

УДК 523.98

**Влияние пространственной неоднородности
и внешнего электрического поля на дисперсию
низкочастотных плазменных волн в солнечной атмосфере**

А. Н. Кришталь

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03680, ГСП, Киев-127, Голосиив

Исследуется дисперсионное уравнение низкочастотных плазменных волн в петельных структурах в активных областях на Солнце. Для конкретного уравнения состояния солнечной атмосферы и типичных значений напряженности магнитного поля показано, что учет влияния пространственной неоднородности плотности и наличия крупномасштабного электрического поля приводит к появлению новых типов плазменных колебаний. В рамках использованных приближений полученные решения исследованы при значениях плазменных параметров, характерных для петельных структур.

ВПЛИВ ПРОСТОРОВОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ ТА ЗОВНІШНЬОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА ДИСПЕРСІЮ НИЗЬКОЧАСТОТНИХ ПЛАЗМОВИХ ХВИЛЬ У СОНЯЧНІЙ АТМОСФЕРІ, Кришталь О. Н. — Досліджується дисперсійне рівняння низькочастотних плазмових хвиль в петельних структурах в активних областях на Сонці. Для певного типу рівняння стану сонячної атмосфери та типових значень напруженості магнітного поля показано, що врахування впливу просторової неоднорідності густини і наявності великомасштабного електричного поля призводить до появи нових типів плазмових коливань. У межах використаних наближень одержані розв'язки досліджені при значеннях плазмових параметрів, що є характерними для петельних структур.

THE INFLUENCE OF SPATIAL INHOMOGENEITY AND EXTERNAL ELECTRIC FIELD ON THE DISPERSION RELATION FOR LOW-FREQUENCY PLASMA WAVES IN THE SOLAR ATMOSPHERE, by Kryshstal' A. N. — The dispersion relation for low-frequency plasma waves is considered for plasmas in the loop structures in solar active regions. It is shown for a specific equation of state of plasma and typical values of the magnetic field intensity that taking into account the presence of a large-scale electric field and spatial inhomogeneity of plasma density results in the appearance of new types of plasma waves. The solutions obtained in the framework of the approximations used were investigated for the plasma parameters characteristic of the plasmas in loop structures.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа продолжает цикл исследований [7, 17–19] механизма «прямого включения» плазменных неустойчивостей квазистационарным крупномасштабным электрическим полем в послевспышечных петлях. Главным экспериментальным основанием этих теоретических работ можно считать надежно установленное наличие возмущений основных термодинамических параметров плазмы в атмосфере активной области накануне вспышки [2, 3], носящих отчетливо выраженный волновой характер. В предвспышечном состоянии наличие в петле пучков энергичных частиц представляется маловероятным, особенно в нижних слоях атмосферы АО. Поэтому фактически единственным источником возникновения и развития плазменных неустойчивостей становится квазистационарное электрическое поле. Главным доказательством существования такого поля в петельных структурах является наличие в них электрических токов на протяжении практически всего времени их жизни [5]. Такие поля обычно называют dc-полями (direct current) [15]. Увеличение амплитуды такого поля во времени может служить причиной последовательного «включения» различных типов плазменных неустойчивостей [17, 19]. Как правило, увеличение амплитуды $E_0(t)$ электрического поля является быстрым с точки зрения внешнего наблюдателя [20], и в то же время довольно медленным с точки зрения величин характерных времен развития плазменных неустойчивостей. Если справедливо предположение [20] о том, что главной особенностью предвспышечного состояния плазмы в петельной структуре является быстрое увеличение амплитуды поля, то при известной иерархии неустойчивостей можно в принципе давать краткосрочный прогноз вспышки в петельной структуре. Понятно, что в данном случае речь идет о «сверхзадаче», поскольку одиночная плазменная волна определенной дисперсии, возникшая в результате развития соответствующей неустойчивости, как правило, не может достичь наземного или космического наблюдателя. Для этого она должна, как минимум, провзаимодействовать с другими волнами и в результате процесса слияния или распада образовать достаточно мощную электромагнитную волну, способную при благоприятных условиях выйти из области генерации. Очевидно, что каждый этап этого процесса заслуживает отдельного теоретического исследования, далеко выходящего за рамки данной статьи. Однако в любом случае развитие неустойчивости соответствующего типа плазменных волн является необходимым условием.

В работах [6, 17, 19] использовалось предположение о малом влиянии границ, а также неоднородностей термодинамических параметров на динамику плазмы и процесс возникновения неустойчивостей. В данной работе исследуются локальные решения дисперсионного уравнения (ДУ), т. е. возмущения в плазме, для которых не важны граничные условия. Этот термин впервые был введен А. Б. Михайловским в работе [10], и там же было отмечено, что необходимым условием существования локального решения является малость поперечной длины λ_{\perp} волны возмущения по сравнению с характерным размером неоднородности плазмы L . Согласно установившейся традиции [8, 10] в исследованиях используется пространственная система координат с осью Z , ориентированной вдоль направления магнитного поля \mathbf{B}_0 и задающей, таким образом, продольное направление. Для локальных решений условие малости неоднородности (плотности, например) эквивалентно условию

$$\omega_{\alpha}^* \ll \omega, \quad (1)$$

где ω_{α}^* есть дрейфовая частота электронов или ионов ($\alpha = e, i$, а $\omega = \omega(\mathbf{k})$)

есть решение ДУ с учетом зависимости параметров плазмы от пространственных координат. Несмотря на большое количество сходных черт между лабораторными магнитными ловушками для удержания плазмы и петельными структурами в АО на Солнце, полной аналогии здесь нет и быть не может. В случае с лабораторной плазмой у исследователя есть возможность (по крайней мере принципиальная) повлиять на условия проведения эксперимента. При изучении же динамики плазмы в АО единственным инструментом теоретических исследований, который поддается усовершенствованию, является реалистичная модель плазмы. Это — дисперсионное уравнение, учитывающее как можно большее количество факторов, влияющих на процесс зарождения плазменных неустойчивостей в атмосфере АО. Поэтому ясно, насколько важен учет влияния на конкретный вид ДУ внешнего электрического поля, парных кулоновских столкновений и неоднородности плотности электронов и ионов. Расчет для ДУ без столкновений и электрического поля был ранее выполнен в работе [14]. В общем случае ДУ для горячей замагниченной плазмы есть трансцендентное уравнение [1], но в целом ряде случаев, имеющих физический смысл, его можно свести к полиномиальному (т. е. опять-таки нелинейному) виду. Естественно, что при этом принцип суперпозиции не выполняется. Далеко не всегда малые изменения, вносимые в ДУ, сказываются только на виде инкремента

$$\gamma_{\omega_k} = - \left. \frac{\text{Im}D(\omega, \mathbf{k})}{\frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re}D(\omega, \mathbf{k})} \right|_{\omega=\omega(\mathbf{k})} \quad (2)$$

даже в рамках линейной теории (см. соотношение (7) ниже) и оказывают пренебрежимо малое влияние на вид дисперсии $\omega = \omega(\mathbf{k})$. В используемых обозначениях ДУ имеет вид

$$D = \text{Re}D(\omega, \mathbf{k}) + i\text{Im}D(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (3)$$

а закон дисперсии $\omega = \omega(\mathbf{k})$ есть решение уравнения

$$\text{Re}D(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (4)$$

Формула (2) для инкремента справедлива только тогда, когда уравнение (4) имеет действительные корни. Поэтому получение каждого нового действительного корня ДУ дает возможность исследовать устойчивость полученных волн с помощью чрезвычайно удобной формулы (2). Именно получение таких новых решений для модифицированного ДУ (МДУ) и конкретного уравнения состояния плазмы и есть основная цель настоящей работы.

МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Используемая в данной работе модель плазмы имеет много общего с моделью в работах [17—19]. Как и там, плазма считается полностью ионизованной и замагниченной, причем кроме магнитного на плазму наложено еще и внешнее электрическое поле $E_0(t)$, параллельное B_0 . Для амплитуды электрического поля выполняется условие

$$\left| \frac{1}{E_0} \frac{\partial E_0}{\partial t} \right| \ll \frac{1}{t_{\text{inst}}} = \gamma, \quad (5)$$

где t_{inst} есть время развития неустойчивости, а γ — ее инкремент (или декремент). Равновесная функция распределения ионов предполагается чисто максвелловской, а равновесная функция распределения электронов

имеет вид сдвинутого максвелловского распределения со сдвиговой скоростью

$$u_e = \frac{eE_0}{m_e \nu_{ei}}. \quad (6)$$

Здесь e — заряд электрона, а m_e — его масса. Величина ν_{ei} есть частота электрон-ионных столкновений, определяемая стандартной формулой из [19] при дополнительных предположениях $Z = 1$ (однозарядные ионы) и $\ln\Lambda = 9.8$ (кулоновский логарифм). В расчетных формулах для составляющих тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, x)$ ($i, j = x, y, z$) кулоновские столкновения учитывались с помощью модельного интеграла столкновений Батнагара—Гросса—Крука [1]. Как и в работах [6, 19], считалось, что электрон-ионные столкновения доминируют.

Всюду в расчетах предполагалось, что выполняются обычные для линейной теории неустойчивости соотношения

$$|\operatorname{Im} \omega_k| \ll |\operatorname{Re} \omega_k|, \quad (7)$$

$$\left| \frac{\nu_{ei}}{\omega_k^{\max}} \right| \ll 1. \quad (8)$$

Здесь ω_k^{\max} — действительная часть частоты плазменной волны с заданной дисперсией $\omega_k = \omega(\mathbf{k})$ в области максимального значения инкремента (декремента).

В данной работе использовалась та же пространственная декартова система координат и цилиндрическая система координат в пространстве скоростей, что и в [6, 17]. Учитывая приблизительное место расположения исследуемых слоев плазмы в петельной структуре АО, можно считать, что ось Z обеих систем координат практически перпендикулярна к поверхности фотосферы.

Возможность пренебрежения влиянием граничных эффектов, которая в предыдущей модели [6] обеспечивалась требованием бесконечной пространственной протяженности плазмы, в данной работе обеспечивается рассмотрением только локальных решений ДУ «по Михайловскому».

Важнейшим отличием рассматриваемой модели от предыдущей является неоднородность плазмы, причем, как и в [10], предполагалось, что пространственной неоднородностью температуры $T_{e,i}$ электронов и ионов, как и неоднородностью магнитного поля \mathbf{B}_0 , можно пренебречь в сравнении с неоднородностью электронной и ионной плотности $n_{e,i}$. Как и в [1, 10], предполагалось, что для равновесных значений плотности электронов и ионов $n_{0\alpha} = n_{0\alpha}(x)$ (здесь x — пространственная координата) выполняется условие квазинейтральности плазмы

$$n_{0e}(x) = n_{0i}(x) \quad (9)$$

и дополнительное условие для производных

$$\frac{\partial n_{0e}}{\partial x} = \frac{\partial n_{0i}}{\partial x}. \quad (10)$$

Если электрическое поле волны в неоднородной среде можно считать потенциальным, то роль стандартного ДУ для однородной плазмы в случае плазмы со слабой неоднородностью играет уравнение [1]

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}, x) = \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, x) = 0, \quad (11)$$

которое представляет собой уравнение эйконала для потенциальных волн в нулевом приближении геометрической оптики. В рассматриваемом случае

выражение для $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}, x)$ имеет следующий вид [1]:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}, x) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\text{P}\alpha}^2}{k^2 v_{\text{T}\alpha}^2} \frac{\varepsilon^{\text{h}}(\omega, \mathbf{k}, x)}{\varepsilon^{\text{L}}(\omega, \mathbf{k}, x)}, \quad (\alpha = e, i), \quad (12)$$

где

$$\varepsilon^{\text{h}}(\omega, \mathbf{k}, x) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega' + i\nu'_{\alpha\beta}}{\omega' + i\nu'_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}} \left[1 - \frac{v_{\alpha}^*}{\omega' + i\nu'_{\alpha\beta}} \frac{\partial}{\partial x} (\ln n_{0\alpha}) \right] A_n(z_{\alpha}) J_+(x_{\alpha\beta}), \quad (13)$$

$$\varepsilon^{\text{L}}(\omega, \mathbf{k}, x) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i\nu'_{\alpha\beta}}{\omega' + i\nu'_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}} A_n(z_{\alpha}) J_+(x_{\alpha\beta}), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

В соотношениях (12)–(14) введены следующие обозначения:

$$\omega_{\text{P}\alpha}^2 = \frac{4\pi n_{0\alpha} e^2}{m_{\alpha}}; \quad v_{\text{T}\alpha}^2 = \frac{k_{\text{B}} T_{\alpha}}{m_{\alpha}} \quad (k_{\text{B}} \text{ — константа Больцмана}); \quad k^2 = k_{\perp}^2 + k_z^2; \quad k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2; \quad d_{\alpha} = v_{\text{T}\alpha} / \omega_{\text{P}\alpha} \text{ — дебаевский радиус}; \quad \omega' = \omega - k_z v_{\text{T}e} \varepsilon_{\text{R}}; \quad \varepsilon_{\text{R}} = u_e / v_{\text{T}e} = E_0 / E_{\text{D}} \quad (E_{\text{D}} \text{ — дрейсеровское поле}); \quad \Omega_{\alpha} = e_{\alpha} B_0 / (cm_{\alpha}); \quad v_{\alpha}^* = k_y v_{\text{T}\alpha}^2 / \Omega_{\alpha} \text{ — дрейфовая скорость частиц сорта } \alpha;$$

$$z_{\alpha} = k_{\perp}^2 v_{\text{T}\alpha}^2 / \Omega_{\alpha}^2 \quad (15)$$

— кинетический параметр;

$$x_{\alpha\beta} = (\omega' + i\nu'_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}) / |k_z| v_{\text{T}\alpha}; \quad \alpha, \beta = e, i, \quad \alpha \neq \beta;$$

$$J_+ = x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \int_{i\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau, \quad A_n(z) = I_n(z) \exp(-z);$$

$I_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя порядка n .

Функция $J_+(x)$ имеет следующие асимптотики:

$$J_+(x) = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} + \dots - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad (16)$$

если $|x| \gg 1$, $|\text{Re}x| \gg |\text{Im}x|$ и

$$J_+(x) \approx -i \sqrt{\pi/2} x, \quad (17)$$

если $|x| \ll 1$.

Для низкочастотных волн [10] с частотами

$$\omega \ll \Omega_i \quad (18)$$

в стандартном приближении $n = 0$ в соотношении (14) [1] общий вид ДУ (11)–(14) существенно упрощается:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}, x) = 0 = \varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \theta \equiv \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \varepsilon_{\perp} + \frac{k_z^2}{k^2} \varepsilon_{\parallel}, \quad (19)$$

где

$$\varepsilon_{\perp} = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\hat{l}_{\alpha} [1 - A_0(z_{\alpha})]}{k_{\perp}^2 d_{\alpha}^2}, \quad (20)$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{zz} = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\hat{l}_{\alpha} [1 - J_+(x_{\alpha\beta})] A_0(z_{\alpha})}{k_z^2 d_{\alpha}^2}, \quad (21)$$

$$\hat{l}_{\alpha} = 1 - \frac{k_y v_{\text{T}\alpha}^2}{\Omega_{\alpha} (\omega' + i\nu'_{\alpha\beta})} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\ln n_{0\alpha}) \right]. \quad (22)$$

Если термодинамические свойства плазмы таковы, что плазменный параметр

$$\beta = \frac{8\pi n_0 k_B T}{B_0^2}$$

изменяется в пределах

$$\frac{m_e}{m_i} \ll \beta \ll 1, \quad (23)$$

уравнение (19) можно записать в квазипотенциальном приближении [10]

$$\varepsilon_{\parallel} \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2 k^2} \varepsilon_{\perp} \right) + \left(\frac{k_{\perp}}{k_z} \right)^2 \varepsilon_{\perp} = 0. \quad (24)$$

Именно этот вид ДУ для неоднородной плазмы, модифицированный наличием электрического поля и кулоновских столкновений, и является основным предметом наших исследований.

Как уже отмечалось в [6, 17], важнейшей особенностью метода прямого включения неустойчивости электрическим полем является точная термодинамическая «привязка» исследуемых возмущений. Сложный вид ДУ, громоздкие выражения для инкрементов, зависимость их от большого количества параметров на практике приводят к тому, что результаты вычислений оказываются очень чувствительными к конкретному выбору основных термодинамических характеристик — плотности числа частиц и температуры.

Поскольку, в отличие от лабораторной плазмы, здесь речь идет не о поиске новых эффектов, а об ответе на конкретный вопрос, будет или не будет развиваться неустойчивость конкретного типа плазменных волн на определенном «этаже» петельной структуры, то задание просто правдоподобных значений n_{α} и T_{α} недопустимо. Строго говоря, нужно задавать уравнение состояния плазмы в параметрическом виде $n = n(h)$, $T = T(h)$ и $B_0 = B_0(h)$, где h — высота над уровнем фотосферы. Однако реально нужно задавать взаимообусловленную пару функций n_e и T_e , взятую из определенной модели солнечной атмосферы, а значения функции $B_0 = B_0(h)$ можно варьировать в определенных пределах в зависимости от конкретного вида возмущений.

При таком подходе правильный выбор значений n_e и T_e играет очень важную (если не решающую) роль. В настоящей работе значения n_e и T_e были взяты из работы [21] (и соответствующей модели солнечной атмосферы):

$$n_e = 6.89 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3} \quad \text{и} \quad T_e = 4.47 \cdot 10^5 \text{ К}. \quad (25)$$

Соответствующие значения для основных физических характеристик плазмы приведены ниже.

Частота электрон-ионных столкновений	$\nu_{ei} = 2 \cdot 10^6 \frac{n \ln \Lambda}{T_{eV}^{3/2}} = 5.7 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$
Плазменная частота электронная	$\omega_{Pe} = 1.48 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
ионная:	$\omega_{Pi} = 3.46 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$
Тепловая скорость электронная	$v_{Te} = 2.60 \cdot 10^8 \text{ см/с}$
ионная:	$v_{Ti} = 6.07 \cdot 10^6 \text{ см/с}$
Электронный дебаевский радиус	$d_e = 1.76 \cdot 10^{-2} \text{ см}$

Для того чтобы объяснить конкретный выбор значений напряженности магнитного поля B_0 , нужно отдельно остановиться на ограничениях, накладываемых на вид возмущений. Как и в работах [10, 14], предполагалось,

что продольная фазовая скорость возмущений изменяется в пределах

$$v_{Ti} \ll \frac{\omega}{k_z} \ll v_{Te}, \quad (26)$$

тогда как для описания поперечных масштабов возмущения использовалось известное длинноволновое приближение

$$z_e \ll z_i \ll 1. \quad (27)$$

Учитывая характерные геометрические размеры петельных структур в АО (а следовательно, и характерные размеры неоднородностей электронной и ионной плотностей L_e и L_i), требование (27) по отношению к длине волны возмущения в перпендикулярном направлении λ_{\perp} можно считать вполне естественным. Одновременное выполнение соотношений (26) и (27) для приведенных выше конкретных значений термодинамических параметров n_e и T_e с необходимостью приводят к выводу о том, что напряженность магнитного поля B_0 в петле должна быть относительно невысокой (хотя, разумеется, реалистичной).

С учетом сказанного приведенные выше физические характеристики плазмы в АО должны быть дополнены следующими величинами:

Напряженность магнитного поля	$B_0 = 3.13$ мТл
Гирочастота электронная	$\Omega_e = 5.51 \cdot 10^8$ с ⁻¹
ионная	$\Omega_i = 3.0 \cdot 10^5$ с ⁻¹
Гирорадиус ионный	$\rho_i = v_{Ti}/\Omega_i = 20.23$ см
Альфвеновская скорость	$V_A = c\Omega_i/\omega_{pi} = 2.6 \cdot 10^7$ см/с
Электронный кинетический параметр (максимальное значение для $z_i = 0.1$)	$z_e = k_{\perp}^2 v_{Te}^2 / \Omega_{Te}^2 = 1.36 \cdot 10^{-3}$
Перпендикулярная составляющая волнового вектора (для $z_i = 0.1$)	$k_{\perp} = 1.56 \cdot 10^{-2}$ см ⁻¹
Продольная составляющая волнового вектора (для $z_i = 0.1$)	$k_z = 1.56 \cdot 10^{-3}$ см ⁻¹ .

Как видно по значениям двух последних величин, в работе использовалось предположение о квазиперпендикулярном направлении распространения возмущений

$$k_z/k_{\perp} \ll 1, \quad (28)$$

уже использовавшееся ранее в [17].

В рамках механизма прямого включения неустойчивости [19] величина $\varepsilon_R = E_0 E_D^{-1}$ должна быть малой по определению. Кроме того, чем меньше значение этой величины, тем раньше можно предсказать вспышку. Поэтому и в данной работе также важно использовать предположение о слабости электрического поля

$$\varepsilon_R \ll 1. \quad (29)$$

Множитель $\partial/\partial x [\ln n_{0\alpha}(x)]$, входящий в выражение для дрейфовой скорости и дрейфовой частоты

$$\omega_{\alpha}^* \equiv k_y v_{T\alpha}^2 / \Omega_{T\alpha} \frac{\partial}{\partial x} [\ln n_{0\alpha}(x)], \quad \alpha = e, i, \quad (30)$$

всюду в расчетах принимался равным L_{α}^{-1} , где L_{α} — характерный масштаб изменения неоднородности, причем, учитывая соотношения (9), (10),

$$L_e = L_i = L.$$

Такая замена является математически корректной, если, например, плотность изменяется по экспоненциальному закону

$$n_{0\alpha} = \text{const} \cdot \exp[-x/L].$$

Кроме того, при получении численных оценок предполагалось, что

$$|k_x| = |k_y| = |2^{-1/2}k_\perp|,$$

так что

$$|k_x^2 + k_y^2| \equiv k_\perp^2.$$

МОДИФИЦИРОВАННОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО РЕШЕНИЯ

В рамках используемых приближений (1), (5), (7), (8), (18), (23), (26)–(29), с учетом соотношений (9), (10), (30), выражения для продольной и поперечной частей скалярной диэлектрической проницаемости ε_\parallel и ε_\perp из ДУ (24) принимают вид

$$\varepsilon_\parallel = 1 + \left(\frac{k_\perp}{k_z}\right)^2 \frac{\omega_{*i}^2}{z_i} [\text{Re } \varepsilon_\parallel^0 + i \text{Im } \varepsilon_\parallel^0], \quad (31)$$

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{\omega_{*i}^2}{z_i} [\text{Re } \varepsilon_\perp^0 + i \text{Im } \varepsilon_\perp^0]. \quad (32)$$

В (31) и (32) использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \text{Re } \varepsilon_\perp^0 &= z_i \left(1 - \frac{\omega_i^*}{\omega}\right) + z_e \left(1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'}\right) \frac{1}{t}, \\ \text{Im } \varepsilon_\perp^0 &= \frac{\nu_{ei}}{\omega'} \left[z_i \left(1 - \frac{k_z v_{Te}}{\omega} \varepsilon_R\right) + \frac{z_e \omega_e^*}{t \omega'} \right], \\ \text{Re } \varepsilon_\parallel^0 &= \frac{1}{t} \left[1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\nu_{ei} \omega_e^*}{\omega'^2} \left(\frac{\omega'}{k_z v_{Te}} - \varepsilon_R\right) \right] + \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega_i^*}{\omega} - 1\right), \\ \text{Im } \varepsilon_\parallel^0 &= \frac{\nu_{ei}}{\omega'} \left[z_i \left(1 - \frac{k_z v_{Te}}{\omega} \varepsilon_R\right) - \frac{1}{t} \left(1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'}\right) \right] + \frac{1}{t} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\omega' - \omega_e^*}{k_z v_{Te}} - \frac{\omega_e^*}{\omega'} \varepsilon_R\right), \\ \omega_{*\alpha} &= \omega_{p\alpha} / \Omega_\alpha, \quad \alpha = e, i; \quad t \equiv T_e / T_i. \end{aligned}$$

Вводя безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{\omega}{k_z V_A}, \\ \Omega_\alpha^* &= \frac{\omega_\alpha^*}{k_z V_A}, \end{aligned}$$

модифицированное дисперсионное уравнение (МДУ) (4) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \text{Re}D(\omega, \mathbf{k}) &= -\Omega^2 [\Omega^2 - \Omega(\Omega_e^* + \Omega_i^* + \beta_A \varepsilon_R) + \Omega_i^* (\Omega_e^* + \beta_A \varepsilon_R)] + \\ &+ \Omega^2 (1 + k^2 d_e^2 + z_i t) + \Omega [-\Omega_e^* - \beta_A \varepsilon_R (1 + k^2 d_e^2 + z_i t)] + z_i t \beta_A \varepsilon_R \Omega_i^* = 0. \quad (33) \end{aligned}$$

где

$$D(\omega, \mathbf{k}, x) \equiv \text{Re}D(\omega, \mathbf{k}, x) + i \text{Im}D(\omega, \mathbf{k}, x) = 0,$$

а

$$\beta_A \equiv v_{Te} / V_A.$$

Используя обозначение

$$\Omega^* \equiv \Omega_e^* = -t\Omega_i^* > 0,$$

МДУ (33) можно записать в стандартном виде как алгебраическое уравнение четвертой степени относительно переменной Ω :

$$a\Omega^4 + b\Omega^3 + c\Omega^2 + d\Omega + e = 0, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} a = 1, \quad b = -\Omega^*(1 - t^{-1}) - \beta_A \varepsilon_R, \quad c = -1 - z_1 t - \Omega^* t^{-1}(\Omega^* + \beta_A \varepsilon_R), \\ d = \Omega^*(1 - z_1) + \beta_A \varepsilon_R(1 - z_1 t), \quad e = \Omega^* \beta_A \varepsilon_R z_1. \end{aligned} \quad (35)$$

В отсутствие внешнего электрического поля, когда $\varepsilon_R = 0$, МДУ (34) преобразуется в ДУ следующего вида:

$$a'\Omega^3 + b'\Omega^2 + c'\Omega + d' = 0, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} a' = 1, \quad b' = -\Omega^* t^{-1}(t - 1), \quad c' = -3\sigma - \Omega^{*2} t^{-1}, \\ d' = \Omega^*(1 - z_1), \quad \sigma = (1 + z_1 t)/3, \end{aligned}$$

причем предполагалось, что $\Omega \neq 0$. Замена переменной [4]

$$\Omega = x - b'/3 \quad (37)$$

приводит кубическое уравнение (36) к каноническому виду:

$$x^3 + Px + Q = 0, \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} P = -\frac{b'^2}{3} + c' = -3\sigma - \frac{\Omega^{*2}}{3t^2}(t^2 + t + 1), \\ Q = \frac{b'}{3} \left(\frac{2}{9} b'^2 - c' \right) + d' = \Omega^{*2} \left\{ 1 - z_1 - \left(1 - \frac{1}{t} \right) \left[\sigma + \frac{\Omega^{*2}}{3t} \left(1 + \frac{2}{9t} (1 - t)^2 \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Для случая слабой неоднородности, когда выполняется условие

$$\Omega^* \ll 1, \quad (39)$$

выражение для функции

$$D \equiv \frac{1}{27} P^3 + \frac{1}{4} Q^2$$

можно записать в упрощенном виде

$$D \approx -\frac{1}{9} \sigma^3 - \frac{\sigma^2 \Omega^{*2}}{27t^2} (t^2 + t + 1) + \frac{\Omega^{*2}}{4t^2} [t(1 - z_1) - \sigma(t - 1)]^2.$$

Очевидно, что

$$D < 0. \quad (40)$$

В этом случае все три корня уравнения (38) являются действительными и определяются по известной формуле [12]

$$x_k = 2\sqrt{-\frac{P}{3}} \cos\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{3}\right), \quad (41)$$

где $k = 1, 2, 3$, а φ есть наименьший положительный угол, удовлетворяющий условию

$$\cos\varphi = -\frac{Q}{2}\sqrt{-\left(\frac{3}{P}\right)^3}. \quad (42)$$

В формуле (41) и далее в тексте берется положительное значение квадратного корня. Легко убедиться в том, что

$$|\varphi| = \left| -\frac{3\sqrt{3}}{2}\Omega^* \frac{1 - z_1 - \sigma(1 - t^{-1})}{(1 + z_1 t)^{3/2}} \right| \ll 1. \quad (43)$$

Используя соотношения (39), (41), (43) и преобразование (37), корни уравнения (36) можно получить в следующем виде:

$$\Omega_1^0 = \sqrt{1 + z_1 t} - \frac{\Omega^*}{2t} \frac{1 - z_1 t^2}{1 + z_1 t}, \quad (44)$$

$$\Omega_2^0 = -\sqrt{1 + z_1 t} - \frac{\Omega^*}{2t} \frac{1 - z_1 t^2}{1 + z_1 t}, \quad (45)$$

$$\Omega_3^0 = \frac{\Omega^*}{2t} \frac{1 - z_1 t^2}{1 + z_1 t}.$$

Первые члены в правых частях выражений (44) и (45) при $t \gg 1$ и $\beta \ll 1$ (см. соотношение (23)) представляют дисперсию кинетических альфвеновских волн (КАВ) для случая, когда инерцией электронов можно пренебречь, а отношение газокинетического давления к магнитному предельно мало [16]. Поэтому с указанными оговорками можно сказать, что Ω_1^0 и Ω_2^0 суть соответственно прямая и обратная кинетические альфвеновские волны, замедленная (для Ω_1^0) и ускоренная (для Ω_2^0) дрейфовыми движениями. Волну же Ω_3^0 можно условно назвать медленной дрейфовой волной, искаженной альфвеновскими волновыми движениями. При $t = 1$ и $z_1 \rightarrow 0$ волна Ω_3^0 представляет собой результат взаимодействия обычной альфвеновской волны с обычной дрейфовой.

Несмотря на выполнение условий (29) и (39), нет никаких оснований считать, что включение слабого электрического поля и появление слабой неоднородности плотности должно с необходимостью привести к малому отличию корней МДУ (33) от корней ДУ (36). Основная причина этого — существенно нелинейный характер самого дисперсионного уравнения. «Насильственная» же линеаризация (обычно используемая в подобных ситуациях) может сильно исказить физическую картину явления. Поэтому МДУ (33) следует изначально решать по стандартной методике [4] как алгебраическое уравнение четвертой степени.

Исходное МДУ в форме (34) посредством замены [4]

$$y = \Omega + \frac{b}{4a} \quad (46)$$

сводится к приведенному виду

$$y^4 + py^3 + qy^2 + r = 0, \quad (47)$$

где

$$p = -\frac{3}{8}b^2 + c, \quad q = \frac{b}{8}(b^2 - 4c) + d,$$

$$r = \frac{3}{256}b^4 + \frac{b}{16}(bc - 4d) + e,$$

а величины b , c , d и e определяются выражениями (35). Для уравнения 4-й степени (47) строится кубическая резольвента, — уравнение 3-й степени [4]:

$$z^3 + 2pz^2 + (p^2 - 4r)z - q^2 = 0. \quad (48)$$

С помощью замены переменных

$$\tilde{y} = z + 2p/3$$

уравнение (48) сводится к виду

$$\tilde{y}^3 + P^*\tilde{y} + Q^* = 0, \quad (49)$$

где

$$P^* = -\frac{p^2}{3} - 4r,$$

$$Q^* = -q^2 - \frac{2}{3}p\left(\frac{p^2}{9} - 4r\right),$$

Уравнение (49) решается стандартным способом [12]. Для случая, когда

$$D \equiv \left(\frac{P^*}{3}\right)^3 + \left(\frac{Q^*}{2}\right)^2 < 0,$$

этот способ описан на примере уравнения (38) (см. формулы (41), (42)). Из трех полученных корней уравнения (49) по правилу

$$z_i = \tilde{y}_i - \frac{2}{3}p, \quad i = 1, 2, 3$$

получаются три корня кубической резольвенты (48). Из них по методу Эйлера [12] можно получить четыре корня уравнения (47):

$$y_1 = (\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3})/2,$$

$$y_2 = (\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3})/2,$$

$$y_3 = (-\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3})/2,$$

$$y_4 = (-\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3})/2,$$

$$q = -\sqrt{z_1 z_2 z_3},$$

из которых с помощью преобразования (46) можно получить четыре корня исходного МДУ (34).

При решении вышеупомянутого МДУ наряду с условиями (29) и (39) использовались также условия

$$\beta_A \varepsilon_R > \Omega^*, \quad (50)$$

$$\beta_A^2 \varepsilon_R^2 \gg \Omega^{*2}. \quad (51)$$

Это означает, что в случае, когда основными причинами возникновения неустойчивости являются внешнее электрическое поле и слабая неоднородность, электрическое поле доминирует. Расчеты показали, что в рамках использованных выше приближений для величины D выполняется условие (40). Поэтому корни кубической резольвенты (48) определялись согласно алгоритму (41), (42), а выполнение условия, эквивалентного условию (43), обеспечивалось при расчетах выбором конкретного диапазона изменения малой величины $\beta_A \varepsilon_R$.

Четыре действительных корня МДУ (34), (35) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \Omega_1 &= \Omega_0 + \sqrt{\frac{1+z_1 t}{6}} (l_1 + l_2 + l_3), \\
 \Omega_2 &= \Omega_0 + \sqrt{\frac{1+z_1 t}{6}} (l_1 - l_2 - l_3), \\
 \Omega_3 &= \Omega_0 + \sqrt{\frac{1+z_1 t}{6}} (-l_1 + l_2 - l_3), \\
 \Omega_4 &= \Omega_0 + \sqrt{\frac{1+z_1 t}{6}} (-l_1 - l_2 + l_3).
 \end{aligned} \tag{52}$$

В соотношениях (52) использовались следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \Omega_0 &\equiv \frac{1}{4} [\beta_A \varepsilon_R + \Omega^* (1 - t^{-1})], \\
 l_1 &\equiv \left[1 + \frac{\alpha}{24} + \frac{1-\alpha}{3} (1+\alpha)^{-1/3} \right]^{1/2}, \\
 l_2 &\equiv \left\{ 1 + \frac{\alpha}{24} - \frac{(1-\alpha)^{1/6}}{2} \left[\sqrt{3} + \frac{1-\alpha}{3(1+\alpha)^{1/2}} \right] \right\}^{1/2}, \\
 l_3 &\equiv \left\{ 1 + \frac{\alpha}{24} - \frac{(1-\alpha)^{1/6}}{2} \left[-\sqrt{3} + \frac{1-\alpha}{3(1+\alpha)^{1/2}} \right] \right\}^{1/2}, \\
 \alpha &\equiv \frac{9\beta_A^2 \varepsilon_R^2}{1+z_1 t}
 \end{aligned}$$

ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сам факт наличия у уравнения (33) четырех действительных корней имеет решающее значение для ответа на вопрос, могут ли генерироваться в петельных структурах в АО волны с дисперсией (52). Разумеется, утверждать, что данные волны генерируются, можно лишь после исследования их устойчивости. Однако то, что в данном случае мы имеем дело именно с периодическим процессом, а не с аperiodическим, совершенно очевидно.

Кроме того, наличие у ДУ (33) только действительных корней позволяет воспользоваться очень простой и удобной формулой (2) для определения инкремента (декремента). Расчеты показали, что МДУ (33), (34) весьма чувствительно к добавкам, описывающим влияние (пусть даже слабое) различных физических факторов (учет столкновений, электрическое поле, изменения температуры, плотности). Весьма важно то, что среди большого числа уравнений состояния солнечной атмосферы удалось найти такое, которое (совместно с реалистичными значениями магнитного поля) позволяет выписать решения МДУ в форме (52). Это означает, что на определенных «этажах» петельной структуры могут реализоваться условия, благоприятные для зарождения и генерации этих волн.

Несмотря на то, что использование условия

$$|1 - \alpha| \ll 1$$

существенно упрощает вычисления, аналитический вид полученных решений все равно остается достаточно сложным, и интерпретировать их так же просто, как решения ДУ (36), не представляется возможным. Можно лишь утверждать, что полученные решения представляют собой разновидность альфвеновских волн, модифицированных учетом конечного значения ларморовского радиуса ионов, парных кулоновских столкновений и наличием

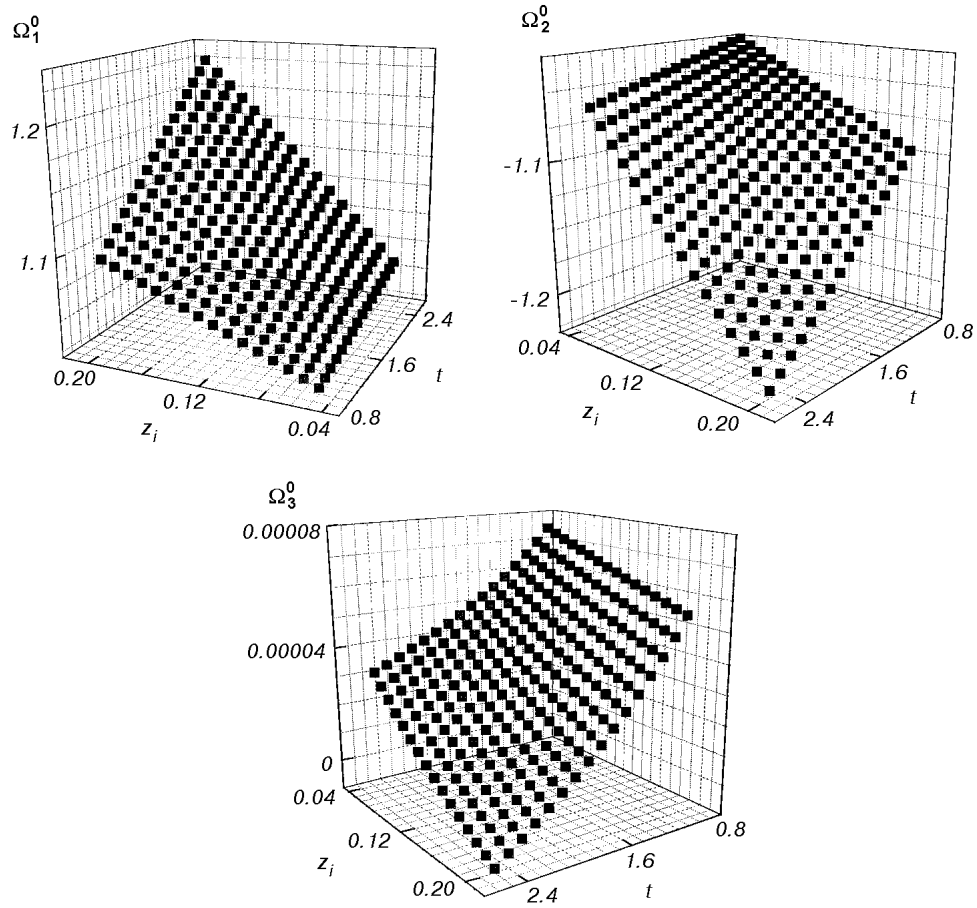


Рис. 1. Вид корней дисперсионного уравнения (36) в отсутствие электрического поля при $k_* = 0.1$

слабого электрического поля. Вид функций $\Omega_n^* = \Omega_n^*(z_i, t)$ (при $\varepsilon_R = 0$ и $k_* = 0.1$, $n = 1, 2, 3$) и $\Omega_m = \Omega_m^*(z_i, t)$ (при $\varepsilon_R = 0.032$ и $k_* = 0.1$, $m = 1, 2, 3, 4$) приведен на рис. 1 и 2. Предполагалось, что

$$\begin{aligned} 0.1 \leq z_i \leq 0.2, & & 1 \leq t \leq 2.5, \\ 0.01 \leq k_* \leq 0.1, & & 0.025 \leq \varepsilon_R \leq 0.035. \end{aligned} \quad (53)$$

Выбор конкретных значений границ интервалов (53) определен всеми вышеуказанными ограничениями на основные параметры плазмы, а также всеми приближениями, использовавшимися в процессе вычислений. Расчеты были выполнены для конкретного уравнения состояния плазмы (25) [21] при напряженности магнитного поля $B_0 = 31.3$ Гс. Видно, что значительное морфологическое сходство обнаруживают: а) функция Ω_1^0 («прямая» альфвеновская волна, замедленная дрейфовыми движениями) и функция Ω_1 ; б) функция Ω_2^0 («обратная» альфвеновская волна, ускоренная дрейфовыми движениями) и функция Ω_3 . Здесь можно, в известном смысле, говорить о некой «преемственности» между решениями ДУ (36) и МДУ (34). Решения Ω_2 и Ω_4 , весьма схожие между собой, никакой «генетической» связи с оставшимся решением Ω_3^0 ДУ (36) явно не обнаруживают, а представляют

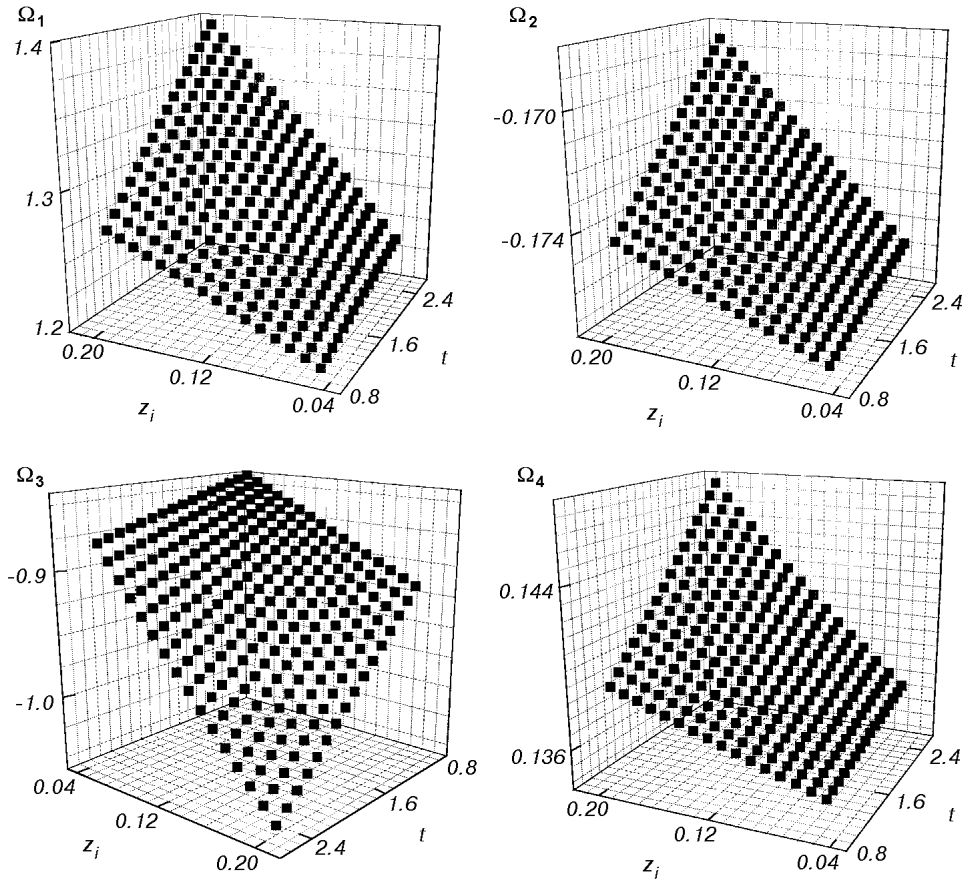


Рис. 2. Вид корней дисперсионного уравнения (33) при наличии слабого электрического поля при $k_* = 0.1$ и $\varepsilon_R = 0.032$

собой новые решения дисперсионного уравнения, возникающие только благодаря наличию электрического поля.

Согласно данным наблюдений неоднородностей плотности плазмы в АО [9], условия (50), (51), дополненные требованием

$$\beta_A \varepsilon_R \ll 1,$$

представляются наиболее естественными. Для использованных в расчетах значений напряженности B_0 магнитного поля и конкретного уравнения состояния (25) соотношение между ионным гирорадиусом ρ_i и масштабом неоднородности L

$$\rho_i/L \ll 1$$

выполняется с запасом и обеспечивает с одной стороны правомерность применения формализма геометрической оптики [1], а с другой — возможность использования локального решения МДУ [10].

Автор благодарит О. А. Ходу за помощь в вычислениях и обсуждение результатов.

1. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высшая школа, 1989.—424 с.
2. Аликаева К. В., Барановский Э. А., Кондрашова Н. Н. и др. Полуэмпирические модели

- фотосферы солнечного комплекса активности // Кинематика и физика небес. тел.—1995.—11, № 2.—С. 11—24.
3. Аликаева К. В., Кондрашова Н. Н., Редюк Т. И., Рудникова Е. Г. Развитие вспышечного комплекса активности // Кинематика и физика небес. тел.—1995.—11, № 2.—С. 3—10.
 4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. — М.: Наука, 1981.—720 с.
 5. Гонасюк С. И. Структура и динамика магнитного поля в активных областях на Солнце / Итоги науки и техники / ВИНТИ. Астрономия.—1987.—34.—С. 7—77.
 6. Кришталь А. Н. Наклонные бернштейновские моды в солнечной атмосфере: неустойчивость первой гармоники // Кинематика и физика небес. тел.—1997.—13, № 1.—С. 24—36.
 7. Кришталь А. Н., Юхимук А. К. О влиянии продольных электрических полей на плазменные неустойчивости в солнечных магнитных ловушках // Кинематика и физика небес. тел.—1991.—7, № 2.—С. 23—32.
 8. Кролл Н., Трайвеллис А. Основы физики плазмы. — М.: Мир, 1975.—526 с.
 9. Курочка Л. Н. Электронная концентрация и структура хромосферных вспышек // Астрон. журн.—1970.—47, № 1.—С. 111—121.
 10. Михайловский А. Б. Колебания неоднородной плазмы // Вопросы теории плазмы. — М.: Госатомиздат, 1963.—Вып. 3.—С. 141—202.
 11. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Том 2: Неустойчивости неоднородной плазмы. — М.: Атомиздат, 1975.—290 с.
 12. Мишина А. П., Проскураков И. В. Высшая алгебра. — М.: ГИФМЛ, 1962.—300 с.
 13. Сомов Б. В., Титов В. С., Вернета А. И. Магнитное пересоединение в солнечных вспышках // Итоги науки и техники. / ВИНТИ. Астрономия.—1987.—34.—С. 136—237.
 14. Юхимук А. К., Войтенко Ю. М., Кришталь О. Н. Про нестійкості неоднорідної плазми активних областей сонячної корони // Вісник Київ. ун-ту. Астрономія.—1992.—Вип. 3.—С. 26—29.
 15. Benka S. G. DC-electric fields in solar flares: theory meets observation // Proc. Kofu Symp. / Ed. Enome and Hirayama. — NRO Report.—1994, N 360.—P. 225—229.
 16. Jonson J. Resonant absorption of alfvénic surface waves and the heating of solar coronal loops // Astrophys. J.—1978.—236, N 2.—P. 650—673.
 17. Kryshstal A. N. Bernstein-wave instability in a collisional plasma with a quasistatic electric field // J. Plasma Phys.—1998.—60, part 3.—P. 469—484.
 18. Kryshstal A. N., Kucherenko V. P. A possible excitation mechanism for a longitudinal wave instability in a plasma by a quasi-static electric field // Journal of Plasma Physics.—1995.—53, part 2.—P. 169—184.
 19. Kryshstal A. N., Kucherenko V. P. Ion-acoustic instability caused by large-scale electric field in solar active regions // Solar Phys.—1996.—165, N 1.—P. 139—153.
 20. Poletto G., Kopp R. A. Macroscopic electric fields during two-ribbon flares // The lower atmosphere of solar flares / Ed. D. Niedeg. — Sacramento Peak, NM, 1986.—N 50.—P. 453—465.
 21. Vernazza J. E., Avrett E. H., Loeser R. Structure of solar chromosphere. III. Models EUV brightness components of the quiet Sun // Astrophys. J. Suppl. Ser.—1981.—45.—P. 635—725.

Поступила в редакцию 31.10.00