

НЕКАНОНИЧЕСКОЕ СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ТЯГОВЫХ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТА

В статті запропоновано адаптоване до систем електричного транспорту неканонічне розкладання випадкових процесів тягових напруг і струмів. Виконано чисельне представлення випадкової функції напруги на струмоприймачах електровозів ВЛ8 і ДЭ1. Бібл. 15, табл. 1, рис. 3.

Ключові слова: струм, напруга, випадкова функція, системи електричного транспорту, розкладання величини.

В статье предложено адаптированное к системам электрического транспорта неканоническое разложение случайных процессов тяговых напряжений и токов. Выполнено численное представление случайной функции напряжения на токоприемниках электровозов ВЛ8 и ДЭ1. Библ. 15, табл. 1 рис. 3.

Ключевые слова: ток, напряжение, случайная функция, системы электрического транспорта, разложение величины.

Введение. Электровозы, мотор-вагоны электропоездов и метрополитенов, а также трамваи и троллейбусы вместе с подсистемами тягового электрооборудования являются мощными системами различных видов электрического транспорта. Их силовые тяговые цепи, будучи несинусоидальными параметрическими, не могут быть проанализированы классическими методами теоретической электротехники. Необходимо разработка специфических подходов к анализу их функционирования.

Постановка задачи. Теоретические и экспериментальные исследования электромагнитных процессов в устройствах систем электрического транспорта немислимы не только без знания, но и правильного оперирования и использования тяговых напряжений и токов в них. Сложность и трудоемкость таких исследований обусловлена тем, что и напряжения $U(t)$, и токи $I(t)$ в системах электротранспорта являются случайными процессами, причем нередко нестационарными, характеризующимися резкими непрерывными колебаниями во времени (рис. 1).

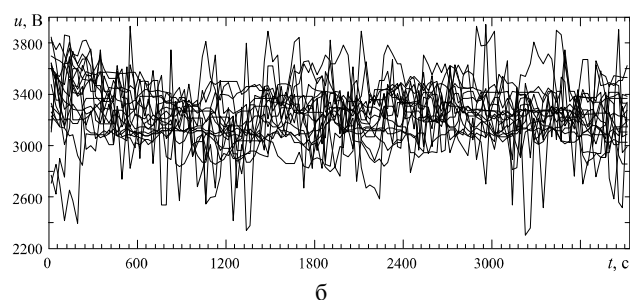
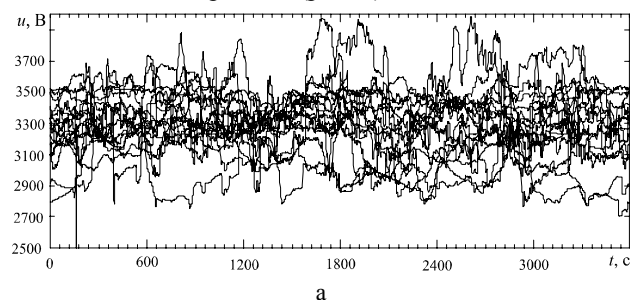


Рис. 1. Временные реализации напряжения на токоприемнике: а – электровозов ВЛ8; б – электровозов ДЭ1

И поэтому чаще всего расчеты осуществляют по средним или действующим значениям электрических величин, что, естественно, влечет за собой существенные ошибки в результатах исследований.

Особенно задача усложняется, если рассматриваются процессы в нелинейных устройствах и тем более переходные процессы, когда приходится формулировать задачу стохастическими интегро-дифференциальными уравнениями. В этой связи для получения результатов достаточной точности актуальной является задача разработки методов представления (разложения) случайных функций напряжения и тока.

Методы исследования. Как известно [1-3], любую случайную функцию $X(t)$ (в нашей задаче $U(t)$ или $I(t)$) можно рассматривать как некоторую абстрактную функцию, зависящую от двух переменных: времени t и индекса опыта z , т.е. $X(t) = x(t, z)$. При каждом фиксированном значении времени, т.е. при некотором t_k , выполняя "сечение" всех реализаций функции $X(t)$, получаем систему случайных величин, а при каждом фиксированном значении аргумента z получаем некоторую детерминированную функцию $x_c(t)$, называемую реализацией случайного процесса $X(t)$. Таким образом, представляется возможным рассматривать случайную функцию либо как множество случайных величин, либо как множество реализаций (детерминированных функций). Так как методы вычисления вероятностных характеристик случайных величин хорошо разработаны [3], то в настоящее время задача разложения случайных функций, как правило, решается путем их представления в форме детерминированных функций случайных величин. Основанием для такой замены является теорема, согласно которой для любой случайной функции $X(t)$, непрерывной в интервале (a, b) , справедливо разложение [4]:

$$X(t) = \bar{x}(t) + \sum_{j=1}^{\infty} V_j \frac{\varphi_j(t)}{\sqrt{\lambda_j}}, \quad (1)$$

где V_j – взаимно некоррелированные случайные величины, обладающие нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями; λ_j и $\varphi_j(t)$ – собственные числа и собственные функции интегрального уравнения:

$$\varphi_j(t) = \int_a^b K_x(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau,$$

где K_x – корреляционная функция случайной функции $X(t)$.

В теории анализа точности нелинейных систем [1, 4-11] существует ряд методов, широко распространенных в практике и использующих представление (1). Это метод обобщенных рядов Фурье, метод Карунена, метод Котельникова, представления при помощи интерполяционных полиномов и др. Но наиболее распространены канонические разложения Пугачева [1]. Все эти методы обладают одним общим серьезным недостатком [7]: для достаточно точного представления случайной функции требуется использовать большое количество случайных величин, что, во-первых, затрудняет расчеты даже с помощью ЭВМ и, во-вторых, не дает возможности разработать простые, пригодные для практического использования, методы оценки погрешности расчетов даже в пределах корреляционной теории статистического анализа нелинейных систем [5, 9-11].

Более эффективным, по нашему мнению, является метод неканонических разложений, изложенный в [7, 8]. Его преимущество перед другими, упомянутыми выше, методами заключается в том, что количество случайных величин в разложении $X(t)$ не превышает трех. Согласно этому методу любую квазистационарную случайную функцию $X(t)$ можно представить абсолютно точно в пределах корреляционной теории в форме:

$$X(t) = m_x(t) + \lambda_1 \sin \omega t + \lambda_2 \cos \omega t, \quad (2)$$

где $m_x(t) = M[X(t)]$ – математическое ожидание этой случайной функции, величина считается известной; $\lambda_1, \lambda_2, \omega$ – независимые случайные величины с параметрами: $M[\lambda_1]=0; M[\lambda_2]=0; D[\lambda_1]=D[\lambda_2]=D_x$ (где D_x – дисперсия соответствующей функции $X(t)$).

Законы распределения λ_1 и λ_2 произвольны, а плотность распределения случайной величины ω определяется по найденной спектральной плотности $S_x(\omega)$ процесса $X(t)$ как:

$$f(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x}. \quad (3)$$

В свою очередь, для определения $S_x(\omega)$ необходимо нахождение корреляционной функции $K_x(\tau)$ по полученным экспериментальным поляризациям $X(t)$, так как известно [1-4],

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (4)$$

Результаты численных расчетов разложения напряжения на токоприемниках электровозов. Используя изложенный метод и экспериментальные данные и практические расчетные подходы, приведенные в работах [12-15], построим разложения случайных процессов напряжения $U(t)$ на токоприемниках электровозов ВЛ8 и ДЭ1. Тогда, согласно (2), квазистационарные случайные процессы $U(t)$ (рис. 1) представим выражением:

$$U(t) = m_U(t) + \lambda_1 \sin \omega t + \lambda_2 \cos \omega t. \quad (5)$$

Вероятностные характеристики процесса $U(t)$, в том числе, математическое ожидание m_U и дисперсия D_U , для обоих электровозов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Вероятностные характеристики		m_U , В	D_U , В ²	σ_U , В	A_S , от.ед.	E_x , от.ед.
Тип электровоза	ВЛ8	3288	44940	212	-0,28	0,01
	ДЭ1	3262	47090	217	-0,18	1,1

На рис. 2 приведены графики корреляционных функций $K_U(\tau)$ напряжений на токоприемниках электровозов, из которых, в частности, вытекает следующее:

1. Функция корреляции стремится к нулю с возрастанием τ , следовательно, квазистационарный случайный процесс напряжения $U(t)$ обладает эргодическим свойством;
2. Знакопеременный характер $K_U(\tau)$ свидетельствует о наличии в структуре процесса напряжения периодической составляющей;
3. Сравнительно медленное затухание колебаний корреляционной функции указывает на сохранение связи между значениями напряжения при значительных величинах τ ;
4. Отрицательные значения функции корреляции подчеркивают тот факт, что положительным отклонениям напряжения в данный момент времени t_1 соответствуют преимущественно отрицательные отклонения его в другой момент времени t_2 и наоборот.

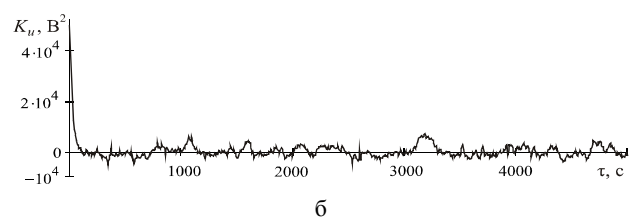
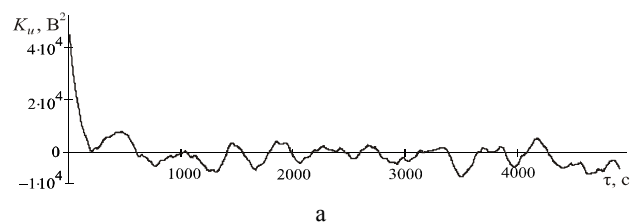


Рис.2. Корреляционные функции напряжения на пантографе: электровоза ВЛ8 (а); электровоза ДЭ1 (б)

Характер изменения экспериментальных зависимостей $K_U(\tau)$ (рис. 2) позволяет аппроксимировать их выражением:

$$K_U(\tau) = D_U e^{-\alpha|\tau|}, \quad (6)$$

где α – коэффициент затухания; τ – интервал времени между двумя сечениями случайного процесса $U(t)$; D_U – дисперсия функции $U(t)$.

При этом значения параметров функции $K_U(\tau)$ составили: для электровоза ВЛ8 – $D_U = 44940 \text{ В}^2$,

$\alpha_U = 0,0025 \text{ с}^{-1}$; для электровоза ДЭ1 – $D_U = 47090 \text{ В}^2$, $\alpha_U = 0,009 \text{ с}^{-1}$.

Подставив (6) в (4) и выполнив интегрирование, получим общее выражение спектральной плотности случайной функции напряжения:

$$S_U(\omega) = \frac{D_U}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_U(\tau) e^{-\alpha_U |\tau|} d\tau = \frac{D_U \alpha_U}{\pi(\alpha_U^2 + \omega^2)}. \quad (7)$$

Подставив в (7) приведенные выше значения D_U и α_U , получим конкретные выражения функций спектральной плотности напряжения:

- для электровоза ВЛ8:

$$S_U(\omega) = \frac{35,78}{6,25 \cdot 10^{-6} + \omega^2}, \text{ В}^2 \cdot \text{с}; \quad (8)$$

- для электровоза ДЭ1:

$$S_U(\omega) = \frac{134,97}{81 \cdot 10^{-6} + \omega^2}, \text{ В}^2 \cdot \text{с}. \quad (9)$$

Графики спектральных плотностей $S_U(\omega)$, построенные по выражениям (8) и (9), представлены на рис. 3.

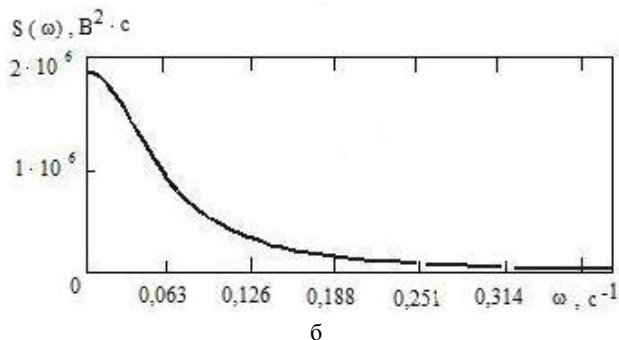
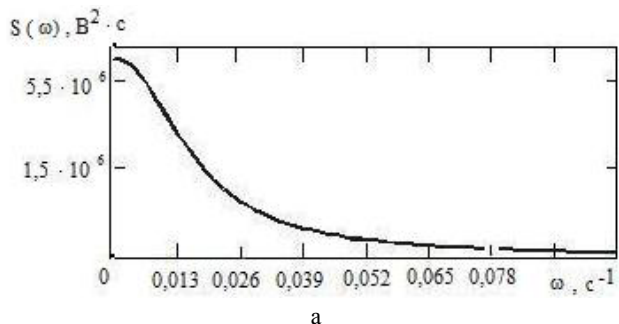


Рис. 3. Спектральные плотности напряжения на токоприемнике: электровозов ВЛ8 (а), ДЭ1(б)

Тогда, согласно (3), законы распределения случайной величины ω , примут вид:

- для ВЛ8:

$$f(\omega) = \frac{7,96 \cdot 10^4}{6,25 \cdot 10^{-6} + \omega^2}; \quad (10)$$

- для ДЭ1:

$$f(\omega) = \frac{28,66 \cdot 10^{-4}}{81 \cdot 10^{-6} + \omega^2}. \quad (11)$$

Дисперсии случайных величин λ_1 и λ_2 соответственно электровозам составят: 44949 В^2 и 47090 В^2 .

В конечном итоге, искомые разложения функций напряжения на токоприемниках электровозов ВЛ8 и ДЭ1 представляют собой выражение (5), в котором

математическое ожидание $m_U(t)$ и дисперсии величин λ_1, λ_2 приведены в таблице, а законы распределения величины ω представлены выражениями (10) и (11).

Выводы.

1. Изложенный метод неканонических разложений случайных процессов позволяет представлять случайные функции электрических величин несложными выражениями, содержащими не более трех случайных величин.

2. Метод в полной мере применим и к разложению тяговых токов, которые можно принять квазистационарными, если считать реализацией случайной функции множество ее колебаний.

3. Так как методы анализа систем на основе теории случайных величин развиты значительно сильнее, то представление тяговых напряжений и токов выражениями функциями со случайными величинами значительно упрощает анализ электромагнитных процессов в устройствах систем электрического транспорта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1960. – 883 с.
2. Лившиц Н.А., Пугачев В.С. Вероятностный анализ систем автоматического управления. В 2-х томах. – М.: Советское радио, 1963. – Т. 1 – 482 с., Т. 2 – 895 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968. – 463 с.
5. Казаков И.Е. Доступов Б.Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. – Москва: Гос. изд. физ.-мат. лит.-ры, 1962. – 331 с.
6. Деч Р. Нелинейные преобразования случайных процессов. – М.: Советское радио, 1965. – 206 с.
7. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления. – М.: Машиностроение, 1968. – 246 с.
8. Статистические методы в проектировании нелинейных систем автоматического управления. Под ред. д.т.н., проф. Б.Д. Доступова. – М.: Машиностроение, 1970. – 407 с.
9. Kuo F.F. Freeny S.L. Hildert transforms and modulation theory. – Proc. NEC, 1962, no.18, pp. 61-68.
10. Dunkan D.B. Response of linear time-dependent systems to random inputs. J. Phys., May 1963, no.24, pp. 47-52.
11. Казаков И.Е. Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
12. Костин Н.А., Шейкина О.Г. Коэффициент реактивной мощности электрического транспорта постоянного тока // Технічна електродинаміка. Темат. вип. "Силовa електроніка та енергоефективність". – 2008. – Ч. 4. – С. 72-75.
13. Костин Н.А., Саблин О.И. Методы корреляционно-спектрального анализа напряжения на токоприемнике и тягового тока электрического транспорта // Материалы конференции "Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта". – Днепропетровск, 2009. – С. 130-131.
14. Саблин О.И. Повышение эффективности электропривода электроподвижного состава постоянного тока: дисс. ... канд. техн. наук. / Днепропетровск, 2009. – 191 с.
15. Mykolay Kostin. Statistics and probability analysis of voltage on the pantograph of DC electric locomotive in the recuperation mode // Warsaw Przegląd Elektrotechniczny, 2013, no.2a, pp. 273-275.

REFERENCES

1. Pugachev V.S. *Teoriia sluchainykh funktsii i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniia* [Theory of random

functions and its application to problems of automatic control]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 883 p. (Rus).

2. Livshits N.A., Pugachev V.S. *Veroiatnostnyi analiz sistem avtomaticheskogo upravleniia. V 2-kh tomakh* [Probabilistic analysis of automatic control systems. In 2 volumes]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1963. Vol.1, 482 p., Vol.2, 895 p. (Rus).

3. Venttsel' E.S. *Teoriia veroiatnostei* [Probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 576 p. (Rus).

4. Sveshnikov A.A. *Prikladnye metody teorii sluchainykh funktsii* [Applied methods of the theory of random functions]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 463 p. (Rus).

5. Kazakov I.E., Dostupov B.G. *Statisticheskaiia dinamika nelineinykh avtomaticheskikh sistem* [Statistical dynamics of nonlinear circuit and system]. Moscow, State Publ. of physics & mathematics literature, 1962. 331 p. (Rus).

6. Dech R. *Nelineinye preobrazovaniia sluchainykh protsessov* [Nonlinear transformations of random processes]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1965. 206 p. (Rus).

7. Chernetskii V.I. *Analiz tochnosti nelineinykh sistem upravleniia* [Analysis of the accuracy of nonlinear control system]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968. 246 p. (Rus).

8. Dostupov B.D. *Statisticheskie metody v proektirovanii nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniia* [Statistical methods in designing of nonlinear systems of automatic control]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 407 p. (Rus).

9. Kuo F.F. Freeny S.L. Hildert transforms and modulation theory. *Proc. NEC*, 1962, no.18, pp. 61-68.

10. Dunkan D.B. Response of linear time-dependent systems to random inputs. *J. Phys.*, May 1963, no.24, pp. 47-52.

11. Kazakov I.E. *Statisticheskaiia dinamika sistem s peremennoi strukturoi* [Statistical dynamics of systems with variable structure]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 416 p. (Rus).

12. Kostin N.A. Power Factor electric vehicles DC. *Tekhnichna elektrodynamika. Tem. vypusk "Silova elektronika i energoefektivnist" – Technical electro-dynamics. Special Issue "Power electronics & energy efficiency"*, 2008, Part 4, pp. 72-75. (Rus).

13. Kostin N.A., Sablin O.I. Methods of correlation and spectral analysis of the voltage across the current collector and the torque current electric vehicles. *Materialy konferentsii*

"Problemy i perspektivy razvitiia zheleznodorozhnogo transporta" [Proceedings of the conference "Problems and prospects of railway transport development"]. Dnepropetrovsk, 2009, pp. 130-131. (Rus).

14. Sablin O.I. *Povyshenie effektivnosti elektropotrebleniia elektropodvizhnogo sostava postoiannogo toka*. Diss. kand. techn. nauk [Improving the efficiency of energy consumption of electric rolling stock DC. Cand. tech. sci. diss.]. Dnepropetrovsk, 2009. 191 p. (Rus).

15. Mykolay Kostin. Statistics and probability analysis of voltage on the pantograph of DC electric locomotive in the recuperation mode. *Przeglad Elektrotechniczny*, 2013, no.2a, pp. 273-275.

Поступила (received) 02.12.2014

Костин Николай Александрович¹, д.т.н., проф.,

Шейкина Ольга Григорьевна¹, к.т.н., доц.,

¹ Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, 49010, Днепропетровск, ул. Лазаряна, 2, тел/phone +38 056 3731537, e-mail: shog73@mail.ru

N.A. Kostin¹, O.G. Sheikina¹

¹ Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after academician V. Lazaryan, 2, Lazaryan Str., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine.

Non-canonical spectral decomposition of random functions of the traction voltage and current in electric transportation systems.

The paper proposes the non-canonical spectral decomposition of random functions of the traction voltages and currents. This decomposition is adapted for the electric transportation systems. The numerical representation is carried out for the random function of voltage on the pantograph of electric locomotives VL8 and DE1. References 15, table 1, figures 3.

Key words: current, voltage, random, electric transportation systems, decomposition of value.