/\partial\omega|_{\omega_0}} \right)^{1/3}. \end{cases} \quad (30)$$

Решение (30) с положительным знаком мнимой части приводит к нарастанию амплитуды симметричной связанной волны цилиндра и пучка с инкрементом

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{a q \omega_b^2}{|\partial\Delta/\partial\omega|_{\omega_0}} \right)^{1/3},$$

где

$$\left| \frac{\partial\Delta}{\partial\omega} \right|_{\omega_0} = \frac{2\omega_p^2}{\omega_0^3} \frac{I'_0(q\rho_0)}{I_0(q\rho_0)}.$$

При этом фазовая скорость связанной волны имеет вид

$$v_{ph} = v_0 - \frac{1}{2q_z} \left(\frac{a q \omega_b^2}{|\partial\Delta/\partial\omega|_{\omega_0}} \right)^{1/3}. \quad (31)$$

Согласно (30), неустойчивость присуща медленной связанной волне. В результате получаем следующее выражение для ψ_{\max} :

$$\psi_{\max} = \frac{m_0 v_0^2}{4eK_0(q\rho_0)} \left(\frac{a q \omega_b^2}{2\omega_p^2} \frac{I_0(q\rho_0)}{I'_0(q\rho_0)} \right)^{2/3}.$$

Заметим, что использованное выше линейное приближение для электронов плазмы оправдано тем, что для электронного пучка малой плотности, когда $n_0 \ll N_0$, амплитуда возбуждаемой потенциальной волны мала и выполняется условие $e\psi_{\max} \ll m_0 v_0^2$ [18].

В следующем разделе будут приведены результаты численного анализа системы уравнений (27) и фазовый портрет макрочастиц пучка, свидетельствующий об образовании сгустков на нелинейной стадии неустойчивости.

2. Численный анализ системы нелинейных уравнений. В качестве материала плазменного цилиндра выберем полупроводник GaAs с $\varepsilon_0 = 13,2$, $m = 0,063m_0$ и $N_0 = 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Анализ проведем для трех электродинамических систем с цилиндрами, радиусы ρ_0 которых равны 0,1 и 0,5 см, и с полупространством, когда $\rho_0 \rightarrow \infty$. Значения равновесной концентрации электронов пучка n_0 , толщины стенки пучка a и скорости направленного движения электронов пучка v_0 выберем следующими: $n_0 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $a = 0,01 \text{ см}$ и $v_0 = 0,1 \text{ с}$ соответственно. В этом случае $\omega_b / \omega_p \approx 8 \cdot 10^{-3}$. Выберем резонансную длину волны $\lambda = 0,1 \text{ см}$, которой соответствуют значения резонансной частоты $\omega = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ и инкремента $\gamma \approx 4 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, для которых $\gamma / \omega \approx 2,3 \cdot 10^{-2}$.

На рис. 1 приведены зависимости $\phi \equiv \phi(\tau)$ от безразмерного времени τ в электродинамических системах с радиусами плазменного цилиндра $\rho_0 = 0,1 \text{ см}$ (кривая 1), $\rho_0 = 0,5 \text{ см}$ (кривая 2) и $\rho_0 \rightarrow \infty$ (кривая 3). Отметим, что кривая 3 соответствует плоской поверхности раздела сред.

Решение системы уравнений (27) было выполнено численно методом Рунге–Кутты. Пучок электронов моделировался отдельными микрочастицами (в форме колец), равномерно распределенными в начальный момент времени в интервале $0 \leq \xi_p \leq 2\pi$. Число макрочастиц M было равно 900. Отметим,

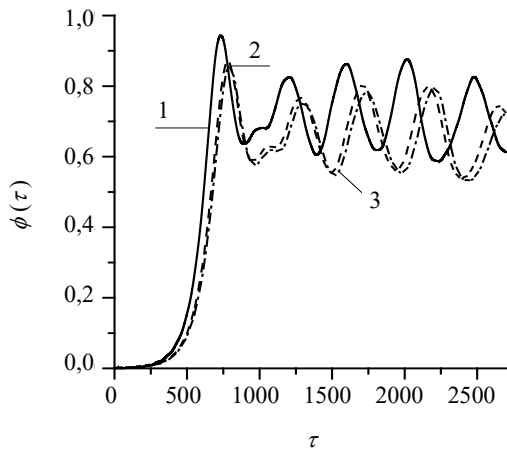


Рис. 1. График зависимости медленной амплитуды потенциальной волны от безразмерного времени для трех значений радиуса плазменного цилиндра

что использованная программа вычислений позволяла проводить интегрирование с переменным шагом путем задания относительной погрешности на каждом шаге. Начальные значения амплитуды ϕ и ее производной Φ полагались равными $\phi_0 = 10^{-4}$ и $\Phi_0 = \gamma\phi_0$. Начальные значения медленной фазы α и ее производной по времени A полагались равными нулю.

Из рис. 1 следует, что максимальное значение медленной амплитуды ϕ_{\max} , соответствующее моменту насыщения неустойчивости, оказывается тем больше, чем меньше радиус цилиндра. Так, для цилиндра с радиусом $\rho_0 = 0,1$ см $\phi_{\max} = 0,94$, а для $\rho_0 = 0,5$ см – $\phi_{\max} = 0,87$. Кроме того, для цилиндра с меньшим радиусом медленная амплитуда достигает своего максимального значения ϕ_{\max} раньше (при $\tau \equiv \tau_{\max} \approx 734$, что соответствует времени $t \equiv t_{\max} \approx 17\gamma^{-1}$), чем для цилиндра с большим радиусом (при $\tau \equiv \tau_{\max} \approx 775$, что соответствует времени $t \equiv t_{\max} \approx 18\gamma^{-1}$). Отметим, что с ростом радиуса цилиндра смещение зависимостей $\phi(\tau)$ относительно друг друга становится меньше и при $q\rho_0 \gg 1$ зависимости $\phi(\tau)$ стремятся к некоторому общему пределу, соответствующему значениям $\Delta_0 \rightarrow \varepsilon_0 + 1$ и $\Delta_1 \rightarrow 1$. Физически этот предел соответствует случаю плоской границы пучок–плазма. В этом случае максимальное значение потенциала электро-

статической волны $\psi_{\max} \approx 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ г} \cdot \text{см}^{1/2} \cdot \text{с}^{-1}$, что при $\lambda = 0,1$ см соответствует напряженности электрического поля $\sim 0,185 \text{ г} \cdot \text{см}^{-1/2} \cdot \text{с}^{-1}$ (т. е. 5,55 мВ/см).

Из рис. 1 следует также, что при $\tau > \tau_{\max}$ величина ϕ осциллирует около некоторого среднего значения с периодом порядка $10\gamma^{-1}$. Эти осцилляции носят нелинейный характер и обусловлены тем, что к моменту насыщения неустойчивости пучок разбивается на сгустки, которые захватываются в потенциальные ямы волны. В дальнейшем захваченные сгустки совершают колебания, попеременно попадая то в ускоряющую, то в тормозящую фазы волны [14–16]. Амплитуда волны ϕ увеличивается при торможении сгустка и уменьшается при его ускорении. Процесс формирования сгустков иллюстрируется на рис. 2 и 3, которые построены для электродинамической системы с плазменным цилиндром, имеющим радиус $\rho_0 = 0,5$ см.

На рис. 2 приведен фазовый портрет системы макрочастиц – зависимости $\eta_p(\xi_p)$ для M макрочастиц. Линия 1 соответствует начальному распределению макрочастиц на длине волны, т. е. на отрезке $0 \leq \xi_p \leq 2\pi$, а набор дискретных значений 2 – распределению этих же макрочастиц в момент времени $\tau = 1\,000$. Видно, что к моменту времени $\tau = 1\,000$ макрочастицы получили разброс по координатам и скоростям и сформировали два сгустка. Протяженность каждого сгустка приблизительно равна $\lambda/2$.

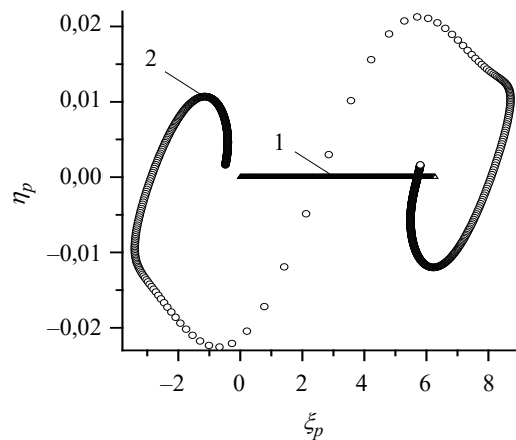


Рис. 2. Фазовый портрет системы из M макрочастиц в момент времени $\tau = 1\,000$

На рис. 3 показан фазовый портрет системы макрочастиц на момент времени $\tau = 2\,550$. Из рисунка следует, что разброс по координатам существенно вырос (приблизительно в 6 раз), в то время как разброс по скоростям практически не изменился. В окрестности координаты $\xi_p = 0$ отчетливо видны два сгустка с протяженностью каждого из них менее $\lambda/2$.

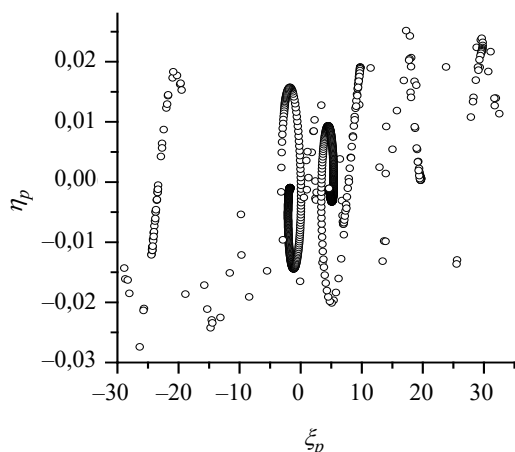


Рис. 3. Фазовый портрет системы из M макрочастиц в момент времени $\tau = 2\,550$

Выводы. Таким образом, в настоящей работе решена задача о нелинейной стабилизации неустойчивости трубчатого электронного пучка при его распространении вдоль поверхности твердотельного плазменного цилиндра. Предполагалось, что пучок – нерелятивистский, плазма цилиндра – бесстолкновительная, а возбуждаемая пучком волна – электростатическая. Показано, что нелинейная стабилизация роста амплитуды волны происходит за счет эффекта группировки электронов пучка в сгустки и последующего захвата этих сгустков полем волны. Проанализирована закономерность времени насыщения неустойчивости и максимальной амплитуды волны от радиуса плазменного цилиндра. Установлено, что чем меньше радиус плазменного цилиндра, тем раньше начинается нелинейная стадия неустойчивости и тем больше максимальное значение медленной амплитуды.

Отметим, что качественные результаты, полученные для электродинамической системы с твердотельным цилиндром из бесстолкновительной плазмы, будут полностью соответствовать системе с газообразным

плазменным цилиндром, собственные частоты которого априори превосходят частоту столкновений частиц плазмы.

Результаты исследований, приведенные в настоящей работе, демонстрируют механизм возбуждения потенциальных поверхностных волн в плазмopodobном цилиндре при его обдуве трубчатым электронным пучком.

Библиографический список

1. Ахиезер А. И., Любарский Г. Я. К нелинейной теории колебаний электронной плазмы. *Докл. АН СССР*. 1951. Т. 80, № 2. С. 193–195.
2. Ахиезер А. И., Половин Р. В. О релятивистских колебаниях плазмы. *Докл. АН СССР*. 1955. Т. 102, № 5. С. 919–920.
3. Ахиезер А. И., Половин Р. В. К теории волновых движений электронной плазмы. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1956. Т. 30, № 5. С. 915–928.
4. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д. Квазилинейная теория возбуждения колебаний при инжекции электронного пучка в плазменное полупространство. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1965. Т. 47, № 4. С. 1389–1404.
5. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д. К нелинейной теории взаимодействия релятивистского пучка с плазмой. *4-я конф. по физике плазмы и проблемам управляемого термоядерного синтеза*: тез. докл. Киев, 1963. С. 92–103.
6. Мазитов Р. К. О затухании плазменных волн. *Прикладная механика и техническая физика*. 1965. № 1. С. 27–31.
7. O’Neil T. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations. *Phys. Fluids*. 1965. Vol. 8, Iss. 12. P. 2255–2262. DOI:https://doi.org/10.1063/1.1761193
8. Fainberg Ya. B. Interaction of beams of charged particles with plasma. *Czech. J. Phys.* 1968. Vol. 18B, Iss. 5. P. 652–677. DOI:https://doi.org/10.1007/BF01691021
9. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. К нелинейной теории взаимодействия с плазмой «монохроматического» пучка релятивистских электронов. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1970. Т. 57, № 3. С. 966–977.
10. Курилко В. И. О механизме развития пучковой неустойчивости в плазме. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1970. Т. 57, № 3. С. 885–893.
11. Drummond W. E., Malmberg J. H., O’Neil T. M., Thompson J. R. Nonlinear Development of the Beam-Plasma Instability. *Phys. Fluids*. 1970. Vol. 13, Iss. 9. P. 2422–2425. DOI:https://doi.org/10.1063/1.1693255
12. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. К теории нелинейного взаимодействия РЭП малой плотности с плазмой. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1970. Т. 58, № 5. С. 1709–1714.
13. Брейзман Б. Н., Рюттов Д. Д. Квазилинейная релаксация ультрарелятивистского электронного пучка в плазме. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1971. Т. 60, № 1. С. 408–422.
14. Онищенко И. Н., Линецкий А. Р., Мациборко Н. Г., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. Возбуждения монохроматической плазменной волны электронным

- пучком. *Письма в Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1970. Т. 12, № 8. С. 407–411.
15. Matsiborko N. G., Onishchenko I. N., Shapiro V. D. and Shevchenko V. I. On nonlinear theory of instability of a monoenergetic electron beam in plasma. *Plasma Physics*. 1972. Vol. 14, N 6. P. 591–600. DOI:https://doi.org/10.1088/0032-1028/14/6/003
 16. Иванов А. А., Параил В. В., Соболева Т. К. Нелинейная теория взаимодействия моноэнергетического пучка с плотной плазмой. *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1972. Т. 63, № 5. С. 1678–1685.
 17. Альтеркоп Б. А., Росинский С. Е., Тараканов В. П. Нелинейное взаимодействие обдуваемого электронного пучка с поверхностной плазменной волной. *Физика плазмы*. 1979. Т. 5, № 2. С. 291–296.
 18. Кузелев М. В., Лазутченко О. В., Рухадзе А. А. Режимы и спектры черенковской пучковой неустойчивости в нелинейной плазме. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1999. Т. 42, № 10. С. 958–976.
 19. Shlapakovski A. S., Artemenko S. N., Avgustinovich V. A., Mashchenko A. I., Matvienko V. M., Mityushkina V. Yu., Vintizenko I. I., Jiang W., and Schamiloglu E. Status of the development of X-band antenna-amplifier: Design, Simulations, and Prototype Experiments. *14th Symposium on High Current Electronics*: proc. (Tomsk, Russia, 10–15 Sept. 2006). Tomsk, 2006. P. 359–362.
 20. Августиневич В. А., Артемченко С. Н., Машченко А. И., Шлапаковский А. С., Юшков Ю. Г. Демонстрация усиления в диэлектрическом черенковском лазере со стержневой замедляющей системой. *Письма в Журн. техн. физики*. 2010. Т. 36, № 5. С. 103–110.
 21. Кириченко А. Я., Лонин Ю. Ф., Папкович В. Г., Пономарев А. Г., Прокопенко Ю. В., Уваров В. Т., Филиппов Ю. Ф. Микроволновый генератор с резонатором «шепчущей галереи». *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования*. 2010. № 2(66). С. 135–139.
 22. Galaydych K. V., Lonin Yu. F., Ponomarev A. G., Prokopenko Yu. V., Sotnikov G. V. Mathematical model of an excitation by electron beam of "whispering gallery" modes in cylindrical dielectric resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Plasma Phys.* 2010. N 6. P. 123–125.
 23. Дормидонтов А. В., Кириченко А. Я., Лонин Ю. Ф., Пономарев А. Г., Прокопенко Ю. В., Сотников Г. В., Уваров В. Т., Филиппов Ю. Ф. Автоколебательная система на основе диэлектрического резонатора с модами «шепчущей галереи». *Письма в Журн. техн. физики*. 2012. Т. 38, № 2. С. 65–73.
 24. Galaydych K. V., Lonin Yu. F., Ponomarev A. G., Prokopenko Yu. V., Sotnikov G. V. Nonlinear analysis of mm waves excitation by high-current REB in dielectric resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Plasma Phys.* 2012. Iss. 18, N 6(82). P. 158–160.
 25. Галайдыч К. В., Лонин Ю. Ф., Пономарев А. Г., Прокопенко Ю. В., Сотников Г. В., Уваров В. Л. Возбуждение миллиметровых волн сильноточным РЭП в диэлектрическом резонаторе. *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования*. 2012. № 3(79). С. 174–178.
 26. Аверков Ю. О., Прокопенко Ю. В., Яковенко В. М. Неустойчивость трубчатого электронного пучка при взаимодействии с плазмподобной средой. *Радиофизика и электроника*. 2016. Т. 7(21), № 2. С. 28–35. DOI:https://doi.org/10.15407/rej2016.02.028
 27. Averkov Yu. O., Prokopenko Yu. V., Yakovenko V. M. Interaction between a tubular beam of charged particles and a dispersive metamaterial of cylindrical configuration. *Phys. Rev. E*. 2017. Vol. 96, Iss. 1. P. 013205(12). DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.013205
 28. *Справочник по специальным функциям: с формулами, графиками и таблицами*. Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. Москва: Наука, 1979. 832 с.
 29. Аверков Ю. О., Прокопенко Ю. В., Яковенко В. М. Взаимодействие потока заряженных частиц трубчатого пучка с собственными колебаниями диэлектрического цилиндра. *Радиофизика и электроника*. 2016. Т. 7(21), № 4. С. 68–76. DOI: https://doi.org/10.15407/rej2016.04.068
 30. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. *Электродинамика плазмы*. Под ред. А. И. Ахиезера. Москва: Наука, 1974. 720 с.

REFERENCES

1. Ahiezer, A. I., Lyubarskiy, G. Ya., 1951. To the nonlinear theory of electron plasma oscillations. *Dok. Akad. Nauk SSSR*, **80**(2), pp. 193–195 (in Russian).
2. Ahiezer, A. I., Polovin, R. V., 1955. On relativistic plasma oscillations. *Dok. Akad. Nauk SSSR*, **102**(5), pp. 919–920 (in Russian).
3. Ahiezer, A. I., Polovin, R. V., 1956. To the theory of wave motions of an electron plasma. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **30**(5), pp. 915–928 (in Russian).
4. Faynberg, Ya. B., Shapiro, V. D., 1965. Quasilinear theory of oscillation excitation during injection of an electron beam into a plasma half-space. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **47**(4), pp. 1389–1404 (in Russian).
5. Faynberg, Ya. B., Shapiro, V. D., 1963. To the nonlinear interaction theory of a relativistic beam with a plasma. In: *4th conf. on Plasma Physics and Controlled Thermonuclear Fusion Problems*: proc. Kiev, USSR, pp. 92–103 (in Russian).
6. Mazitov, R. K., 1965. On the damping of plasma waves. *Prikladnaya mehanika i tehnikeskaya fizika*, **1**, pp. 27–31 (in Russian).
7. O'Neil, T., 1965. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations. *Phys. Fluids*, **8**(12), pp. 2255–2262. DOI:https://doi.org/10.1063/1.1761193
8. Fainberg Ya. B., 1968. Interaction of beams of charged particles with plasma. *Czech. J. Phys.*, **18B**(5), pp. 652–677. DOI:https://doi.org/10.1007/BF01691021
9. Faynberg, Ya. B., Shapiro, V. D., Shevchenko, V. I., 1970. To the nonlinear theory of interaction between the plasma and "monochromatic" relativistic electron beam. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **57**(3), pp. 966–977 (in Russian).
10. Kurilko, V. I., 1970. On the development mechanism of beam instability in a plasma. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **57**(3), pp. 885–893 (in Russian).
11. Drummond, W. E., Malmberg, J. H., O'Neil, T. M., Thompson, J. R., 1970. Nonlinear Development of the Beam-Plasma Instability. *Phys. Fluids*, **13**(9), pp. 2422–2425. DOI:https://doi.org/10.1063/1.1693255
12. Kovtun, R. I., Ruhadze, A. A., 1970. To the nonlinear interaction theory of a low-density REB with a plasma. *Zh. Exp. Teor. Fiz.*, **58**(5), pp. 1709–1714 (in Russian).

13. Breyzman, B. N., Ryutov, D. D., 1971. Quasilinear relaxation of an ultrarelativistic electron beam in a plasma. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **60**(1), pp. 408–422 (in Russian).
14. Onischenko, I. N., Linetskiy, A. R., Matsiborko, N. G., Shapiro, V. D., Shevchenko, V. I., 1970. Excitation of a monochromatic plasma wave by an electron beam. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **12**(8), pp. 407–411 (in Russian).
15. Matsiborko, N. G., Onishchenko, I. N., Shapiro, V. D., and Shevchenko, V. I., 1972. On nonlinear theory of instability of a monoenergetic electron beam in plasma. *Plasma Physics*, **14**(6), pp. 591–600. DOI:https://doi.org/10.1088/0032-1028/14/6/003
16. Ivanov, A. A., Parail, V. V., Soboleva, T. K., 1972. Nonlinear theory of interaction of a monoenergetic beam with dense plasma. *Zh. Exp. Teor. Fiz.*, **63**(5), pp. 1678–1685 (in Russian).
17. Alterkop, B. A., Rosinskiy, S. E., Tarakanov, V. P., 1979. Nonlinear interaction of a blowing electron beam with a surface plasma wave. *Fiz. Plazmy*, **5**(2), pp. 291–296 (in Russian).
18. Kuzelez, M. V., Lazutchenko, O. V., Ruhadze, A. A., 1999. Regimes and spectra of the Cherenkov beam instability in a nonlinear plasma. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.*, **42**(10), pp. 958–976 (in Russian).
19. Shlapakovski, A. S., Artemenko, S. N., Avgustinovich, V. A., Mashchenko, A. I., Matvienko, V. M., Mityushkina, V. Yu., Vintzenko, I. I., Jiang, W., and Schamiloglu, E., 2006. Status of the development of X-band antenna-amplifier: Design, Simulations, and Prototype Experiments. In: *14th Symposium on High Current Electronics*: proc. Tomsk, Russia, 10–15 Sept. 2006. P. 359–362.
20. Avgustinovich, V. A., Artemenko, S. N., Mashchenko, A. I., Shlapakovski, A. S., Yushkov, Yu. G., 2010. Demonstration of amplification in a dielectric Cherenkov maser with a rod-shaped slow-wave system. *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, **36**(5), pp. 103–110 (in Russian).
21. Kirichenko, A. Ya., Lonin, Yu. F., Papkovich, V. G., Ponomarev, A. G., Prokopenko, Yu. V., Uvarov, V. T., Filippov, Yu. F., 2010. A microwave oscillator with a "whispering gallery" resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Nuclear Physics Research*, **2**(66), pp. 135–139 (in Russian).
22. Galaydych, K. V., Lonin, Yu. F., Ponomarev, A. G., Prokopenko, Yu. V., Sotnikov, G. V., 2010. Mathematical model of an excitation by electron beam of "whispering gallery" modes in cylindrical dielectric resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Plasma Phys.*, **6**, pp. 123–125.
23. Dormidontov, A. V., Kirichenko, A. Ya., Lonin, Yu. F., Ponomarev, A. G., Prokopenko, Yu. V., Sotnikov, G. V., Uvarov, V. T., Filippov, Yu. F., 2012. Auto-oscillatory system based on dielectric resonator with whispering-gallery modes. *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, **38**(2), pp. 65–73 (in Russian). DOI:10.1134/S106378501201021X
24. Galaydych, K. V., Lonin, Yu. F., Ponomarev, A. G., Prokopenko, Yu. V., Sotnikov, G. V., 2012. Nonlinear analysis of mm waves excitation by high-current REB in dielectric resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Plasma Phys.*, **18**(6(82)), pp. 158–160.
25. Galaydych, K. V., Lonin, Yu. F., Ponomarev, A. G., Prokopenko, Yu. V., Sotnikov, G. V., Uvarov, V. T., 2012. Excitation of millimeter waves by a high-current REB in a dielectric resonator. *Problems of atomic science and technology. Ser. Nuclear Physics Research*, **3**(79), pp. 174–178.
26. Averkov, Yu. O., Prokopenko, Yu. V., Yakovenko, V. M., 2016. The instability of hollow electron beam interacting with plasma-like medium. *Radiofizika i elektronika*, **7**(21)(2), pp. 28–35 (in Russian). DOI:https://doi.org/10.15407/rej2016.02.028
27. Averkov, Yu. O., Prokopenko, Yu. V., Yakovenko, V. M., 2017. Interaction between a tubular beam of charged particles and a dispersive metamaterial of cylindrical configuration. *Phys. Rev. E*, **96**(1), pp. 013205(12). DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.013205
28. Abramovits, M., Stigan, I. ed., 1979. *Reference on special functions: with formulas, graphics and tables*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
29. Averkov, Yu. O., Prokopenko, Yu. V., Yakovenko, V. M., 2016. Interaction a flow of charged particles with eigenmodes of a dielectric cylinder. *Radiofizika i elektronika*, **7**(21)(4), pp. 68–76 (in Russian). DOI: https://doi.org/10.15407/rej2016.04.068
30. Akhiezer, A. I. ed., Akhiezer, I. A., Polovin, R. V., Sitenko, A. G., Stepanov, K. N., 1974. *Plasma Electrodynamics*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).

Рукопись поступила 27.06.2018.

Yu. O. Averkov, Yu. V. Prokopenko,
and V. M. Yakovenko

NONLINEAR INTERACTION THEORY BETWEEN A TUBULAR BEAM OF CHARGED PARTICLES AND POTENTIAL SURFACE WAVES OF PLASMA CYLINDER

Subject and purpose. Investigation of the generation mechanisms of electromagnetic waves by the motion of charged particles in various electrodynamic systems is an actual problem of modern radiophysics and electronics. Recently, much attention has been paid to the interaction between the streams of charged particles and solid-state structures that have dispersive properties. As a rule, such structures contain plasma-like media. The basis for the generation of electromagnetic waves is the system instabilities caused by perturbations in the streams of charged particles. The stationary mode of wave generation is provided by nonlinear interactions of a charged particle beam with eigenmodes of solid-state structure. In this paper, a theoretical study of the nonlinear stabilization effect of instability of an infinitesimally thin tubular electron beam propagated along the surface of solid-state plasma cylinder has been carried out.

Methods and methodology. Using Maxwell's equations and motion equation of plasma electrons based on an integrated approach (analytical and numerical), the nonlinear theory of instability of a tubular electron beam flying over a plasma cylinder has been constructed. The plasma of the cylinder was assumed collisionless. The calculations have been performed in electrostatic approximation due to the nonrelativistic velocity of the beam electrons.

Results. It is shown that the nonlinear stabilization of

the wave amplitude increase is realized due to the bunching of the beam electrons into bunches and their subsequent capture by the wave field. The law of the instability rise time and the wave maximum amplitude from the plasma cylinder radius has been revealed. It is established that the nonlinear stage of instability begins earlier in an electrodynamic system with a smaller radius of the plasma cylinder. In this system, the maximum value of the slow amplitude has greater value.

Conclusions. The research results broaden our understanding about the physical properties of systems with plasma-like media and systematize knowledge about the excitation mechanisms of potential surface waves in electrodynamic systems that form the basis of microwave oscillators.

Key words: electron beam, beam instability, instability increment, Cherenkov effect, nonlinear interaction, capture of particles, phase portrait.

Ю. О. Аверков, Ю. В. Прокопенко,
В. М. Яковенко

НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ВЗАЄМОДІЇ ТРУБЧАСТОГО ПУЧКА ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК З ПОТЕНЦІАЛЬНИМИ ПОВЕРХНЕВИМИ ХВИЛЯМИ ПЛАЗМОВОГО ЦИЛІНДРА

Предмет і мета роботи. Дослідження механізмів генерації електромагнітних хвиль при русі заряджених частинок у різних електродинамічних системах є актуальною проблемою сучасної радіофізики та електроніки. Останнім часом велика увага приділяється питанням взаємодії потоків заряджених частинок з твердотільними структурами, що мають диспергуючі властивості. Як правило, такі структури містять плазмоподібні середовища. Передумовами для виникнення генера-

ції електромагнітних хвиль є нестійкості систем, що викликані збуреннями потоків заряджених частинок. Забезпечення стаціонарного режиму генерації хвиль здійснюється нелінійними взаємодіями пучка заряджених частинок з власними хвилями (коливаннями) твердотільної структури. У цій роботі виконано теоретичне дослідження ефекту нелінійної стабілізації нестійкості нескінченно тонкого трубчастого електронного пучка при його транспортуванні уздовж поверхні твердотільного плазмового циліндра.

Методи та методологія роботи. З використанням рівнянь Максвелла і руху електронів плазми на основі комплексного підходу (аналітичного і чисельного) побудовано нелінійну теорію нестійкості трубчастого електронного пучка, який пролітає над плазмовим циліндром. Плазма циліндра передбачалася беззіткненою. Через нерелятивістський характер руху пучка розрахунки виконано в електростатичному наближенні.

Результати роботи. Показано, що нелінійна стабілізація зростання амплітуди хвилі здійснюється в результаті групування електронів пучка в згустки і подальшого їх захоплення полем хвилі. Виявлено залежність часу насичення нестійкості і максимальної амплітуди хвилі від радіуса плазмового циліндра. Встановлено, що нелінійна стадія нестійкості починається раніше в електродинамічній системі з меншим радіусом плазмового циліндра. При цьому в такій системі максимальна величина повільної амплітуди має більше значення.

Висновок. Результати досліджень розширюють уявлення про фізичні властивості систем із плазмоподібними середовищами і систематизують знання про механізми збудження потенціальних поверхневих хвиль в електродинамічних системах, що складають основу мікрохвильових генераторів.

Ключеві слова: електронний пучок, пучкова нестійкість, інкремент нестійкості, ефект Вавілова–Черенкова, нелінійна взаємодія, захоплення частинок, фазовий портрет.