

## ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ

*Наведені результати теоретичних досліджень, показано формування класової структури електромеханічних перетворювачів енергії, розглянута генерація польових моделей на підставі принципів об'єктно-орієнтованого аналізу. Бібл. 5, табл. 1, рис. 3.*

*Ключові слова:* об'єктно-орієнтований аналіз, клас, структура, рівняння Максвелла, електрична машина, математичне моделювання.

*Приведены результаты теоретических исследований, показано формирование классовой структуры электромеханических преобразователей энергии, рассмотрена генерация полевых моделей на основании принципов объектно-ориентированного анализа. Библ. 5, табл. 1, рис. 3.*

*Ключевые слова:* объектно-ориентированный анализ, класс, структура, уравнения Максвелла, электрическая машина, математическое моделирование.

**Введение.** Одним из современных методов исследования электромагнитных процессов электрических машин является математическое моделирование. Этот метод позволяет предсказать характер протекания электромагнитных процессов на стадии проектирования электрических машин (ЭМ) без выполнения опытных образцов.

Наиболее совершенными являются современные методы математического моделирования, основанные на решении уравнений электромагнитного поля [1].

Уравнения Максвелла, положенные в основу описания процессов, протекающих в ЭМ, могут быть составлены для любых видов ЭМ с произвольной геометрической конструкцией [2].

Решение таких уравнений становится возможным благодаря современным полевым методам в программных комплексах Femm Lab, Comsol Multiphysics, ANSOFT Maxwell и др.

**Основная часть. Постановка проблемы.** Поставим проблему поиска общих принципов синтеза полевых моделей основных видов ЭМ. Основной задачей будет создание полевых моделей ЭМ путем наследования признаков от исходных уравнений Максвелла.

Рассматривая теорию объектно-ориентированного проектирования (ООП), мы выходим из положения, предполагающего наличие базового класса обобщенной ЭМ, потомками которого являются известные виды ЭМ [3]. Путем наследования, использующего принципы ООП, добавляются или отсекаются те признаки, которые приводят к синтезу конкретной модели ЭМ.

Тем самым будет доказана состоятельность применимости теории ООП в области моделирования ЭМПЭ и ее неразрывная связь с базовыми принципами, положенными в теорию электромагнитного поля. Будет также решаться и обратная задача – синтез уравнений поля методами ООП. В настоящей работе рассматриваются следующие виды ЭМ, охватывающие наиболее распространенные представители класса машин цилиндрических вращающихся:

- асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором;
- асинхронный двигатель с фазным ротором;
- конденсаторный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором;
- асинхронный двигатель с массивным ротором;

- двигатель постоянного тока;
- синхронный генератор.

Математическое описание магнитного поля производится в цилиндрической системе координат  $(R, \varphi, Z)$ . Для упрощения математического описания принят ряд допущений, большинство из которых будет уточнено или снято при последующем рассмотрении [3].

1. Не учитывается изменение магнитного поля вдоль аксиальной оси, т.е. решается плоскопараллельная задача;

2. Магнитная проницаемость материала сердечника не зависит от пространственной координаты  $\varphi$ ;

3. Не учитывается насыщение материала магнитопровода, т.е. его магнитная проницаемость считается постоянной величиной;

4. Сердечники магнитопроводов не имеют пазов, а их влияние учитывается эквивалентным увеличением воздушного зазора;

5. Токи обмотки статора вследствие отсутствия пазов вынесены в зазор машины и равномерно распределены по его высоте.

В качестве базовых, в терминах ООП, принимаются уравнения Максвелла классической электродинамики:

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \operatorname{div} \bar{D} = \rho, \operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \operatorname{div} \bar{B} = 0. \quad (1)$$

В (1) векторы напряженности электрического  $\bar{E}$  и магнитного  $\bar{H}$  полей связаны посредством материальных соотношений

$$\bar{D} = \epsilon \epsilon_0 \bar{E}, \bar{B} = \mu \mu_0 \bar{H}, \bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (2)$$

с векторами электрической  $\bar{D}$  и магнитной  $\bar{B}$  индукций, вектором плотности электрического тока  $\bar{J}$ , которые представляют собой отклик среды на наличие в ней электромагнитного поля. Соответственно,  $\rho$  – объемная плотность стороннего заряда,  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные,  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость, относительные диэлектрическая  $\epsilon$  и магнитная  $\mu$  проницаемости среды.

Принципиальная особенность релятивистски-инвариантных уравнений (1) – (2) состоит в том, что в их структуре заложена отражающая обобщение опытных данных основная аксиома классической электро-

динамики – неразрывное единство переменных во времени электрической и магнитной компонент электромагнитного поля.

Для плоскопараллельного приближения векторный потенциал магнитного поля, плотность тока и напряженность магнитного поля имеют по единственной составляющей [1]

$$\bar{A} = \bar{e}_z A_z; \bar{J} = \bar{e}_z J_z; \bar{E} = \bar{e}_z E_z. \quad (3)$$

В этом случае индукция и напряженность магнитного поля имеют по две составляющие, направленные по радиальной и тангенциальной координатным осям:

$$\bar{B} = \bar{e}_R B_R + \bar{e}_\varphi B_\varphi; \bar{H} = \bar{e}_R H_R + \bar{e}_\varphi H_\varphi. \quad (4)$$

Используя первое уравнение Максвелла в виде

$$\text{rot} \bar{H} = \bar{J}, \quad (5)$$

выражая напряженность магнитного поля через магнитную индукцию

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu}, \quad (6)$$

вводя векторный потенциал,

$$\bar{B} = \text{rot} \bar{A}, \quad (7)$$

выполняя математические преобразования и проектируя полученное выражение на координатную ось  $Z$ , получим уравнение магнитного поля для режима идеального холостого хода (обмотка ротора разомкнута или не обтекается током)

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial \varphi} \right) = -J_{cm} \quad (8)$$

в исследуемой области  $R_{\text{вн}} \leq R \leq R_{\text{н}}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi, R_{\text{вн}}, R_{\text{н}}$  – внутренний радиус ротора и наружный радиус статора асинхронной машины.

Уравнение векторного потенциала в зазоре машины записывается как

$$\text{rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{rot} \bar{A} \right) = \bar{J}_{cm} + \bar{J}_p. \quad (9)$$

Выполняя операции  $\text{rot}$ , преобразуя полученное выражение подобно (8) и проектируя уравнения на координатную ось  $Z$ , получим

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \right) = -J_{cm} - J_p. \quad (10)$$

Первый член этого выражения показывает распределение тангенциальной составляющей магнитной индукции  $B_\varphi$  по радиальной координате. Тангенциальная составляющая  $B_\varphi$  имеет место в ярме статора и ротора, а также в пазах статора и ротора, определяя в них потоки рассеяния. Представим эту составляющую в виде суммы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial R} \right) = \\ = \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial R} \right) \right]_a + \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial R} \right) \right]_\sigma, \end{aligned} \quad (11)$$

первый член которой представляет распределение магнитной индукции в ярме машины, а второй – потоки рассеяния ротора. Здесь и в дальнейшем индексы единственных составляющих плотности тока и векторного потенциала будут опущены.

Первую составляющую после преобразований представим в виде

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial R} \right) \right]_a = -qA. \quad (12)$$

Потоки рассеяния в пазах ротора пропорциональны току ротора. Поэтому вторую составляющую (11) можно записать в виде

$$\left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial R} \right) \right]_\sigma = K_{\sigma 2} J_p. \quad (13)$$

Коэффициент  $K_{\sigma 2}$  в этом выражении можно рассматривать как отношение индуктивного сопротивления ротора к сопротивлению намагничивающего контура  $X_{\sigma 2}/X_\mu$ . Подставляя выражения (12) и (13) в (10), получим

$$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA = -\mu_0 J_{cm} - \mu_0 (1 + K_{\sigma 2}) J_p. \quad (14)$$

Таким образом, получено простейшее уравнение для векторного магнитного потенциала, учитывающее влияние магнитных сопротивлений ярма статора и ротора, а также рассеяния статора. Решение этого уравнения совместно с краевыми условиями периодического типа позволяет определить значения векторного потенциала в зазоре асинхронной машины, радиальной и тангенциальной компонент магнитной индукции.

Выражение (14) с учетом замены (12) будем использовать для сравнения с уравнениями, записанными для других рассматриваемых типов машин.

Выполним исследование математических моделей распределения электромагнитного поля для рассмотренных ЭМ.

В табл. 1 представлены уравнения электромагнитного поля, записанные для цилиндрических машин группы ЦЛ 0.2у, а также для таких видовых потомков обобщенной машины, как асинхронные с короткозамкнутым, фазным и массивным роторами, синхронных машин и машин постоянного тока. При сравнении будем рассматривать модели, записанные в одномерном приближении для воздушного зазора с магнитной проницаемостью  $\mu_0$ .

По табл. 1 можно сделать следующие выводы:

1. первичная (статорная) цепь видов ЭМ общая и определяется топологией группы ЦЛ 0.2у;
2. система питания (правая часть уравнений) не влияет на матрицу расчетной модели;
3. вторичная (роторная) цепь определяется видовыми признаками ЭМ.

Применим принципы ООП к полученным уравнениям электромагнитного поля для различных типов электрических машин.

Базовый класс будет представлять система уравнений Максвелла (1), обобщающие представления распределения электромагнитного поля в электромагнитной системе.

Этот класс будет абстрактным, поскольку невозможно существование такого изделия как обобщенная электрическая машина [4].

Таблица 1

Уравнения Максвелла для цилиндрических ЭМ

Машина	Левая часть уравнения	Правая часть уравнения
АД с КЗР	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0 J_{cm} - \mu_0(1 + K_{\sigma 2})J_p$
АД с ФР	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0 J_{cm} - \mu_0(1 + K_{\sigma 2})J_p$
КАД	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0 J_{p.o} - \mu_0 J_{k.o} - \mu_0 J_p$
АД с МР	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0(J_{cm} + J_p)$
МПТ	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0(J_e + J_a + J_k + J_{\partial n})$
СГ	$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} - qA$	$-\mu_0(J_e + J_a)$

Потомком базового класса является конкретный класс электрической машины, получаемый путем наследования определенных признаков от базового класса. Или же наоборот, не наследующий какие-либо признаки, не характерные для данного типа машин. Решением того, какие именно признаки следует наследовать в зависимости от поставленных условий (в блоке условий) решает подкласс модификаторов электромеханического объекта. Результатом такого наследования, учитывающего как условия, так и модификаторы, будет конкретное воплощение электромеханического преобразователя энергии, готового к созданию объекта – физической модели, наделенной параметрами, конкретными источниками энергии, геометрической конструкцией.

На рис. 1 показана иерархическая структура уравнений электромагнитного поля для электромеханических преобразователей энергии.

На рис. 1 блок атрибутов представляет собой систему уравнения Максвелла для обобщенного ЭМПЭ. Класс является абстрактным, т.к. не существует в реальном исполнении машины "в общем". Классическая система уравнений поля, характерная для любых типов машин, уточняется посредством блоков, расположенных ниже. Блок дополнительных атрибутов представляет собой набор модификаторов граничных условий и среды, для которой рассчитывается электромагнитное поле. Для рассмотренной в настоящем разделе двухмерной модели этот будут приведенные выше допущения, радиус расчетной окружности и магнитная проницаемость среды, через которую проходит контур расчетной окружности. Блок плотностей тока отвечает за источники питания первичной и вторичной цепей машины. Связанные блоки функции и событий являются модификаторами вращения вторичного элемента и системы питания. Наконец, набор атрибутов с подмножеством ассоциаций формирует требования ко вторичному элементу машины.

Пользуясь классовым шаблоном обобщенного ЭМПЭ (рис. 1) и выбирая определенные признаки, можно перейти к объекту конкретного ЭМПЭ. Так, на рис. 2 показана уже не классовая, а объектная диаграмма на примере асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, порожденного из классовой диаграммы рис. 1.

Как видно из рис. 2, фактически отсутствует разбиение машин на виды и подвиды. Существующая иерархическая диаграмма является своеобразным шаблоном, позволяющим создавать так называемый "оттиск" – воплощение конкретной электрической машины после применения операторов модификации. Такая структура инвариантна к типам электрических машин. Более того, представляется возможным, применяя различные модификаторы, синтезировать ранее не созданные разновидности электромеханических объектов.

Покажем, как на основе иерархической диаграммы рис. 2 выполняется синтез математической полевой модели электромеханического преобразователя энергии с массивным ротором, открытым именно благодаря принципам наследования.

Модификатор геометрии является адаптивным и позволяет наложить сетку на произвольную расчетную область, описываемую уравнениями, инвариантными к типу машин.

Модификатор параметров необходим для учета физических свойств исследуемого объекта, а также для выбора области моделирования в случае использования одномерных моделей.

Модификатор тока задает набор плотностей токов статора и ротора, являющийся источником электромагнитного поля.

На выходе генератора классов мы получаем математическую модель машины, прошедшую отбор по модификаторам. Различные комбинации источников тока и законы их изменения позволяют получать модели разнообразных типов машин.

Представленная идеология иллюстрируется диаграммой событий UML (рис. 3) и отвечает рассмотренным принципам ООП [5].

Модель состояний описывает последовательности операций, происходящих в системе в ответ на внешнее воздействие (в противоположность содержанию, предмету и реализации операций, описываемых моделью классов).

Диаграммы на рис. 2, 3 являются непосредственным воплощением асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в виде абстрактной модели.

Аналогичным образом, можно порождать объектные модели как известных видов ЭМПЭ, так и еще не созданных, наделяя их новыми признаками.

Более того, наличие объектно-ориентированной модели исключает необходимость выполнения подготовительных операций при переходе от теоретических исследований к практической реализации модели в численном виде на ЭВМ.

Разработанные принципы эволюционного синтеза ЭМПЭ служат основой для объектно-ориентированного проектирования и моделирования как внешней классовой структуры машин, связывающую их видовые признаки, так и внутреннюю классовую организацию отдельно взятого ЭМПЭ.

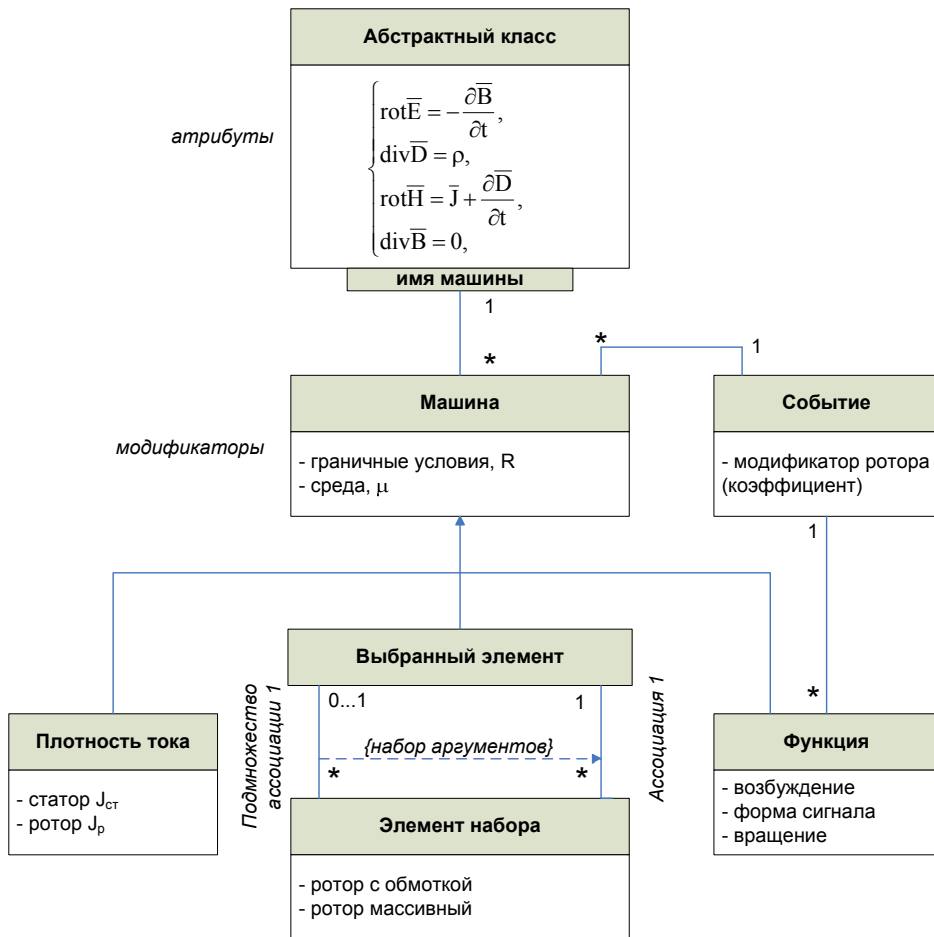


Рис. 1. Классовая структура математической модели ЭМПЭ на основе уравнений поля

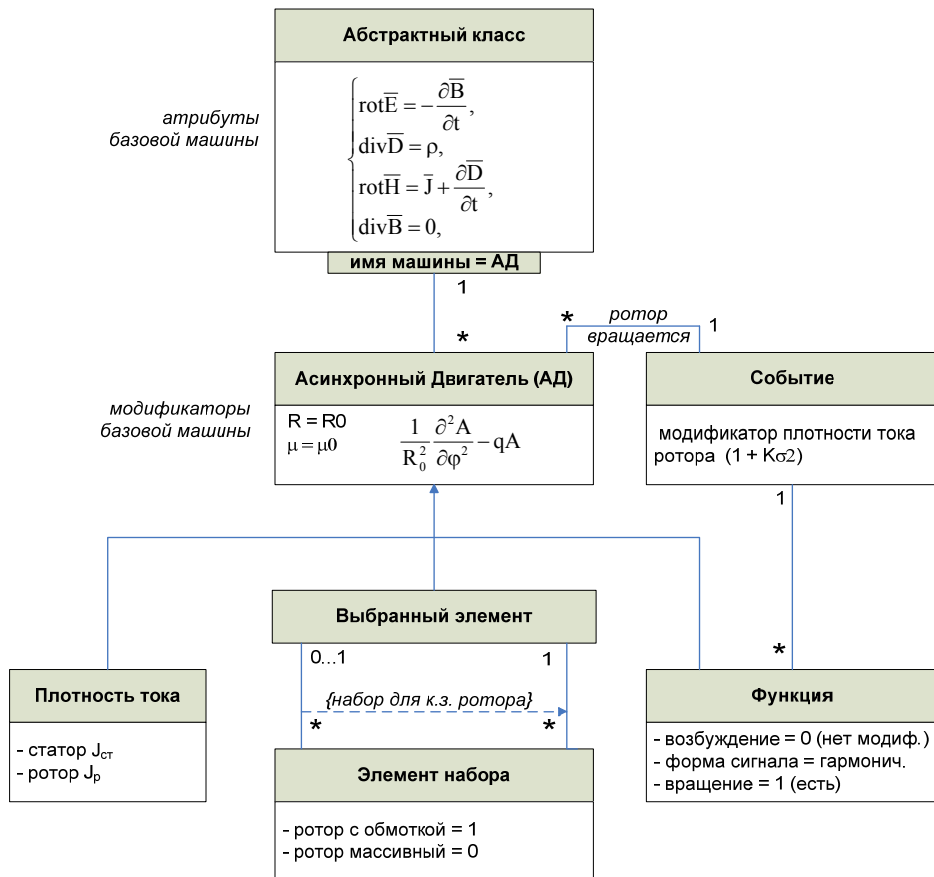


Рис. 2. Иерархическая полевая модель асинхронного двигателя с к.з. ротором

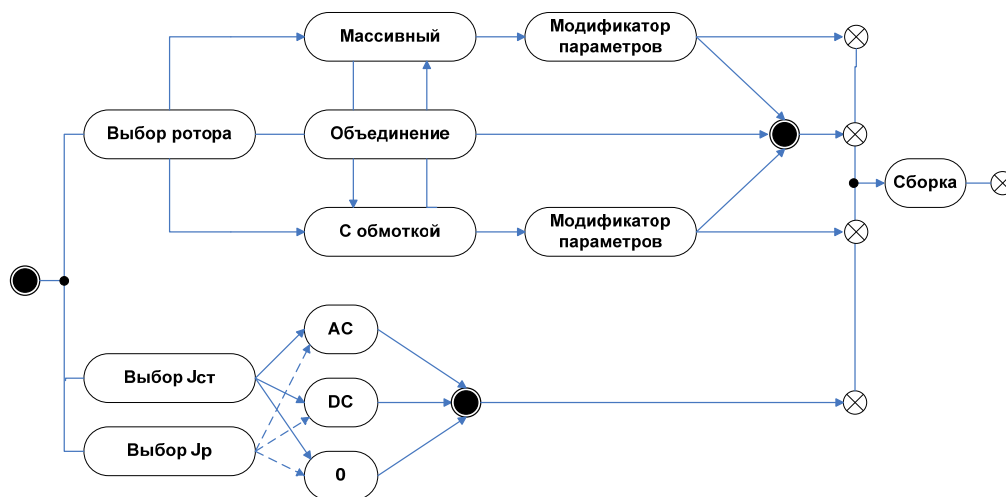


Рис. 3. Диаграмма состояний формирования модели асинхронного двигателя с к.з. ротором

### Выводы.

1. Предложен метод структурной и системной организации проектирования и математического моделирования ЭМПЭ, основанный на наследовании конструктивных характеристик производных классов ЭМПЭ.

2. Установлены принципы подобия уравнений распределения электромагнитного поля различных видов ЭМПЭ и на базе этих уравнений построена иерархическая диаграмма классов с использованием разработанных принципов ООП.

3. Предложено использовать единый классовый шаблон для структурной и системной организации ЭМПЭ, инвариантный к их видовому многообразию. Тем самым становится возможным отказаться от классификации ЭМПЭ известными способами по каким-либо признакам.

4. Разработана диаграмма состояний, описывающая последовательность операций для эволюционного синтеза ЭМПЭ.

5. Разработаны теоретические основы структурной и системной организации ЭМПЭ, базирующиеся на передовых достижениях в области разработки программного обеспечения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляев Е.Ф., Шулаков Н.В. Дискретно-полевые модели электрических машин. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 457 с.
2. Шинкаренко В.Ф., Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е. Моделирование и инновационный синтез полифункциональных электромеханических преобразователей энергии. – Алчевськ, ДонДТУ: ВПЦ "Ладо", 2012. – 267 с.
3. Плюгин В.Е. Теоретические основы объектно-ориентированного расчета и проектирования электромеханических устройств: Монография. – Алчевськ: ДонГТУ: ИПЦ "Ладо", 2014. – 200 с.
4. Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е. Особенности реализации и преимущества объектно-ориентированного проектирования // Збірник наукових праць ДонДТУ. – 2011. – №34. – С. 285-290.
5. Плюгин В.Е. Классовая структура моделей электромеханического преобразователя энергии с использованием UML-диаграмм // Електротехніка і електромеханіка. – 2014. – №2. – С. 44-47.

### REFERENCES

1. Beljaev E.F., Shulakov N.V. *Diskretno-polevyje modeli elektricheskikh mashin* [Discrete-field models of electrical machines]. Perm, Perm State Technical University Publ., 2009. 457 p. (Rus).
2. Shinkarenko V.F., Zablodskij N.N., Pliugin V.E. *Modelirovanie i innovacionnyj sintez polifunkcional'nyh elektromehaničeskikh preobrazovatelej energii* [Modeling and innovative synthesis of multifunctional electromechanical energy transformers]. Alchevsk, Lado Publ., 2012. 267 p. (Rus).
3. Pliugin V.E. *Teoreticheskie osnovy objektno-orientirovannogo rascheta i proektirovanija elektromehaničeskikh ustrojstv* [Theoretical foundations of object-oriented calculation and design of electromechanical devices]. Alchevsk, Lado Publ., 2014. 200 p. (Rus).
4. Zablodskij N.N., Pliugin V.E. Features and benefits of the implementation of object-oriented design. *Zbirnyk naukovykh prats Donbaskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu – The collection of scientific works of Donbass State Technical University*, 2011. no.34, pp. 285-290. (Rus).
5. Plyugin V.E. Class structure of electromechanical energy converter models with UML-diagrams application. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2014, no.2, pp. 44-47. (Rus).

Поступила (received) 23.10.2014

Плюгин Владислав Евгеньевич, к.т.н., доц.,  
Национальный технический университет  
"Харьковский политехнический институт",  
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,  
тел/phone +38 099 2130748, e-mail: vlad.plyugin@gmail.com

V.E. Pliugin  
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute",  
21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

### An object-oriented field model of electromechanical transformers of energy.

Results of theoretical investigations are presented, forming of class structure of electromechanics transformers of energy is shown, the generation of the field models on the basis of principles of the object-oriented analysis is considered. References 5, table 1, figures 3.

Key words: **object-oriented analysis, class, structure, Maxwell equations, electric machine, mathematical simulation.**