УДК 658.5

В.Г. Иванов

ТРАССИРОВКА ПЛАНАРНОЙ СХЕМЫ В ОДНОСЛОЙНОМ КАНАЛЕ

У статті запропонований алгоритм трасування планарною схеми в одношаровому каналі, що дозволяє отримати більш ефективні проектні рішення.

В статье предложен алгоритм трассировки планарной схемы в однослойном канале, позволяющий получить более эффективные проектные решения.

В САПР проектируемые объекты обычно имеют выраженную иерархическую структуру (размещение, трассировка). Хотя взаимосвязи фрагментов такой системы достаточно сложны и недостаточно формализованы, эффективность подходов, учитывающих структуру задачи, часто подтверждается практикой. Тем не менее, несмотря на выраженный иерархический характер практических задач оптимизации и неравномерность влияния отдельных переменных на точность решения, до сих пор отсутствует методологическое обоснование исследований структуры задач, учет их особенностей для более эффективного их решения. Это указывает на перспективность исследований в данной области [1]

Основная задача канальной трассировки (КТ) – выбор наименьшей ширины канала, достаточной для размещения в нем всех соединений, и назначения соединений на магистрали. Решение задачи трассировки находится в классе простейших конфигураций: для p-выводной цепи конфигурация содержит один горизонтальный и p вертикальных отрезков. Горизонтальный отрезок располагается в одном коммутационном слое, вертикальный – в другом. Цепь полностью определяется горизонтальным отрезком и номером магистрали, на которую этот отрезок назначен. При трассировке существуют ограничения на расположение горизонтальных и вертикальных участков.

Одной из подзадач КТ является трассировка планарной схемы в однослойном канале.

Целью данного исследования является нахождения условия трассировки планарной схемы в четырех стороннем однослойном канале, которые предоставляют возможность получать более эффективные проектные решения.

Для решения поставленной задачи зафиксируем прямоугольную декартову систему координат $0xy$. Рассмотрим прямоугольник, ограниченный прямыми, $x = 0$, $x = m$, $y = 0$, $y = n+1$, где m, n – фиксированные числа. Определим граф, который будем называть каналом шириной n и длиной m (или просто каналом). В качестве вершин этого графа возьмем все точки вида (x, y) с целочисленными координатами, лежащие в указанном прямоугольнике, т.е. удовлетворяющие условиям $\{0.1,\ldots,m\}$, $y\in\{0.1,\ldots,n+1\}$. Далее для простоты будем рассматривать горизонтальный канал. Для вертикального канала изменится только определение прямоугольной области. Контактные площадки электрических цепей расположены в узлах ортогональной сетки на всех четырех сторонах канала.

Многоконтактные электрические цепи разобьем на двухконтактные, упорядочив координаты контактных площадок по возрастанию координаты x и y. Будем считать, что на сторонах канала контактные площадки одной цепи в соседних узлах сетки располагаться не могут.

Под схемой будем понимать некоторое множество электрических цепей [2].

Планарная схема – это схема, цепи которой могут быть размещены в одном слое без пересечений [3].

Трассировкой схемы назовем систему деревьев, построенных на контактных площадках схемы и не имеющих общих точек.

Плотность канала – это максимум числа цепей с выводами с двух сторон линии, вычисленных по всем вертикальным линиям, т.е.

$$K = \max\{P_i^r\},\ \text{где}\ P_i^j = P_i^{j-1} + 1,\ \text{если}\ i\in[x];$$

$$P_i^j = P_i^{j-1},\ \text{в противном случае};$$

$$P_i^{\text{O}} = 0 \quad j=\overline{1,r};\ \ i=\overline{1,m},$$

r – количество цепей, x_H, x_K – начальная и конечная координата цепи, m – длина канала, K – плотность.

Пронумеруем стороны прямоугольника, начиная с левой, по часовой стрелке цифрами от 1 до 4. Тогда для любой двухконтактной цепи координаты контактных площадок обозначены через (x_1^h, y_1^h) и (x_2^h, y_2^h) где h и d – номера сторон прямоугольника, на которых расположены контактные площадки. В дальнейшем индексы для простоты записи будем опускать.

Рассмотрим канал, у которого только на горизонтальных сторонах расположены контактные площадки. Определим длины цепей следующим образом:

при $h = 2$ $d = 2$:
$L = |x_2 - x_1|$;
при $h = 4$ $d = 2$:
$L = 2m + n - (x_1 + x_2) + C_1$, если $x_1 > x_2$;
$L = n + x_1 + x_2 + C_1$, если $x_1 \le x_2$;
при $h = 2$ $d = 4$:
$L = 2m + n - (x_2 + x_1) + C_1$, если $x_1 \le x_2$;
$L = n + x_1 + x_2 + C_1$, если $x_1 > x_2$;
при $h = 4$ $d = 4$:
$L = |x_2 - x_1| + C_2$, где $C_1 = m$, $C_2 = 2m + 2n$.

Проранжируем цепи по возрастанию их длин. Цепи разрешается проводить только с одним горизонтальным сегментом. Здесь и далее r – число двухконтактных цепей. Перенумеруем цепи последовательно от 1 до r в соответствии с возрастанием их длины.

Утверждение. Задача ортогональной трассировки планарной схемы в канале с минимальным числом поворотов трасс разрешима, если

$$n \ge \max\{p_i^r\},\ \text{где}\ p_i^j = \alpha + 1,\ \ i \in [x_H^j, x_k^j]$$

$$a = \max\{p_K^{j-1}\},\ \text{где}\ k \in [x_H^j, x_K^j]; p_i^j = p_i^{j-1},$$

$$\text{если}\ i \notin [x_H^j, x_k^j];$$

$$p_i^0 = 0;\ \ j = \overline{1, r}\,,\ i = \overline{1, m}\,,$$

$$x_H^j = \min\{x_1^h, x_2^d\}\,;\ x_k^j = \max\{x_1^h, x_2^d\}.$$

Доказательство. Величина $\max\{p_i^r\}$ представляет собой длину критического пути в ориентированном ациклическом графе. Граф построен следующим образом. Горизонтальному фрагменту цепи поставим в соответствие вершину графа. Между двумя вершинами существует дуга, если соответствующие фрагменты имеют общую область по оси x, причем дуга выходит из вершины, которая соответствует цепи меньшей длины. Граф – ациклический, так как схема – планарна. Каждой дуге припишем вес равный единице. Необходимо найти в графе самый длинный путь между вершиной s, в которую не входит ни одна дуга, и вершиной t, из которой не выходит ни одна дуга. Если таких вершин несколько, то вводим фиктивные вершины so и tQ, которые свяжем дугами с начальными и конечными вершинами, соответственно. Так как граф ациклический, то можно перенумеровать вершины так, что дуга (z_i, z_j) всегда будет ориентирована от вершины z_i к вершине z_j, имеющей больший номер. При этом начальная вершина получит номер 1, а конечная – номер r. Присвоим вершине z_i пометку $M(z_j)$ – равную длине самого длинного пути от 1 до z_j, используя для этого соотношение:

$$M(z_j) = \max[M(z_i) + 1],\ \ z_i \in \Gamma^{-1}(z_j)$$

где $\Gamma^{-1}(z_j)$ – множество вершин, z_k для которых существует дуга (z_k), для которых существует дуга (z_k, z_j).

Затем присвоим пометку вершине (z_j + 1) и так далее до тех пор, пока последняя вершина r не получит пометку $M(r)$. Если вершина (z_j) помечена, то пометки $M(z_i)$, известны для всех вершин $z_i \in \Gamma^{-1}(z_j)$, так в соответствии со способом нумерации это означает, что $z_i < z_j$ и, следовательно, вершины z_i уже помечены в процессе применения алгоритма. Пометка $M(t)$ равна длине самого длинного пути от s к t.

Сами дуги, образующие путь, могут быть найдены обычным способом последовательного возвращения.

Таким образом, каждая цепь назначается на магистраль канала, номер которой равен пометке, соответствующей вершине графа. Таким образом, трассировка возможна, если ширина канала больше или равна пометке $M(t)$. Утверждение доказано.

Трудоемкость алгоритма нахождения самого длинного пути в ориентированном ациклическом графе $0(r^2)$, а с учетом расположения цепей в канале $0(2m + 2\sum_{i=1}^{r} l_i + r^2)$, где l_i – длина горизонтального фрагмента i-й цепи.

Условие трассировки планарной схемы в однослойном канале с возможностью проведения трасс под углом, кратным 45° к линиям ортогональной сетки.

Трассы электрических соединений можно выполнять под углом 45° к любой прямой ортогональной сетки, т.е. из точки с координатами (x, y) возможен переход в соседние точки с координатами (x+1,y), (x–1, y), (x, y+1), (x, y–1), (x+1, y+1), (x+1, y–1), (x–1, y–1), (x–1, y+1).

Рассмотрим канал, на горизонтальных сторонах которого размещены контактные площадки r цепей. Цепи могут выбираться в произвольном порядке.

Утверждение. Задача трассировки планарной схемы в канале разрешима, если $n \ge \max\{p_i^r\}$,

$$\text{где}\ p_i^j = p_i^{j-1} + 1, \text{если}\ i \in [x_H^i + 1,\ x_k^j - 1]\,,$$

$$p_i^j = p_i^{j-1}\ \text{в противном случае;}\ p_i^0 = 0\,,$$

$$j = \overline{1, r};\ \ i = \overline{1, m}.$$

Доказательство. Необходимость. Представим каждую цепь в виде горизонтального фрагмента. Построим граф интервалов. Известно, что для укладки этих фрагментов без учета их связи с контактными площадками необходимо число магистралей, равных плотности канала, т.е.

$$p_i^j = p_i^{j-1} + 1,\ \text{если}\ i \in [x_H^i + 1, x_k^i - 1];$$

$$p_i^j = p_i^{j-1}\text{, в противном случае;}\ p_i^0 = 0\,,$$

$$j = \overline{1, r};\ \ i = \overline{1, m};\ \ k = \max\{p_i^r\}\,.$$

Достаточность. Имеется канал с числом магистралей равных плотности канала. Через любое сечение канала может проходить число цепей не больше K.

Возьмем i-ое сечение канала, где ширина равна кратности. В этом случае на всех магистралях расположены цепи. Контактные площадки цепей могут располагаться либо на нижней линейке, либо на верхней. Так как схема планарна, то в верхней части канала располагаются цепи, конечные контактные площадки которых расположены на верхней линейке канала (B), а в нижней части канала располагаются цепи, выходящие на нижнюю линейку (H). Будем различать сечения канала по типу контактных площадок, расположенных в этом сечении. Всего монет быть 8 типов сечений: K_B – конечная контактная площадка, расположенная на верхней линейке; K_H – конечная контактная площадка, расположенная на нижней линейке; H_H – начальная контактная площадка, расположенная на нижней линейке; H_B – начальная контактная площадка, расположенная на верхней линейке; K_B K_H, K_B H_H, K_H H_B и последний тип сечения, в котором отсутствуют контактные площадки θ.

Рассмотрим (i+1) сечение. Оно может быть трех типов: K_B, K_H, θ. Рассмотрим каждое из них.

а) K_B. Самая верхняя цепь под углом 45° подходит к контактной площадке, а все цепи из множества B под углом 45° переходят на соединение магистрали (прижимаются вверх). Цепи из множества H остаются на своих магистралях. Плотность канала равна K–1.

б) K_H. Выполняем аналогичные операции как в пункте "а" путем замены множества B на H, а H на B.

в) θ. Цепи остаются на своих магистралях.

Плотность равна K. Пусть в (i+1) сечении плотность равна (K–1). Рассмотрим (i+r) сечение. Тогда (i+r)-е сечение может быть 8 типов. Рассмотрим два типа: H_B и H_H.

1. H_B. Если цепь будет заканчиваться на верхней линейке, то переходим на первую магистраль под углом 135°, все цепи из множества В под углом 135° опускаются вниз на одну магистраль. Плотность канала увеличивается аналогично. Если цепь будет заканчиваться на нижней линейке, то переходим на самую нижнюю свободную магистраль.

2. Выполняем аналогичные действия, как в п.1 путем замены множества B на H.

Все остальные случаи являются комбинаций уже рассмотренных.

Таким образом, трассировка возможна, если ширина канала больше или равна плотности канала. Утверждение доказано.

Алгоритм трассировки планарной схемы в однослойном канале.

Рассмотрим общий случай, когда контактные площадки расположены на всех четырех сторонах канала.

Шаг 1. В зависимости от значений h и d определим длину цепи с помощью следующих выражений:

при h = 2, d = 4 или h = 4, d = 2:

$l_1 = 2m + n - (x_1 + x_2); l_2 = n + x_1 + x_2$; $l = \max(l, l_2)$;

при h =2, d = 2 или h =4, d =4: $l = |x_2 - x_1|$;

при h =1, d =1 или h =3, d =3: $l = |y_2 - y_1|$;

при h =1, d =3 или h =3, d =1:

$l_1 = y_2 + y_1 + m$; $l_2 = m + 2n - (y_2 + y_1)$; $l = \min(l_1, l_2)$;

при h = 1, d =2: $l = n + x_2 - y_1$;

при h =1, d =4: $l = y_1 + x_2$;

при h =2, d =3: $l = m - x_1 + n - y_2$;

при h =3, d =4: $l = y_1 + m - x_2$;

при h =2, d =1: $l = n + x_1 - y_2$;

при h =4, d =1: $l = x_1 + y_2$;

при h =3, d =2: $l = n - y_1 + m - x_2$;

при h =4, d =3: $l = m - x_1 + y_2$.

Шаг 2. Трассировка цепей осуществляется по возрастанию их длины и ведется с максимальным приближением к зоне, по которой определялась ее длина. Процедурой обратной перетрассировки удаляются лишние изломы.

ВЫВОД

Найдены условия трассировки планарной схемы в однослойном канале, на основании которых получен алгоритм трассировки, позволяющий получить более эффективные проектные решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. Перевод с англ. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
2. Okoshi T., Miyoshi T. Расчет планарной интегральной схемы СВЧ. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., April 1999, vol. MTT-20, pp. 245-252.
3. Селготин В.А. Автоматизированное проектирование топологии БИС. – М.: Радио и связь, 1983. – 112 с.

REFERENCES: ***1.*** Kristofides N. *Teoriia grafov. Algoritmicheskii podkhod. Perevod s angl.* [Graph theory. An algorithmic approach. Translated from English]. Moscow, Mir Publ., 1978. 432 p. ***2.*** Okoshi T., Miyoshi T. Calculation planar microwave integrated circuit. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*., April 1999, vol. MTT-20 pp. 245-252. ***3.*** Selgotin V.A. *Avtomatizirovannoe proektirovanie topologii BIS* [Computer-aided design topology of BIS]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1983. 112 p.

Поступила (received) 25.09.2014

Иванов Виталий Геннадьевич, к.т.н.,
Институт химических технологий
Восточноукраинского национального университета
им. Владимира Даля,
93009, Луганская обл., Рубежное, ул. Ленина, 31,
тел/phone +38 06453 50156, e-mail: vetgen@e-mail.ua

V.G. Ivanov
Chemical Technology Institute of Volodymyr Dahl East Ukrainian National University
31, Lenin Str., Rubizhne, Lugansk region, 93009, Ukraine

Planar schemes tracing in the single-layer channel.

An algorithm for planar circuits tracing in a single layer channel, allowing more effective design solutions is proposed.

Key words – **tracing algorithm, planar circuit in a single layer channel.**