

УДК 550.388.2

**В. Н. Федун<sup>1, 2</sup>, А. К. Юхимук<sup>1</sup>, Ю. М. Войтенко<sup>1, 3</sup>,  
А. Д. Войцеховская<sup>1</sup>, О. К. Черемных<sup>4</sup>**<sup>1</sup> Главная астрономическая обсерватория НАН Украины,  
03680, Киев, ГСП, ул. Академика Заболотного, 27<sup>2</sup> Киевский Национальный университет имени Тараса Шевченко,  
03022, Киев, ул. Грушевского, 6<sup>3</sup> Center for Plasma Astrophysics  
(KULeuven) Celestijnenlaan 200B, B - 3001 Heverlee Belgium<sup>4</sup> Институт космических исследований НАНУ и НКАУ,  
03680, ГСП, Киев-187, пр. Академика Глушкова, 40

## **Параметрическое возбуждение нижнегиридных волн в магнитосферной плазме**

*На основе двухжидкостной магнитной гидродинамики рассмотрено нелинейное параметрическое взаимодействие вистлера с нижнегиридной и ионно-звуковой волной. Считается, что вистлер — волна накачки — распространяется под углом к внешнему магнитному полю. Найдены нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехвольновое взаимодействие, инкремент и время развития параметрической неустойчивости. Теоретические результаты используются для объяснения связи между вистлерами и нижнегиридными волнами в магнитосфере Земли (3-4  $R_E$ ).*

**ПАРАМЕТРИЧНЕ ЗБУДЖЕННЯ НИЖНОГІБРИДНИХ ХВИЛЬ У МАГНІТОСФЕРНІЙ ПЛАЗМІ**, Федун В. М., Юхимук А. К., Войтенко Ю. М., Войцехівська А. Д., Черемних О. К. — На базі двовідинної магнітної гідродинаміки розглянуто нелінійну параметричну взаємодію вистлера з нижногібридною та іонно-звуковою хвильами. Вважається, що вистлер — хвилі накачки — поширюється під кутом до зовнішнього магнітного поля. Знайдені нелінійне дисперсійне рівняння, що описує трихвильову взаємодію, інкремент та час розвитку параметричної нестійкості. Теоретичні результати використовуються для пояснення зв'язку між вистлерами та нижногібридними хвильами у магнітосфері Землі (3-4  $R_E$ ).

**PARAMETRIC EXCITATION OF LOWER HYBRID WAVES IN THE MAGNETOSPHERIC PLASMA**, by Fedun V. M., Yukhimuk A. K., Voitenko Yu. M., Voitsekhovskaya A. D., Cheremnych O. K. — The parametric interaction of whistler pump wave with lower hybrid and ion acoustic waves is investigated on the basis of two-fluid magnetohydrodynamics. The whistler

*pump wave is assumed to propagate at an angle to the external magnetic field. A nonlinear dispersion relation describing the three-wave interaction and the instability growth rates are found. The theoretical results are used for the interpretation of satellite observations in the Earth magnetospheric plasma ( $3\text{-}4 R_E$ ).*

## ВВЕДЕНИЕ

Большой интерес к трехволновому параметрическому взаимодействию связан с проблемой переноса, трансформации и диссипации энергии в космической плазме. Поскольку плазма реагирует на внешнее электромагнитное поле как активная диэлектрическая среда, то возбужденная вне или внутри плазмы волна накачки может быть нелинейно связана с собственными модами плазмы. При этом, если амплитуда волны накачки превышает некоторое пороговое значение, может развиваться параметрическая распадная неустойчивость, в результате которой волна накачки распадается на две собственные моды плазмы. Так как различные волновые моды затухают с различной скоростью, то их взаимная трансформация, вызванная распадной неустойчивостью, может приводить к увеличению (уменьшению) эффективности нагрева плазмы. Как известно, энергия электромагнитной волны, проходящей через плазму, первоначально передается электронам, которые в результате столкновений могут передавать энергию ионам. Однако более эффективно ионы будут нагреваться в случае, когда в результате распада электромагнитной волны образуется низкочастотная волна, непосредственно отдающая энергию ионам. В последнее время нелинейному параметрическому взаимодействию волн в космической плазме уделяется большое внимание. Этой проблеме посвящено много работ [6, 8, 14, 23, 24, 27, 28, 30—32].

Неоднократные спутниковые наблюдения показывают, что в магнитосфере Земли происходит трансформация одних типов волн в другие. Так анализ полученных при помощи спутников «Alouette» [10, 15], DE-1 и «Космос-1809» [11, 12], OGO-5 [17, 25] данных показывает, что существует тесная связь между вистлерами и нижнегибридными волнами (НГВ). Поскольку нижнегибридные волны фиксируются, как правило, после вистлеров, то можно предположить, что имеет место трансформация энергии вистлеров и генерация НГВ.

Однако, несмотря на большое количество наблюдательных данных, связь нижнегибридного излучения с вистлерами до сих пор не получила удовлетворительного объяснения. Мы предлагаем новый нелинейный механизм генерации НГВ с участием вистлеров. Предполагается, что нижнегибридные волны возбуждаются в результате параметрического рапада вистлера на нижнегибридную и ионно-звуковую (ИЗВ) волны.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим однородную замагниченную плазму ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ ), в которой распространяется вистлеровская волна накачки с конечной амплитудой:

$$\mathbf{E}_0 = (E_{0x} \mathbf{e}_x + E_{0y} \mathbf{e}_y) \exp(-\omega_0 t + \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + c.c., \quad (1)$$

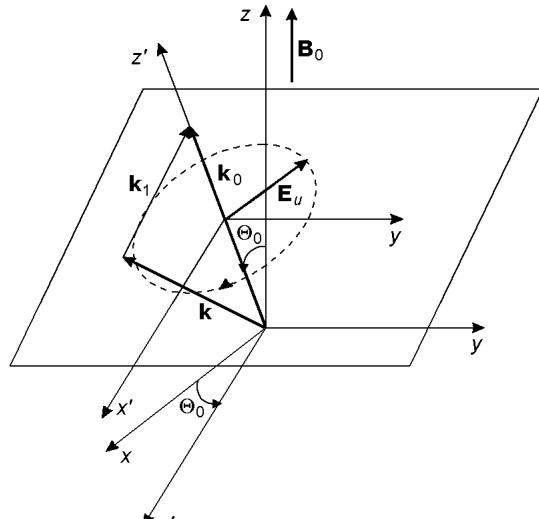
где частота  $\omega_0$  и волновой вектор  $\mathbf{k}_0$  связаны соотношением

$$\omega_0 = (k_0^2 c^2 \omega_{Be} / \omega_{pe}^2) |\cos \theta_0|.$$

Как известно, вистлер — правополяризованная волна:

$$E_{0y}/E_{0x} = i \cos \theta_0, \quad (2)$$

Геометрия задачи



где  $\theta_0$  — угол между направлением внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  и волновым вектором  $\mathbf{k}_0$ . Предполагается, что выполняется условие синхронизма волн, которое необходимо для эффективного трехволнового взаимодействия:

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \omega + \omega_1, \\ \mathbf{k}_0 &= \mathbf{k} + \mathbf{k}_1,\end{aligned}\quad (3)$$

где  $\omega_0$ ,  $\mathbf{k}_0$  — частота и волновой вектор вистлера,  $\omega$ ,  $\mathbf{k}$  — частота и волновой вектор ионно-звуковой волны,  $\omega_1$ ,  $\mathbf{k}_1$  — частота и волновой вектор нижнегибридной волны. Систему координат выберем таким образом, чтобы все волновые векторы были расположены в плоскости  $xz$  (рис. 1).

Для изучения трехволнового взаимодействия воспользуемся двухжидкостной магнитогидродинамикой (МГД):

$$\frac{\partial \nu_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + (\nu_\alpha \times \omega_{B\alpha}) - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \nabla n_\alpha, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = - \nabla(n_\alpha \nu_\alpha), \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{j} = e(n_i \nu_i - n_e \nu_e), \quad (9)$$

$$\rho = e(n_i - n_e), \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{e_\alpha}{c} (\nu_\alpha \times \mathbf{B}) - m_\alpha (\nu_\alpha \nabla) \nu_\alpha. \quad (11)$$

Индекс  $\alpha = i, e$  соответствует ионному и электронному компонентам плазмы. Электронная плотность и скорость, электрическое и магнитное поле представим в виде

$$\begin{aligned}n_e &= n_0 + \tilde{n}_0 + \tilde{n}_s + \tilde{n}_1, \\ \nu_e &= \nu_0 + \nu_s + \nu_1, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_1, \\ \mathbf{B} &= B_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{b}_0,\end{aligned}\quad (12)$$

где  $n_0$  — среднее значение плотности плазмы, индекс 0 в выражении для  $v_e$ ,  $E$  и  $b$  обозначает переменные, связанные с волной накачки, а индекс  $S$  и 1 — переменные, связанные с ИЗВ и НГВ соответственно. Так как  $F_e \gg (m_e/m_i)F_i$ , то величиной  $F_i$  можно пренебречь и учитывать только электронный компонент пондеромоторной силы.

### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Так как ионно-звуковые волны медленные, то для получения дисперсионного уравнения воспользуемся приближением  $\tilde{n}_e = \tilde{n}_i$  ( $\tilde{n}_e$  и  $\tilde{n}_i$  — возмущения электронной и ионной плотности соответственно). Поскольку рассматривается область космической плазмы, где плазменный параметр  $\beta \ll 1$ , то можно воспользоваться двухпотенциальным приближением [3]:

$$\mathbf{E}_{S\perp} = -\nabla\varphi, \quad \mathbf{E}_{S\parallel} = \frac{\partial\psi}{\partial z} \mathbf{e}_z. \quad (13)$$

Здесь  $\varphi$  и  $\psi$  — скалярные потенциалы электрического поля низкочастотной волны,  $V_A = B_0^2/4\pi n_0 m_i$  — альвеновская скорость.

Для нахождения связи между  $\varphi$  и  $\psi$  воспользуемся  $Z$ -составляющей закона Ампера для двухпотенциального приближения  $\frac{\partial}{\partial z}\nabla_{\perp}^2(\varphi - \psi) = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_z}{\partial t}$  и уравнением сохранения заряда  $\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}$ :

$$\psi = \varphi \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} \right). \quad (14)$$

Из уравнения движения (4) и уравнения непрерывности (5) найдем выражения для  $\tilde{n}_e$  и  $\tilde{n}_i$ :

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_0} = \frac{e}{T_e} \left[ \psi - \frac{k_x^2}{k_z^2} \frac{\omega^2}{\omega_{Be}^2} \varphi + \frac{k_x \omega}{e \omega_{Be} k_z^2} \left( i \frac{\omega}{\omega_{Be}} F_x + F_y \right) + \frac{F_z}{i e k_z} \right], \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{n}_i}{n_0} = \frac{e}{m_i} \left( \frac{k_z^2 \psi}{\omega^2} - \frac{k_x^2}{\omega_{Bi}^2} \right), \quad (16)$$

где  $\omega_{Be} = eB_0/(m_e c)$  — электронная циклотронная частота,  $\omega_{Bi} = eB_0/(m_i c)$  — ионная циклотронная частота. Сравнивая (15) и (16), получим нелинейное дисперсионное уравнение для медленных плазменных возмущений:

$$Q_{NL} = \left[ \frac{k_z^2 V_S^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_S^2} \right) + \frac{k_x^2 \omega^2}{k_z^2 \omega_{Be}^2} \right] \varphi, \quad (17)$$

где  $V_A = B_0^2/(4\pi n_0 m_i)$ ,  $V_S = \sqrt{T_e/m_i}$ ,

$$Q_{NL} = -i \frac{e}{m_e} \frac{k_{1x}}{k_z} \frac{k_{0z}}{\omega_0} \frac{(\omega_0 + \omega_{Be} \cos \theta_0)}{\omega_{Be}^2} \left[ \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \left( \frac{k_x}{k_{1x}} \frac{k_{0z}}{k_z} \frac{\omega}{\omega_0} + 1 \right) - 1 \right]. \quad (18)$$

При отсутствии волны накачки ( $Q_{NL} = 0$ ) имеем

$$\omega_A^2 = k_z^2 V_A^2 (1 + \mu_S), \quad (19)$$

$$\omega_S^2 = k_z^2 V_S^2 / (1 + \mu_S). \quad (20)$$

где  $\mu_S = k_x^2 V_S^2 / \omega_{Bi}^2$ .

Эти выражения описывают законы дисперсии для альвеновской и ионно-звуковой волн соответственно. Особым свойством этих волн является их способность распространяться в плоскости  $xz$ , и следовательно, энергия

волны может передаваться как поперек магнитного поля, так и вдоль него. Учитывая, что  $\omega \ll \omega_s$  и  $\omega_A^2 \approx k_z^2 V_A^2$ , дисперсионное уравнение (17) для ионно-звуковой волны можно записать в виде

$$\varepsilon\varphi = \mu(E_{0x}\varphi_1^*), \quad (21)$$

где  $\mu$  — коэффициент связи, который описывается выражением

$$\mu = i \frac{e}{m_e} \omega_s^2 \frac{k_{1x}}{k_z} \frac{k_{0z}}{\omega_0} \frac{\cos\theta_0}{\omega_{Be}} \left[ \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \left( \frac{k_x}{k_{1x}} \frac{k_{0z}}{k_z} \frac{\omega}{\omega_0} + 1 \right) - 1 \right]$$

и

$$\varepsilon = \omega^2 - \omega_s^2.$$

#### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НИЖНЕГИБРИДНЫХ ВОЛН

Дисперсионное уравнение для НГВ может быть найдено из уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi_1 = -4\pi e(\tilde{n}_i - \tilde{n}_e). \quad (22)$$

Выражения для  $\tilde{n}_e$  и  $\tilde{n}_i$  найдем из уравнения движения (4) и уравнения непрерывности (5):

$$\tilde{n}_i = \frac{en_0}{m_i} \left( \frac{k_{1x}^2}{\omega_1^2 - \omega_{Bi}^2} + \frac{k_{1z}^2}{\omega_1^2} \right) \varphi_1, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{n}_e = & \frac{-en_0}{m_e} \left( \frac{k_{1x}^2}{\omega_1^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{k_{1z}^2}{\omega_1^2} \right) \varphi_1 + \\ & + \frac{n_0}{m_e} \frac{k_{1x}\omega_{Be}}{\omega_1(\omega_1^2 - \omega_{Be}^2)} \left[ i \frac{\omega_1}{\omega_{Be}} F_{1x} + F_{1y} + i \frac{k_{1z}}{k_{1x}} \frac{(\omega_1^2 - \omega_{Be}^2)}{\omega_1\omega_{Be}} \right] - i \frac{\nabla \langle \tilde{n}^* \mathbf{V}_0 \rangle}{\omega_1}, \end{aligned} \quad (24)$$

где компоненты пондеромоторной силы описываются взаимодействием волны накачки и ионно-звуковой волны. Из (22)–(24) найдем дисперсионное уравнение для НГВ:

$$\varepsilon_1\varphi_1 = \mu_1(E_{0x}\varphi_1^*), \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_1 = & -i \frac{e}{T_e} \frac{\omega_1\omega_{pe}\cos\theta_0}{k_{1x}\omega_{Be}(1 + \omega_{pe}^2/\omega_{Be}^2)} \times \\ & \times \left[ 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} - \frac{k_x^2 \omega^2}{k_z^2 \omega_{Be}^2} + V_s \frac{k_{0z}}{\omega_0} \left( \mu_e - \frac{k_x}{k_z} \frac{V_{Te}^2}{V_A^2} \frac{\omega}{\omega_1} \frac{k_{1z}}{k_{1x}} \frac{1}{1 + \mu_1} \right) \right], \\ \varepsilon_1 = & \omega_1^2 - \frac{\omega_{pi}^2}{(1 + \omega_{pe}^2/\omega_{Be}^2)} \left( 1 + \frac{m_i}{m_e} \frac{k_{1z}^2}{k_1^2} \right). \end{aligned}$$

#### НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ТРЕХВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Из уравнений (21) и (25) найдем нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие (распад вистлера на ИЗВ и НГВ):

$$\varepsilon\varepsilon_1 = \mu\mu_1^* |E_{0x}|^2. \quad (26)$$

При отсутствии волны накачки ( $E_{0x} = 0$ ), уравнение (26) описывает два вида волн ИЗВ и НГВ.

Полагая в (26)

$$\omega = \omega_r + i\gamma, \quad \omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma$$

(где  $|\gamma| \ll \omega_r, \omega_{1r}$ ) и разлагая в ряд Тейлора по малому параметру  $i\gamma$ , получим выражение для инкремента развития неустойчивости:

$$\gamma = \frac{\mu\mu_1^* |E_{0x}|^2}{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1}} \Bigg|_{\begin{subarray}{l} \omega = \omega_r \\ \omega_1 = \omega_{1r} \end{subarray}}, \quad (27)$$

где  $\omega_r$  и  $\omega_{1r}$  могут быть найдены из уравнений

$$\varepsilon(\omega_r, k) = 0, \quad \varepsilon_1(\omega_{1r}, k_1) = 0. \quad (28)$$

Принимая во внимание затухание ИЗВ и НГВ, можем написать уравнение для инкремента развития неустойчивости в виде

$$\gamma^2 + (\gamma^L + \gamma_1^L)\gamma + \gamma^L\gamma_1^L - \gamma_0 = 0, \quad (29)$$

где  $\gamma^L$  — затухание Ландау ионно-звуковых волн [1]:

$$\begin{aligned} \gamma^L &= \gamma_e + \gamma_i, \\ \gamma_e &= \sqrt{\frac{\pi m_e}{8m_i}} \frac{kV_s}{(1 + k^2 a_e^2)^2}, \\ \gamma_i &= \sqrt{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2} \frac{kV_s}{(1 + k^2 a_e^2)^2} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2 V_{Ti}^2}\right). \end{aligned}$$

Поскольку мы рассматриваем изотермическую плазму ( $T_e \approx T_i$ ), то ионно-звуковые колебания, обусловленные резонансными ионами, сильно затухающие, и  $\gamma^L \approx \omega_s$ . Так как для интересующей нас области магнитосферы  $\omega_{Bi} \approx 120 \text{ c}^{-1}$  и  $\omega_{Bi} \gg \omega_s$ , то  $\gamma_i \approx 1 \text{ c}^{-1}$ .

Затухание нижнегибридной волны равно

$$\gamma_1^L = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_1 \frac{1}{k_l^2 \rho_e^2 k_{1z} V_{Te}} \exp\left(-\frac{\omega_1^2}{2k_{1z}^2 V_{Te}^2}\right) (1 + g_i), \quad (30)$$

$$g_i = \Lambda_0(k_{1z}^2 \rho_i^2) \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{3/2} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\omega_1^2}{2k_{1z}^2 V_{Ti}^2}\right), \quad (31)$$

где  $\rho_i = V_{Ti}/\omega_{Bi}$  и  $\rho_e = V_{Te}/\omega_{Be}$  — ионный и электронный ларморовские радиусы.

Величина  $\gamma_0$  определяется выражением (27). Из (29) можем получить

$$\gamma = \frac{1}{2} [-(\gamma^L + \gamma_1^L) \pm \sqrt{(\gamma^L - \gamma_1^L)^2 + 4\gamma_0^2}].$$

Полагая  $\gamma = 0$ , находим пороговое значение для амплитуды волны накачки:  $\gamma_0 = (\gamma^L \gamma_1^L)^{1/2}$ . Поскольку частота столкновений в магнитосфере довольно незначительная ( $\nu_{ie} \approx 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ) и затуханием Ландау можно пренебречь, то очевидно, что пороговое условие  $\gamma_0 \geq (\gamma^L \gamma_1^L)^{1/2}$  будет выполняться.

Подставляя значения производных и коэффициентов связи  $\mu$  и  $\mu_1$  в (27), получим инкремент развития неустойчивости:

$$\gamma^2 = \frac{W}{4} \omega_{pe}^2 \frac{\omega_s^2}{\omega \omega_0} \frac{k_{0z}}{k_z} \frac{\cos^2 \theta_0}{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{Be}^2} \left[ 1 - \frac{k_{1z}}{k_{0z}} \left( \frac{k_x}{k_{1x}} \frac{k_{0z}}{k_z} \frac{\omega}{\omega_0} + 1 \right) \right] \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} - \frac{k_x^2 \omega^2}{k_z^2 \omega_{Be}^2} + V_S \frac{k_{0z}}{\omega_0} \left( \mu_e - \frac{k_x}{k_z} \frac{V_{Te}^2}{V_A^2} \frac{\omega}{\omega_1} \frac{k_{1z}}{k_{1x}} \frac{1}{1 + \mu_1} \right) \right], \quad (32)$$

где

$$W = \frac{|E_{0x}|^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенные нами исследования показали, что в замагниченной плазме возможен распад вистлера на нижнегибридную и ионно-звуковую волны. Этот канал распада, как нам представляется, еще не обсуждался. Физический механизм рассмотренной неустойчивости состоит в следующем. Поле нижнегибридной волны, складываясь с полем вистлеровской волны накачки, приводит к медленной модуляции интенсивности поля и возникновению пондеромоторной силы. Возникшая пондеромоторная сила действует на электроны плазмы и усиливает низкочастотные ионно-звуковые волны. Ионно-звуковые волны, в свою очередь, модулируют волну накачки и усиливают нарастание нижнегибридной волны. Таким образом, вистлеровская волна накачки, взаимодействуя с ионно-звуковой волной, генерирует нижнегибридные волны на частоте  $\omega_1 = \omega_0 - \omega$  с волновым вектором  $k_1 = k_0 - k$ . Пользуясь таким представлением об усредненных пондеромоторных силах, можно описать многие нелинейные явления, возникающие в плазме при прохождении мощной электромагнитной волны.

Как следует из анализа спутниковых наблюдений [10—12, 15, 17, 25], нижнегибридные волны в магнитосфере Земли возникают сразу же после регистрации вистлеров, что указывает на их тесную связь. Поэтому мы применим наши теоретические результаты для магнитосферы. Типичные параметры для магнитосферной плазмы на высоте  $(3\dots 4)R_E$  [7]:

$$\begin{aligned} V_A &= 10^6 \text{ см/с}, & V_{Te} &= 10^7 \text{ см/с}, & V_T &= 10^5 \text{ см/с}, & V_S &= 10^5 \text{ см/с}, \\ \omega_{pe} &= 10^5 \text{ с}^{-1}, & \omega_{pi} &= 2.4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}, & \omega_{Be} &= 1.84 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}, & \omega_{Bi} &= 120 \text{ с}^{-1}, \\ n_0 &= 10 \text{ см}^{-3}, & T_e = T_i &= 1 \text{ эВ}, & E_{0x} &= 1 \text{ мВ/м}, & W &= 10^{-5}. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в (32) и учитывая, что

$$\omega_0 \approx \omega_1, \quad k_{0z} \gg k_{0x}, \quad k_{1x} \gg k_{1z}, \quad \frac{\omega^2}{k_z^2 V_A^2} \approx \frac{V_S^2}{V_A^2} \approx \beta \ll 1,$$

получим максимальное значение для инкремента развития неустойчивости при распространении волны накачки под углом  $0^\circ$  к внешнему магнитному полю  $\gamma_{max} = 0.1 \text{ с}^{-1}$ . Время развития неустойчивости  $\tau = \gamma_{max}^{-1} = 10 \text{ с}^{-1}$ . Таким образом, приведенные нами исследования показывают, что вистлеры могут быть источниками нижнегибридных волн в магнитосфере Земли.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Из уравнения движения (4) найдем компоненты скорости электрона в поле вистлера:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= i \frac{eE_{0x}(\omega_0 + \omega_{Be}\cos\theta_0)}{m_e\omega_{Be}^2}, \\ v_{0y} &= - \frac{eE_{0x}}{m_e\omega_{Be}}, \\ v_{0z} &= 0, \end{aligned}$$

а из (6) — компоненты магнитного поля волны накачки:

$$\begin{aligned} b_{0x} &= -i \frac{ck_{0z}\cos\theta_0}{\omega_0} E_{0x}, \\ b_{0y} &= \frac{ck_{0z}}{\omega_0} E_{0x}, \\ b_{0z} &= i \frac{ck_{0x}\cos\theta_0}{\omega_0} E_{0x}. \end{aligned}$$

Компоненты скорости для электронов в поле НГВ могут быть найдены из уравнения движения электронов:

$$\begin{aligned} v_{1x} &= -\frac{ek_{1x}\omega_1}{m_e(\omega_1^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi_1, \\ v_{1y} &= -\frac{ek_{1x}\omega_{Be}}{m_e(\omega_1^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi_1, \\ v_{1z} &= -\frac{ek_{1x}}{m_e\omega_1} \varphi_1. \end{aligned}$$

Компоненты магнитного поля  $b_{1x}$ ,  $b_{1y}$ ,  $b_{1z}$  для этой волны равны нулю, так как НГВ — потенциальная волна.

Компоненты скорости в поле ИЗВ могут быть получены из уравнения движения (4), уравнения непрерывности (5):

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{k_x}{k_z} \frac{\omega}{k_z} \left( \frac{\omega}{\omega_{Be}} \right)^2 \frac{V_{Te}^2}{V_A^2} \frac{1}{1 + \mu_i} \Phi, \\ v_y &= i \frac{k_x}{k_z} \frac{\omega}{k_z} \left( \frac{\omega}{\omega_{Be}} \right)^2 \frac{V_{Te}^2}{V_A^2} \frac{1}{1 + \mu_i} \Phi, \\ v_z &= -\mu_e \frac{\omega}{k_z} \Phi. \end{aligned}$$

Здесь  $\Phi = \frac{e\varphi}{T_e}$ ,  $\mu_e = \frac{V_{Te}^2 k_x^2}{\omega_{Be}^2}$ ,  $\mu_i = \frac{V_{Ti}^2 k_x^2}{\omega_{Bi}^2}$ ,  $V_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ .

Компоненты магнитного поля  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$  для этой волны также равны нулю, так как ИЗВ — потенциальная волна.

Работа частично поддерживалась грантом INTAS Grant 99-0078.

1. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974.—720 с.
2. Грач С. М. Параметрическая неустойчивость очень низкочастотных волн в верхней ионосфере // Радиофизика.—1975.—18, № 11.—С. 1627—1637.
3. Кадомцев Б. Б. Тurbulentность плазмы // Вопросы терии плазмы. — М.: Атомиздат, 1964.—С. 188—389.
4. Тараненко Ю. Н., Чмырев В. М. Генерация косых альвеновских волн параметрической неустойчивостью вистлеров в околоземной плазме // Геомагнетизм и аэрономия.—1987.—27, № 4.—С. 664—665.
5. Тараненко Ю. Н., Чмырев В. М. Параметрическое взаимодействие вистлеров и электронных циклотронных волн в ионосферной плазме // Геомагнетизм и аэрономия.—1989.—29, № 3.—С. 459—464.
6. Федун В. Н., Фалько О. Г., Юхимук А. К., Юхимук В. А. Генерация кинетических альвеновских волн с помощью нижнегибридной волны накачки // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—15, № 2.—С. 103—109.
7. Юхимук А. К. Плазменные явления в геофизике. — Киев: Наук. думка, 1982.—168 с.
8. Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А. Нелинейное взаимодействие альвеновских и ионно-звуковых волн в замагниченной плазме // Космічна наука і технологія.—1996.—2, № 3-4.—С. 44—48.
9. Alongi M., Bertelli G., Bressan A., et al. Results of observations // Astron. and Astrophys.—1993.—97, N 6.—P. 851—860.

10. Barrington R. E., Berlose G. S. Preliminary results from the very-low-frequency on board Canadas Alouette satellite // Nature.—1963.—198.—P. 651—656.
11. Bell T. F., Inan U. S., Lauben D., et al. DE-1 and COSMOS 1809 observations of lower hybrid waves excited by VLF whistler mode waves // Geophys. Res. Lett.—1994.—21, N 8.—P. 653—656.
12. Bell T. F., Inan U. S., Sonwalnar V. S., et al. DE-1 observations of lower hybrid waves excited by VLF whistler mode waves // Geophys. Res. Lett.—1991.—48, N 5.—P. 393—398.
13. Bell T. F., Ngo H. D. Electrostatic waves stimulated by coherent VLF signals propagating in and near the inner radiation belt // J. Geophys. Res.—1988.—93.—P. 2599—2618.
14. Berger R. L., Chen L. Excitation of fast waves by slow waves near the lower-hybrid frequency // Phys. Fluids.—1976.—19, N 9.—P. 1392—1394.
15. Brice N. M., Smith R. L. Lower hybrid resonance emissions // J. Geophys. Res.—1965.—71.—P. 70—75.
16. Gucha S., Sarkar R. Parametric decay of whistler wave at the difference frequency of two electromagnetic waves in a plasma // J. Plasma Phys.—1991.—47, N 1.—P. 115—123.
17. Gurnett D. A. A satellite study of VLF hiss // J. Geophys. Res.—1966.—71.—P. 5599—5615.
18. Gurnett D. A., Frank L. A. Continuum radiation associated with low-energy electrons in the outer radiation zone // J. Geophys. Res.—1976.—81, N 8.—P. 3875—3885.
19. Gurnett D. A., Frank L. A. A region of intense plasma wave turbulence on auroral field lines // J. Geophys. Res.—1977.—82, N 3.—P. 1031—1050.
20. Huba J. D., Gladd N. T., Papandopoulos K. Lower-hybrid-drift wave turbulence in the distant magnetotail // J. Geophys. Res.—1978.—83, N 5.—P. 5217—5226.
21. Kelley M. C., Ding J. G., Holzworth R. H. Intense ionospheric and magnetic field pulses generated by lightning // Geophys. Res. Lett.—1990.—17, N 11.—P. 2221—2224.
22. Kletzing C. A. Electron acceleration by kinetic Alfvén waves // J. Geophys. Res.—1994.—99, N 6.—P. 11095—11103.
23. Leyser T. B. Parametric interaction between hybrid and low hybrid waves in heating experiments // Geophys. Res. Lett.—1991.—18, N 3.—P. 408—411.
24. Murtaza G., Shukla P. K. Nonlinear generation of electromagnetic waves in magnetoplasma // J. Plasma Phys.—1984.—31, N 6.—P. 423—436.
25. Scarf F. L., Fredricks R. W., Smith E. J., et al. OGO-5 observations of LHR noise emissions and whistlers near the plasmapause at several Earth radii during a large magnetic storm // J. Geophys. Res.—1972.—77.—P. 1776—1793.
26. Sharma R. P., Tripathi Y. K., et al. Parametric excitation of electrostatic whistler wave by electron plasma waves // J. Geophys. Res.—1992.—97, N A4.—P. 4275—4281.
27. Shukla P. K., Mamedow M. A. Nonlinear decay of a propagating lower — hybrid wave in a plasma // J. Plasma Phys.—1978.—19, N 2.—P. 87—96.
28. Stenflo L. Stimulated scattering of large amplitude waves in the ionosphere // Physica Scripta.—1990.—30.—P. 166—169.
29. Titova E. E., Di V. I., Yurov V. E., et al. Interaction between VLF waves and turbulent ionosphere // Geophys. Res. Lett.—1984.—11, N 4.—P. 323—326.
30. Yukhimuk A. K., Fedun V. M., Voitenko Yu. M., Sirenko O. K. Excitation of fast and slow magnetosonic waves by kinetic Alfvén waves // American Institute of Physics Conference proceedings, Waves in Dusty, Solar, and Space Plasmas, Leuven, Belgium 22—26 May 2000, —P. 311—316.
31. Yukhimuk A. K., Voitenko Yu. M., Fedun V. N., Yukhimuk V. A. Generation of kinetic Alfvén wave by upper hybrid pump wave // J. Plasma Physics.—1998.—60, N 3.—P. 345—352.
32. Yukhimuk A. K., Yukhimuk V. A., Sirenko O. K., Voitenko Yu. M. Parametric excitation of electromagnetic waves in a magnetized plasma // J. Plasma Physics.—1999.—62, N 3.—P. 345—352.

Поступила в редакцию 15.06.01