ISSN 0233-7665. Кинематика и физика небес. тел. 2002. Т. 18. № 5

УДК 523.9-72

Б. А. Шахов[1], **М. Стеглик**[2]

[1]Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины,
03680, Киев, ГСП, ул. Академика Заболотного 27
[2]Институт экспериментальной физики Словацкой академии наук,
IJ-04353, Кошице, Словакия, Ватсонова 47

О двух различных моделях распространения солнечных космических лучей

На примере точных аналитических решений кинетических уравнений Больцмана и Фоккера—Планка для изотропного рассеяния в пространственно-однородном случае изучены характерные особенности временной эволюции функции распределения частиц солнечных космических лучей. Оказалось, что фоккер-планковское рассеяние значительно быстрее приводит начальное анизотропное распределение к изотропному, чем больцмановское. Это дает возможность на основе данных о солнечных протонных событиях делать заключение о характере магнитогидродинамической турбулентности и межпланетном пространстве.

ПРО ДВІ РІЗНІ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ СОНЯЧНИХ КОСМІЧНИХ ПРОМЕНІВ, Шахов Б. О., Стеглік М. — На прикладі точних аналітичних розв'язків кінетичних рівнянь Больцмана і Фоккера—Планка для ізотропного розсіювання в просторово-однорідному випадку вивчені характерні риси еволюції в часі функції розподілу частинок сонячних космічних променів. Виявилося, що фоккер-планківське розсіювання значно швидше приводить початковий анізотропний розподіл до ізотропного, ніж больцманівське. Це дає можливість на основі даних про сонячні протонні події робити висновок про характер магнітогідродинамічної турбулентності у міжпланетному просторі.

ON TWO DIFFERENT MODELS OF SOLAR COSMIC RAY PROPAGATION, by Shakhov B. A., Stehlik M. — We investigated the characteristic features of temporal evolution of the distribution function for particles of solar cosmic rays on an example of exact analytical solutions of the Boltzmann and Fokker—Planck kinetic equations for isotropic scattering in a spatially homogeneous case. It turned out that the Fokker—Planck scattering reduces the initial anisotropic distribution to an isotropic one much faster than the Boltzmann scattering. This enables us to judge the character of the magnetohydrodynamic turbulence in the interplanetary space from the data on solar proton events.

Все многообразие распространения солнечных космических лучей в межпланетном пространстве в первом приближении можно свести к двум предельным случаям [7].

© Б. А. ШАХОВ, М. СТЕГЛИК, 2002

1. На фоне среднего регулярного межпланетного магнитного поля $\mathbf{B}_0$ есть его случайный компонент $\mathbf{b}$, причем $\sqrt{\langle \mathbf{b}^2 \rangle} \ll |\mathbf{B}_0|$. Регулярный компонент связан с вытягиванием магнитного поля Солнца в межпланетное пространство, а случайный порождается альвеновскими магнитозвуковыми волнами. Такая ситуация, как правило, характерна для периодов «спокойного» Солнца. Частицы солнечных космических лучей в этой модели распространения «привязаны» к регулярному магнитному полю и рассеиваются случайным полем на малые углы.

2. В межпланетном пространстве развита сильная магнитогидродинамическая (МГД) турбулентность, так что выполняется обратное неравенство для полей: $\sqrt{\langle \mathbf{b}^2 \rangle} \gg |\mathbf{B}_0|$.

При этом в плазме солнечного ветра образуются МГД-разрывы, ударные волны, и все межпланетное магнитное поле становится практически нерегулярным. Это происходит в период максимума солнечной активности. Магнитное поле представляет собой набор упруго отражающих рассеивателей, между которыми частица может двигаться свободно.

Эти предельные случаи соответствуют двум различным физическим режимам рассеяния частиц: 1) рассеяние на малый угол в одном акте столкновения и 2) рассеяние на произвольный угол в одном акте столкновения, которые описываются различными кинетическими уравнениями.

Рассмотрим для простоты одномерную среду, в которой рассеиваются солнечные космические лучи. Тогда рассеянию на малые углы будет соответствовать кинетическое уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\cos\theta\,\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\sin\theta}\,\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta D_{\theta\theta}\,\frac{\partial f}{\partial\theta}, \tag{1}$$

а рассеянию на произвольный угол — уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\cos\theta\,\frac{\partial f}{\partial x} = \int d\mathbf{q}'\sigma v_r [f(x, t\mathbf{p}')f_1(x, t\mathbf{q}') - f(x, t\mathbf{p})f_1(x, t\mathbf{q})]. \tag{2}$$

Здесь $f(x, t, v, \theta)$ — функция распределения частиц, x — координата, t — время, v — модуль скорости частицы, θ — угол между скоростью частицы и направлением оси x; $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{p}'$, $\mathbf{q}'$ — импульсы частиц и рассеивателей до и после рассеяния соответственно.

Левые части уравнений (1) и (2) одинаковы и описывают геометрический фактор распространения частиц. Правые части, которые в кинетике называются интегралами столкновений [5], описывают рассеяние частиц и существенно различаются. Как видно, уравнение (1) — это уравнение в частных производных второго порядка ($D_{\theta\theta}$ — коэффициент диффузии в импульсном пространстве). По форме оно является уравнением Фоккера—Планка [5], поэтому рассеяние называют фоккер-планковским. Поскольку ось x совпадает с направлением магнитного поля, то угол θ совпадает с питч-углом частицы, отсюда второе название рассеяния — питч-угловая диффузия [5].

Уравнение (2) является интегро-дифференциальным с интегралом столкновений Больцмана [5, 9], поэтому этот вид рассеяния известен как больцмановский.

Аналитическое решение уравнений (1) и (2) представляет собой чрезвычайно трудную задачу. Будем рассматривать в обоих случаях изотропное рассеяние. Для больцмановского, кроме того, предположим упругое рассеяние на массивных неподвижных рассеивателях («магнитных облаках») [2]. Введем также обозначение $\mu = \cos\theta$. Тогда уравнения (1) и (2) примут вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{1}{2}D_0\frac{\partial f}{\partial \mu}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{v}{2\lambda}\int_{-1}^{1} f(x,\mu,t)d\mu - \frac{v}{\lambda}f, \tag{4}$$

где $D_{\theta\theta} = D_{\mu\mu} = 0.5D_0$.

Точное аналитическое решение уравнения (4) в замкнутом виде получено в работах [8, 10]. Решение уравнения (3), несмотря на существенное упрощение по сравнению с (1), до сих пор не найдено; в работах [12, 13] получены его решения для случая $\mu \approx 1$. Известно, что уравнение (4) имеет решение, которое представляется в виде суммы функций распределения, которые по отдельности описывают нерассеянные и рассеянные частицы [3]. Решения уравнения (3) не обладают таким свойством. Выясним причину этого. Рассмотрим пространственно-однородный случай уравнений (3) и (4) с источником вида $\delta(t)\delta(\mu - \mu_0)$, т. е. будем предполагать наличие в начальный момент времени сильной анизотропии:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{1}{2}D_0\frac{\partial f}{\partial \mu} + \delta(t)\delta(\mu-\mu_0), \tag{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{v}{2\lambda}\int_{-1}^{1} f(x,\mu,t)d\mu - \frac{v}{\lambda}f + \delta(t)\delta(\mu-\mu_0). \tag{6}$$

Перейдя к безразмерным переменным, получим

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \mu}(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu} + \delta(\tau)\delta(\mu-\mu_0), \tag{7}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(x,\mu,\tau)d\mu - f + \delta(\tau)\delta(\mu-\mu_0). \tag{8}$$

В уравнении (7) $\tau = D_0 t$, в уравнении (8) $\tau = vt/\lambda$; источник нормирован на единицу и описывает мгновенную инжекцию частиц в направлении μ_0.

Такая постановка задачи эквивалентна задаче Коши для уравнения (7) при отсутствии источника с начальным условием $f(\mu, 0) = \delta(\mu - \mu_0)$. Метод решения таких задач (разделение переменных) давно и хорошо известен [4]. Поэтому сразу выпишем решение уравнения (7):

$$f(\mu,\tau) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{2}\exp\left[-\frac{n(n+1)}{2}\tau\right]\cdot P_n(\mu)P_n(\mu_0), \tag{9}$$

где $P_n(\mu)$ — полином Лежандра [6].

Уравнение (8) легко решается с помощью преобразования Лапласа [1], причем образ Лапласа имеет вид

$$f(\mu,s) = \frac{1}{2s(s+1)} + \frac{1}{s+1}\delta(\mu-\mu_0), \tag{10}$$

где s — параметр преобразования Лапласа. Выполнив обратное преобразование Лапласа, получим решение:

$$f(\mu,\tau) = e^{-\tau}\delta(\mu-\mu_0) + \frac{1}{2}(1-e^{-\tau}). \tag{11}$$

Видно, что в решении есть дельтаобразная сингулярность, что соответствует переносу нерассеяных частиц. Разложим выражение (11) по полиномам Лежандра и запишем его в таком виде:

$$f(\mu,\tau)=\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{2}\,e^{-\tau}P_n(\mu)P_n(\mu_0). \tag{12}$$

Рассмотрим полученные решения при достаточно больших временах τ. Видно, что гармоники высокого порядка в (9) затухают значительно быстрее, чем низкого. Скорость этого «затухания» быстро увеличивается с увеличением порядка n начальной анизотропии ($\propto \exp[-(n^2/2)\tau]$. Затухание гармоник в выражении (12) происходит в одном и том же темпе $e^{-\tau}$, независимо от их порядка. Теперь понятно, в чем разница в действии двух различных интегралов столкновений в уравнениях (7) и (8).

Фоккер-планковский интеграл столкновений приводит к быстрой изотропизации начального анизотропного распределения, в то время как больцмановский сохраняет форму начальной анизотропии, лишь уменьшая ее величину на фоне рассеянных частиц.

Этот факт очень важен при интерпретации данных интенсивности солнечных космических лучей во время протонных событий на Солнце [10, 11]. Временные профили этих событий могут сильно различаться от одного протонного события к другому. И правильная их интерпретация возможна при адекватном выборе модели рассеяния частиц и уравнения, описывающего это рассеяние.

Работа выполнена при поддержке INTAS (грант № 00-0810) и SAS (проект № 7232).

1. *Диткин В. А., Прудников А. П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. — М.: Наука, 1974.—538 с.
2. *Долгинов А. З., Топтыгин И. Н.* О диффузии космических частиц в межпланетной среде // Геомагнетизм и аэрономия.—1967.—7, № 6.—С. 967—973.
3. *Кейз К., Цвайфель П.* Линейная теория переноса. — М.: Мир, 1972.—384 с.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. — М.: Наука, 1989.—765 с.
5. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.—525 с.
6. *Суэтин П. К.* Классические ортогональные многочлены. — М.: Наука, 1979.—410 с.
7. *Топтыгин И. Н.* Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983.—302 с.
8. *Федоров Ю. И., Шахов Б. А.* Распространение солнечных космических лучей при изотропном рассеянии на неоднородностях межпланетного магнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия.—1994.—**34**, № 1.—С. 19—29.
9. *Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М.* Кинетика частиц плазмы. — М.: Атомиздат, 1969.—520 с.
10. *Fedorov Yu. I., Shakhov B. A., Stehlik M.* Non-diffusive transport of cosmic rays in homogeneous regular magnetic fields // Astron. and Astrophys.—1995.—**302**.—P. 623—634.
11. *Fluckiger E. O., Kobel E.* The ground level enhancement on 22 October 1989 as a test of Tsyganenko (1989) magnetospheric magnetic field model // Proc. 23 ICRC-Calgary. — 1993.—3.—P. 793—796.
12. *Shakhov B. A., Stehlik M.* The Fokker-Planck equation in the second order pitch-angle approximation and its exact solution // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. Supplement.—2000.—N 3.—P. 490—492.
13. *Shakhov B. A., Stehlik M.* The small pitch angle scattering in the second approximation // Proc. of ICRC.—2001.—3.—P. 3352—3355.

Поступила в редакцию 29.07.02