

МУЛЬТИДИСКОВА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОННОГО ЗГУСТКА ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ БАЛІСТИЧНОГО ГУРТУВАННЯ НИЗЬКОЕМІТАНСНИХ ПУЧКІВ

А.М. Опанасенко¹, В.А. Горяшко²

¹*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут», Харків, Україна;*

²*Уппсаловський університет, Швеція*

E-mail: opanassenko@kipt.kharkov.ua

При балістичному гуртуванні електронного пучка неоднорідність вздовж згустка поперечної компоненти поля просторового заряду суттєво збільшується, що може призвести до росту поперечного емітансу, якщо не буде задіяний спеціальний спосіб його компенсації. Для дослідження цієї проблеми розвинуто мультидискову модель згустка релятивістських заряджених частинок, яка не потребує умови малості між-дискового енергетичного розкиду. Це знімає обмеження на величину поля, що модулює пучок по швидкості, перед його інжекцією в дрейфовий простір. Поперечні характеристики динаміки згустка знаходимо із рішення диференційного рівняння для середньоквадратичного розміру огинаючої пучка.

ВСТУП

Однією з ключових проблем сучасних резонансних прискорювачів прецизійних електронних пучків є гуртування інтенсивних пучків у послідовність згустків ультракороткої тривалості (від декілька сотень до десятків фемтосекунд) зі збереженням нормалізованого поперечного емітансу пучка до рівня теплового. На сьогоднішній день фотоелектронний метод, що застосовує інтенсивні пікосекундної тривалості імпульси лазерного випромінювання, виявився найбільш перспективним способом отримання коротких (пікосекундних) електронних згустків з зарядом до 1 нКл та нормалізованим поперечним емітансом нижче 1 мм-мрад. Цей спосіб задіяний в ряді прискорювачів у рентгенівських лазерах [1 - 3]. Проте він є надзвичайно наукоємним та досить таки фінансово затратним, потребує надвисокого вакууму (до 10^{-11} Торр) та часті заміни фотокатодів із-за невеликого фотоемісійного ресурсу [4]. Тому актуальним досі залишається розвиток методів гуртування електронних пучків, одержаних із термоемісійного джерела, що вирізняється довготривалим (до 20 000 і більше годин) емісійним ресурсом [5]. Можливості, щодо гуртування згустків емітованих із електростатичної термогармати за допомогою балістичного методу та подальшого їх повздовжнього стискання за допомогою магнітних компресорів, продемонстровано в прискорювачі для рентгенівського лазера SACLA (SPring-8 Angstrom Compact free electron LAser, Японія) [6]. У проекті резонансного прискорювача для комбінованого фотонного джерела ТГц/Х-випромінювання, на основі лазера на вільних електронах та комптонівського розсіювання [7, 8], було показано, що за допомогою балістичного методу гуртування згустки електронів із зарядом близько 1 нКл та початковою тривалістю 1 нс можна повздовжньо стискати до декількох пікосекунд. Проте джерело комптонівського випромінювання потребує пучки електронів з нормалізованим емітансом близько 1 мм-мрад по порядку величини. Тому при формуванні інтенсивних пучків з високою яскравістю метод групування повинен забезпечити не тільки ефективне стискання згустків,

але й зберегти поперечний нормалізований емітанс пучка, або якомога більше уповільнити його ріст.

Серед факторів, що обмежують досягнення мінімального розміру згустків, є початковий енергетичний розкид та поле просторового заряду. Найбільш важливим механізмом, що вносить вклад у ріст ефективного емітансу, є лінійна по радіусу поперечна сила просторового заряду, але неоднорідно розподілена вздовж згустка, та нелінійні по радіусу радіальні сили.

У роботі [9] вперше було дано аналіз механізму росту поперечного нормалізованого емітансу в коротких згустках, що спричиняється полем просторового заряду, та запропоновано метод, що його компенсує. Для розрахунку впливу власного поля просторового заряду на динаміку електронів у згустках, що прискорюються в фотоінжекторі LCLS (Linac Coherent Light Source), авторами [10] було запропоновано мультидисковий підхід. Цей підхід засновано на припущенні, що кожний згусток представляється як однорідний циліндр, довжина і радіус якого можуть самоузгоджено змінюватися, зберігаючи однорідний розподіл заряду в межах згустка. Згусток уявно нарізаний на послідовність дисків, кожен із яких під впливом ВЧ-поля та сумарного поля просторового заряду інших дисків вносить вклад в енергетичний розкид та емітанс цілого згустка завдяки фазовій кореляції цих полів. Але цей підхід не допускає гуртування пучка. Проте в ході балістичного гуртування пучка поле просторового заряду суттєво змінюється в просторі дрейфу, що може призвести до підсилення росту поперечного емітансу, якщо не буде задіяний спеціальний спосіб його компенсації.

В даній статті, розвиваючи мультидисковий підхід, ми враховуємо можливість реалізації не тільки неоднорідної по згустку погонної щільності заряду, але допускаємо її трансформацію в просторі дрейфу. Повздовжня динаміка кожного із заряджених дисків визначається взаємодією диска з усередненою по поперечному перерізу цього диска з сумарною силою поля всього згустка. Поперечна динаміка та емітанс пучка ми знаходимо із числового розв'язання диференційного рівняння для середньоквадратичного розміру огинаючої пучка.

1. МУЛЬТИДИСКОВА МОДЕЛЬ

1.1. РІВНЯННЯ РАДІАЛЬНОГО РУХУ

Вперше рівняння середньоквадратичної (С.К.) величини огинаючої інтенсивного безперервного пучка в каналі з періодичним фокусуванням було одержано Капчинським і Владимирським [11]. Пізніше вони були узагальнені Лапостолем [12] та Сачерором [13]. Цей підхід також представлений детально в статті [14], на яку будемо посилатися далі при виведенні відповідних рівнянь.

Представимо аксіально-симетричний згусток, як послідовність тонких дисків. Кожний диск із індексом (i) характеризується наступними фізичними величинами:

а) С.К.-радіусом, $\sigma_r^{(i)}$,

$$\sigma_r^{(i)} = \sqrt{\langle r^2 \rangle^{(i)}}; \quad (1)$$

б) нормалізованим С.К.-емітансом, $\varepsilon_{n,r}^{(i)}$, [15]

$$\varepsilon_{n,r}^{(i)} = \frac{\langle \gamma \rangle^{(i)}}{2c} \sqrt{\langle r^2 \rangle^{(i)} \langle \dot{r}^2 \rangle^{(i)} - [\langle r \dot{r} \rangle^{(i)}]^2}; \quad (2)$$

в) та усередненим по диску релятивістським фактором, $\langle \gamma \rangle^{(i)}$, де r і $\dot{r} = dr/dt$ – радіальна координата та радіальна швидкість. Припускаючи, що в межах кожного диску енергетичний розкид є настільки малим, що ним можна знехтувати, та враховуючи Рівняння (1) і (2), знаходимо диференціальне рівняння для С.К. радіуса диска в параксіальному приближенні

$$\ddot{\sigma}_r^{(i)} + \frac{\dot{\gamma}_i}{\gamma_i} \dot{\sigma}_r^{(i)} + \left(\frac{e B_z(0, z_i)}{2m\gamma_i} \right)^2 \sigma_r^{(i)} = \frac{\langle r F_r^{(SC)} \rangle}{\sigma_r^{(i)} m \gamma_i} + \frac{(2\varepsilon_{n,r}^{(i)} c)^2}{\sigma_r^{(i)3} \gamma_i^2}, \quad (3)$$

де $B_z(0, z)$ – повздовжнє магнітне поле на осі соленоїда, що фокусує електронний пучок; $F_r^{(SC)}$ – радіальна компонента сили просторового заряду.

1.2. СИЛА ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ

Поперечна сила Лоренца, що діє на $i^{\text{го}}$ диск із повздовжньою координатою z_i дається, як

$$\vec{F}_\perp^{(SC)}(r, z_i, t) = e \sum_j \left[\delta \vec{E}_\perp^{(j)}(r, z_i, t) + \vec{v}_z^{(i)} \times \delta \vec{B}_\perp^{(j)}(r, z_i, t) \right], \quad (4)$$

де: $\vec{v}_z^{(i)}$ – середня швидкість електронів $i^{\text{го}}$ диска; $\delta \vec{E}^{(j)}(r, z, t)$, $\delta \vec{B}^{(j)}(r, z, t)$ – електричне і магнітне поля просторового заряду, джерелом яких є диски з поточним індексом j .

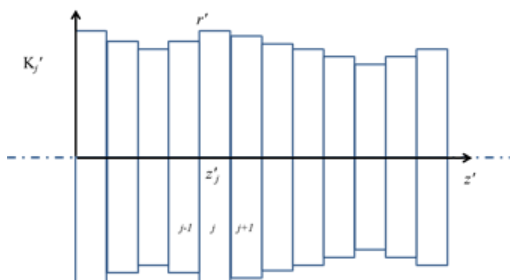


Рис. 1. Система спокою K'_j

Для того щоб знайти поля від кожного диска j , зручно перейти в координатну систему спокою цього диска K'_j (як показано на Рис. 1) і, знайшовши електричне поле просторового заряду $E_\perp^{(j)}(r', z')$, знову перейти в лабораторну систему:

$$\vec{F}_r^{(SC)}(r, z_i, t) = e \sum_j \left(1 - \frac{v_z^{(i)} v_z^{(j)}}{c^2} \right) \delta \vec{E}_r^{(j)}(r, z_i, t). \quad (5)$$

1.3. ПОПЕРЕЧНА КОМПОНЕНТА ПОЛЯ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ

Із закону Гаусса в лабораторній системі можна отримати радіальну компоненту в полі просторового заряду в параксіальному приближенні, як

$$E_r(r, z, t) = \frac{r}{2} \frac{\rho(0, z, t)}{\varepsilon_0} - \frac{r}{2} \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z, t), \quad (6)$$

де $\rho(0, z, t)$ – щільність заряду на осі пучка.

Далі знайдемо електричне поле на осі пучка. Перейдемо в координатну систему спокою $j^{\text{го}}$ диска K'_j . Визначимо повздовжнє електричне поле тонкого зарядженого диска на його осі, як це показано на Рис. 2.

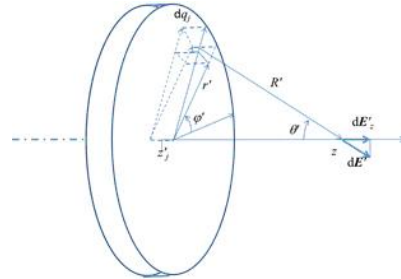


Рис.2. Повздовжнє електричне поле зарядженого диска справа на його осі в системі спокою K'_j $j^{\text{го}}$ диска

Згідно із законом Кулона, як це показано на Рис. 2, електричне поле зарядженого $j^{\text{го}}$ диска є

$$\delta E_z^{(j)}(0, z') = \text{sign}(z' - z'_j) \times \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\varepsilon_0} \left\{ 1 - \frac{|z' - z'_j|}{\sqrt{r_j'^2 + (z' - z'_j)^2}} \right\}, \quad (7)$$

де $\rho'(0, z'_j)$ – щільність заряду в диску в параксіальному приближенні.

Виконуючи перетворення Лоренца в Рівн. (7), одержимо повздовжню компоненту електричного поля згустка на z-осі лабораторної системи, як суперпозицію полів від кожного зарядженого диска в інтегральній формі та Рівн. (6), знаходимо поперечну силу просторового заряду Рівн. (5), що діє на $i^{\text{й}}$ диск у параксіальному приближенні, як

$$F_r^{(SC)}(r, z_i, t) = e \frac{r}{2} \sum_j \left(1 - \frac{v_z^{(i)} v_z^{(j)}}{c^2} \right) \times \frac{\left(\frac{r_j}{\gamma_j} \right)^2}{2\varepsilon_0 \left[\sqrt{\left(\frac{r_j}{\gamma_j} \right)^2 + (z_i - z_j)^2} \right]^3}. \quad (8)$$

1.4. РІВНЯННЯ ПОВЗДОВЖНЬОГО РУХУ

Щоб замкнути самоузгоджену систему рівнянь, виведемо рівняння для повздовжнього руху заряджених дисків:

$$\frac{dp_z^{(i)}}{dt} = e \overline{E_z^{(SC)}}(z_i, t), \quad (9)$$

де $p_z^{(i)}$ – повздовжній імпульс $i^{\text{го}}$ диска, $\overline{E_z^{(SC)}}(z_i, t)$ – повздовжня компонента електричного поля просторового заряду, усереднена по диску за номером i .

$$\overline{E_z^{(SC)}}(z_i, t) = \frac{1}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} E_z^{(SC)}(r, \varphi, z_i, t) r dr d\varphi. \quad (10)$$

Перейшовши в систему спокою K'_j та розв'язуючи рівняння Пуассона згідно з методом [16] (див. розділ 12), можна виразити потенціал просторового заряду через інтеграл Фур'є:

$$\Phi'(r', r'_j, z' - z'_j) = \int_0^\infty e^{-k|z' - z'_j|} J_0(kr') B_0(r'_j, z'_j, k) dk, \quad (11)$$

де невідомі функції $B_0(r'_j, z'_j, k)$ визначаються через граничні умови для електричного поля при $z' = z'_j$

$$B_0(r'_j, z'_j, k) = \lim_{z' \rightarrow z'_j} \text{sign}(z' - z'_j) \times \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\epsilon_0} \frac{J_1(kr'_j)}{r'_j k}. \quad (12)$$

Підставляючи останнє в Рівн. (11) та виконуючи диференціювання по z' , знайдемо повздовжню компоненту електричного поля просторового заряду $j^{\text{го}}$ диска в інтегральній формі:

$$\delta E_z^{(j)}(r', r'_j, z' - z'_j) = \text{sign}(z' - z'_j) \times \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\epsilon_0} r'_j \int_0^\infty e^{-k|z' - z'_j|} J_0(kr') J_1(kr'_j) dk. \quad (13)$$

На Рис. 3 показано радіальний профіль поля Рівн. (13), нормованого на поле на поверхні диска $\delta E_0^{(j)} = \text{sign}(z' - z'_j) \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\epsilon_0}$, при різних дистанціях $Z' = |z' - z'_j|/r'_j$ від диска.

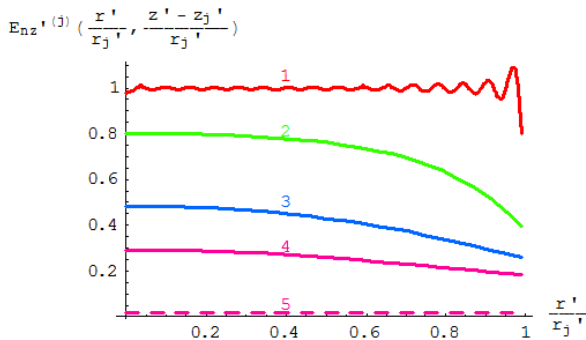


Рис. 3. Радіальний профіль нормованого повздовжнього поля $j^{\text{го}}$ диска на різних відносних відстанях $Z' = |z' - z'_j|/r'_j$ від диска. Лінії з номерами: 1; 2; 3; 4; 5 відносяться до Z' : 0; 0,2; 0,6; 1; 5 відповідно

Із рисунка можна бачити, що $\delta E_z^{(j)}(r', r'_j, z' - z'_j)$ не залежить від радіуса r' на поверхні j диска ($Z' = 0$) і дорівнює поверхневій щільності заряду, що відповідає початковим припущенням у нашій моделі. Крім цього, цей рисунок показує, що поле перестав залежати від радіуса r' на далеких відстанях від диска $Z' \geq 5$.

Далі, усереднюючи поле $j^{\text{го}}$ диска (Рівн. (13)) по диску з радіусом r' , що знаходиться на відстані $|z' - z'_j|$ від $j^{\text{го}}$ диска, одержимо

$$\delta E_z^{(j)}(r', r'_j, z' - z'_j) = \text{sign}(z' - z'_j) \times \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\epsilon_0} \frac{2r'_j}{r'_j} \int_0^\infty dk e^{-k|z' - z'_j|} J_1(kr'_j) \frac{J_1(kr')}{k}. \quad (14)$$

На Рис. 4 показано розподіл вздовж осі z усередненого поля Рівн. (14), нормованого на поле на поверхні диска $\delta E_0^{(j)}$, при різних відносних радіусах $R' = r'/r'_j$.

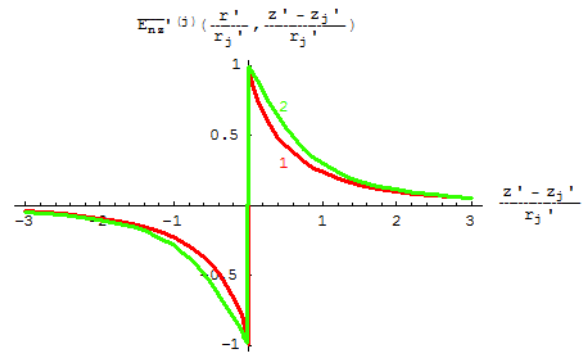


Рис. 4. Повздовжній розподіл усередненого поля (Рівн. (14)), нормованого на поле на поверхні $j^{\text{го}}$ диска для двох відносних радіусів $R' = r'/r'_j$.

Лінії з номерами 1, 2 відносяться до радіусів $R' = 1; 0,01$ відповідно

1.5. АНАЛІТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ

Із Рис. 4 можна бачити, що поле на осі відрізняється від поля, усередненого по всьому диску, в межах відносних дистанцій $0 < |z' - z'_j|/r'_j < 2$. Давайте знайдемо аналітичне приближення для різниці

$$\Delta E_{nz}^{(j)} = \frac{\delta E_z^{(j)}(0, r'_j, z' - z'_j) - \delta E_z^{(j)}(r', r'_j, z' - z'_j)}{\delta E_0^{(j)}}.$$

Так Рівн. (14) можна представити, як

$$\delta E_z^{(j)}(r', r'_j, z' - z'_j) = \text{sign}(z' - z'_j) \times \frac{\rho'(0, z'_j) \delta z'_j}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{|z' - z'_j|}{r'_j} - \frac{\Delta E_{nz}^{(j)}}{\sqrt{1 + \frac{(z' - z'_j)^2}{r_j'^2}}} \right], \quad (15)$$

де різниця $\Delta E_{nz}^{(j)}$ визначається так:

$$\Delta E_{nz}^{(j)} = \int_0^\infty dx e^{-x \frac{|z' - z'_j|}{r'_j}} J_1(x) \left[1 - \frac{2J_1(x r'/r'_j)}{x r'/r'_j} \right]. \quad (16)$$

Далі розкладемо функцію в квадратних дужках Рівн. (16) в ряд Тейлора по ступенях $x r' / r'_j$ і побу-
дуємо наступне приближення:

$$\overline{\Delta E_{nz}^{(j)}} \approx \frac{3}{8} R'^2 \frac{|Z'|}{(1+Z'^2)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{5}{24} R'^2 \frac{(4Z'^2-3)}{(1+Z'^2)^2}} \quad (17)$$

Повертаючись у лабораторну систему координат K , повздовжня компонента електричного поля усередненого по диску, як суперпозиція полів від кожного диска, буде мати наступний вигляд:

$$\overline{E_z^{(sc)}}(r, z, t) = \sum_{j=1}^N \delta E_0^{(j)} \left[1 - \frac{\gamma_j \frac{|z-z_j|}{r_j}}{\sqrt{1 + \gamma_j^2 \frac{(z-z_j)^2}{r_j^2}}} \right] \left[\frac{3}{8} \frac{r^2}{r_j^2} \frac{\gamma_j \frac{|z-z_j|}{r_j}}{\left(1 + \gamma_j^2 \frac{(z-z_j)^2}{r_j^2}\right)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{5}{24} \frac{r^2}{r_j^2} \frac{\left(4\gamma_j^2 \frac{(z-z_j)^2}{r_j^2} - 3\right)}{\left(1 + \gamma_j^2 \frac{(z-z_j)^2}{r_j^2}\right)^2}} \right] \quad (18)$$

$$\text{де } \delta E_0^{(j)} = \text{sign}(z - z_j) \frac{\rho(0, z_j) \delta z_j}{2 \varepsilon_0}.$$

2. САМОУЗГОДЖЕНА МОДЕЛЬ

Приймаючи до уваги вище виведені співвідношення, ми можемо записати систему рівнянь самоузгодженого руху дисків згустка з граничними умовами в наступному вигляді:

i) рівняння радіального руху для С.К.-радіуса i -го диска:

$$\ddot{\sigma}_r^{(i)} + \frac{\dot{\gamma}_i}{\gamma_i} \dot{\sigma}_r^{(i)} + \left[\frac{e B_z(0, z_i)}{2 m \gamma_i} \right]^2 \sigma_r^{(i)} = \quad (19)$$

$$\frac{\sigma_r^{(i)}}{m \gamma_i} \frac{\partial}{\partial r} F_r^{(sc)}(r, z_i, t) + \frac{(2 \varepsilon_{n,r} c)^2}{\sigma_r^{(i)3} \gamma_i^2},$$

де

$$\frac{\partial}{\partial r} F_r^{(sc)}(r, z_i, t) = \frac{e}{4 \pi \varepsilon_0 N} \sum_{j=1}^N (1 - \beta_z^{(i)} \beta_z^{(j)}) \times \quad (20)$$

$$\frac{I(0, t_{0j}) \left(\frac{\sigma_r^{(j)}}{\gamma_j} \right)^2}{\sigma_r^{(j)2} \left(\frac{\sigma_r^{(j)}}{\gamma_j} \right)} \left/ \left[\sqrt{2 \left(\frac{\sigma_r^{(j)}}{\gamma_j} \right)^2 + (z_i - z_j)^2} \right]^3 \right.;$$

ii) рівняння повздовжнього руху i -го диска в просторі дрейфу:

$$\dot{z}_i(t) = c \beta_z^{(i)}(t), \quad (21)$$

де

$$\dot{\beta}_z^{(i)} = \frac{e E_z^{(sc)}(z_i, t)}{m c \gamma_i^3} = \frac{e}{4 \pi \varepsilon_0 m c \gamma_i^3 N} \times$$

$$\sum_{j=1}^N \text{sign}(z_i - z_j) \frac{I(0, t_{0j})}{\sigma_r^{(j)2}} \left[1 - \frac{\gamma_j \frac{|z_i - z_j|}{\sqrt{2 \sigma_r^{(j)}}}}{\sqrt{1 + \gamma_j^2 \frac{(z_i - z_j)^2}{2 \sigma_r^{(j)2}}}} \right] - \frac{3}{8} \frac{\sigma_r^{(i)2}}{\sigma_r^{(j)2}} \frac{\gamma_j \frac{|z_i - z_j|}{\sqrt{2 \sigma_r^{(j)}}}}{\left(1 + \gamma_j^2 \frac{(z_i - z_j)^2}{2 \sigma_r^{(j)2}}\right)^{\frac{5}{2}}} e^{-\frac{5}{24} \frac{\sigma_r^{(i)2}}{\sigma_r^{(j)2}} \frac{\left(2 \gamma_j^2 \frac{(z_i - z_j)^2}{\sigma_r^{(j)2}} - 3\right)}{\left(1 + \gamma_j^2 \frac{(z_i - z_j)^2}{2 \sigma_r^{(j)2}}\right)^2}} \quad (22)$$

iii) граничні умови:

$$t_{0i} = -\frac{t_b}{2} + (i-1) \frac{t_b}{N-1}, \quad i = 1, 2 \dots N, \quad (23)$$

$$z_i(t_{0i}) = 0, \quad \beta_z^{(i)}(t_{0i}) = \beta_{z,0}^{(i)},$$

$$\dot{\sigma}_r^{(i)} = \dot{\sigma}_{r,0}^{(i)}, \quad \sigma_r^{(i)}(t_{0i}) = \sigma_{r,0}^{(i)},$$

де t_b – початкова тривалість згустка; N – кількість тонких дисків у згустку; $I(0, t_0)$ – струм пучка на вході в простір дрейфу.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ БАЛІСТИЧНОГО ГУРТУВАННЯ

Диференційні рівняння руху та поля (19) - (23) розраховувались за допомогою чисельного методу Рунге-Куты четвертого порядку точності. Розглядався електронний пучок на вході в простір дрейфу з параметрами, що приведені в Таблиці, які є характерні для проекту комбінованого фотонного джерела ТГц/Х-випромінювання, на основі лазера на вільних електронах та комптонівського розсіювання [7, 8].

Параметри пучка

Параметри пучка	
Струм пучка	1 А
Тривалість пучка	1 нс
Енергія пучка	400 кеВ
С.К.-нормалізований емітанс пучка	0.4 мм-мрад
С.К.-радіус пучка	2 мм

На Рис. 7 та 8 зображені розподіли усередненої по кожному диску повздовжньої сили та радіальної сили просторового заряду, взятої на середньоквадратичному радіусі дисків.

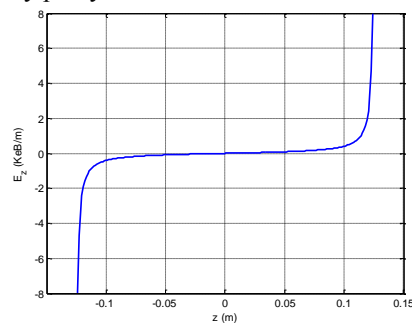


Рис. 7. Розподіл усередненої повздовжньої сили просторового заряду вздовж згустка

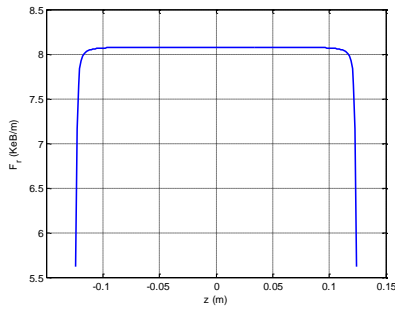


Рис. 8. Повздовжній розподіл радіальної сили просторового заряду, взятої на С.К.-радіусі дисків

Як і слід було очікувати, для однорідних довгих згустків поля просторового заряду сильно змінюються тільки по краях, що і є джерелом росту ефективного емітансу як поперечного, так і повздовжнього.

Для того щоб дослідити, як буде трансформуватися повздовжній профіль поля просторового заряду довгого згустка під час повздовжнього стиснення при балістичному групуванні, розглянемо 400 кеВ пучок, що попередньо модульовано по швидкості ВЧ-полем з частотою 176,1 МГц та третьою гармонікою (528,3 МГц), по закону

$$\beta_z(\tau_0) = \frac{\beta_{z,0}}{1 + A + B\tau_0 + C\tau_0^2 + D\tau_0^3}, \quad (24)$$

що наближається до гіперболічної залежності початкової швидкості від часу вльоту електронів у простір дрейфу [7], як це показано на Рис. 9 для параметрів: $\beta_{z,0} = 0,828$, $A = 0,00670805$, $B = -0,0781966$, $C = -0,00607415$, $D = 0,0126568$, де $\tau_0 = \omega t_0$.

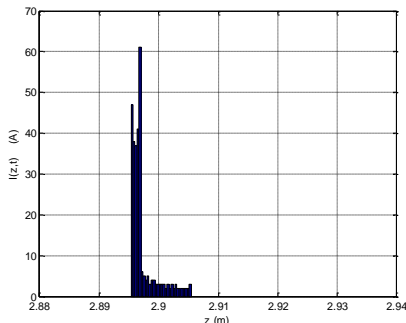


Рис. 9. Розподіл пікового струму в момент досягання максимальної компресії

3.1. КІНЕМАТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ

Якщо не враховувати вплив поля просторового заряду, то піковий струм пучка по мірі гуртування буде змінюватися за законом

$$I(\zeta, \tau_0) = \frac{I(0, \tau_0)}{1 + \zeta \frac{d}{d\tau_0} \frac{1}{\beta_z(\tau_0)}}, \quad (25)$$

де $\zeta = z\omega/c$ безрозмірна повздовжня координата. Відстань, яку пройде пучок до точки максимального стиснення, є

$$\zeta_f = \zeta_0 - \frac{\beta_{z,0}}{B + 2C\tau_0 + 3D\tau_0^2}, \quad (26)$$

де ζ_0 – відхилення від геометричного центра початкового згустка координати диска, що має приведену швидкість $\beta_{z,0}$.

На Рис. 10 зображена гістограма розподілу пікового струму в момент максимального групування в безпосередній близькості до перерізу з координатою $\zeta_f = 2,896 m \frac{\omega}{c}$. Мінімальна ширина стовпчика гісто-

грами – 0,33 мм, що відповідає часовій шпарині 1,355 пс. Із Рис. 9 видно, що ширина на напіввисоті становить близько 1,65 мм.

На Рис. 10-12 зображені розподіли компонент поля просторового заряду в згустках, що рухаються, стискаючись у повздовжньому напрямку, у просторі дрейфу при різних моментах часу.

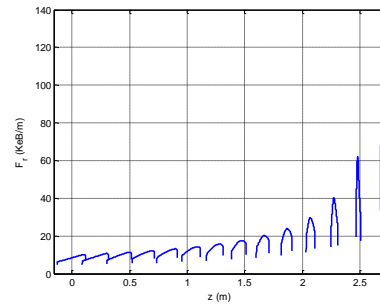


Рис. 10. Розподіл радіальної сили просторового заряду, взятої на С.К.-радіусі дисків, в згустках в просторі дрейфу для різних моментів часу

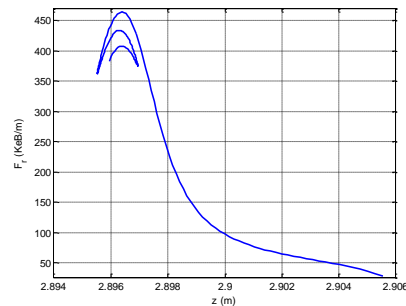


Рис. 11. Розподіл радіальної сили просторового заряду, взятої на С.К.-радіусі дисків, в момент досягання максимальної компресії згустка

Слід зазначити, що неоднозначність значення радіальної сили в зоні максимального групування (див. Рис. 11) обумовлена залежністю її від енергії електронів (див. Рівн. (8)). У момент досягання максимальної компресії електрони з різними енергіями можуть мати однакову повздовжню координату. Це добре видно із (див. Рис. 12), де відображена залежність енергії від координати електронів в межах згустка в момент максимального групування.

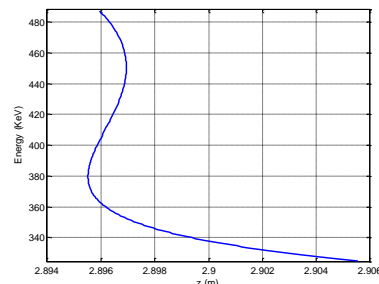


Рис. 12. Розподіл енергії електронів від повздовжньої координати в момент досягання максимальної компресії

3.2. САМОУЗГОДЖЕНА ДИНАМІКА

3.2.1. ВИБІР МАГНІТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОЇДА

Для мінімізації росту поперечного емітансу пучка, що дрейфує (в крайньому разі в тій частині дрейфового простору, де можна вважати згусток ще довгим ($\gamma_0 \sigma_z \gg \sigma_r$)), необхідно виконати умови рівноважного бріллюєнівського потоку, для якого магнітне поле соленоїда задовольняє рівнянню [17]

$$B_z(0, z) = C \mu_0 \frac{I_a}{2\pi\sigma_r} \sqrt{\frac{I(z)}{I_a \beta_0 \gamma_0}}, \quad (27)$$

а пучок на вході простору дрейфу мусить мати мінімальну радіальну розбіжність. Тут множник $C \approx 1$ є поправочний коефіцієнт, що обумовлений кінцевою довжиною пучка і який має бути встановлений чисельним способом; $I_a = 17045$ А.

Як перший крок по знаходженню оптимального повздовжнього профілю магнітного поля, з одного боку, та з метою тестування фізичної моделі, з іншого, проведено розрахунки, що уточнюють величину магнітного поля для попередньо-немодульованого пучка. Результати таких розрахунків представлені на Рис. 13, де приведено залежності С.К.-радіуса пучка для різних значень коефіцієнта C .

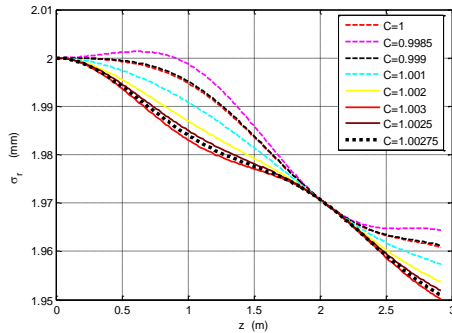


Рис. 13. С.К.-радіус пучка в залежності від повздовжньої координати в просторі дрейфу при різних значень поправочного коефіцієнту C

Із Рис. 13 видно, що магнітне поле (Рівн. (32)) з поправочним коефіцієнтом $C = 1,00275$, що становить $B_{z,0} = 108$ Гс, найбільше задовольняє умовам рівноважного бріллюєнівського потоку на початку дрейфу. За цих умов еволюція С.К.-нормалізованого поперечного емітансу пучка, що дається на Рис. 14, має осциляторний характер на рівні початкового, що добре співпадає з результатами, одержаними в [17].

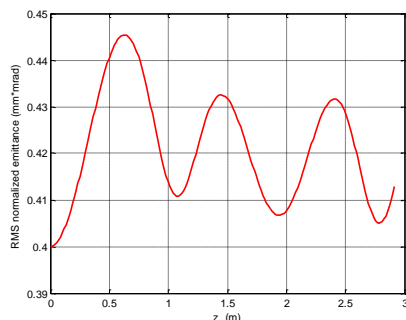


Рис. 14. Еволюція С.К.-нормалізованого поперечного емітансу пучка в просторі дрейфу

3.2.2. ВПЛИВ ПОЛЯ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ ПУЧКА

У даному підрозділі розглянемо результати розрахунку процесу балістичного гуртування попередньо-модульованого по швидкості пучка, Рівн. (24), з врахування самоузгодженої взаємодії з власним полем просторового заряду. На Рис. 15 показано розподіл пікового струму в згустках у просторі дрейфу для різних моментів часу. Мінімальна ширина стовпчика в цій гістограмі таж сама, що на Рис. 9.

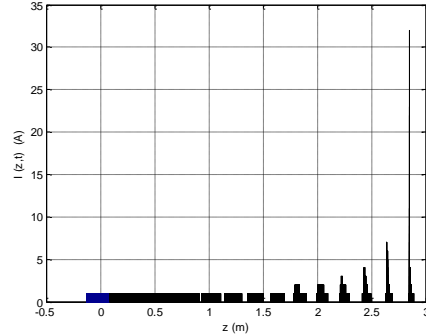


Рис. 15. Розподіл пікового струму в згустках у просторі дрейфу для різних моментів часу

На Рис. 16 зображено розподіл пікового струму в момент, коли очікується максимальне гуртування.

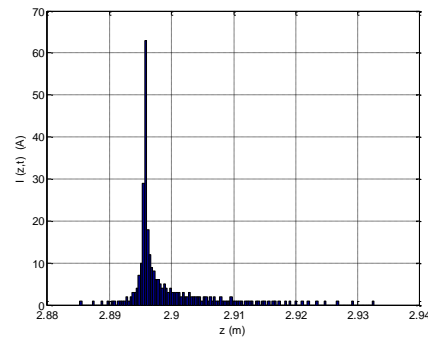


Рис. 16. Розподіл пікового струму в момент досягання максимальної компресії згустка

Слід зазначити, що не зважаючи на те, що із-за постійної дії повздовжнього поля просторового заряду при дрейфу, «хвости» згустка значно подовшали, як це видно із порівняння Рис. 9 і 16, все ж можна також спостерігати і значне скорочення довжини згустка на напіввисоті з 1,65 мм (див. Рис. 9) до 0,33 мм (див. Рис. 16).

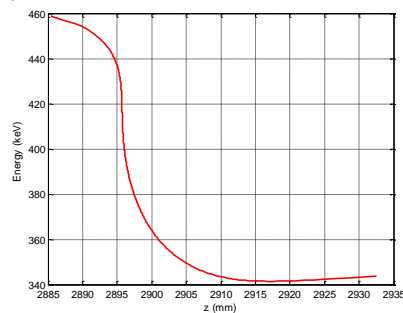


Рис. 17. Розподіл енергії електронів від повздовжньої координати в момент досягання максимальної компресії

Як і слід було очікувати, із-за дії повздовжнього поля не відбувається обгона дисків. Це добре видно із наступного рисунка, де відображено залежність

енергії від координати електронів в межах згустка в момент максимального гуртування.

Неочікуване п'ятикратне скорочення довжини згустка на напіввисоті (див. Рис. 16) у порівнянні з кінематичним приближенням (див. Рис. 9) можна пояснити значним розширенням поперечного розміру дисків, показаного нижче на Рис. 18. Це призвело до зниження зарядової щільності пучка в цій області і, як наслідок, до зниження повздовжнього поля розштовхування дисків.

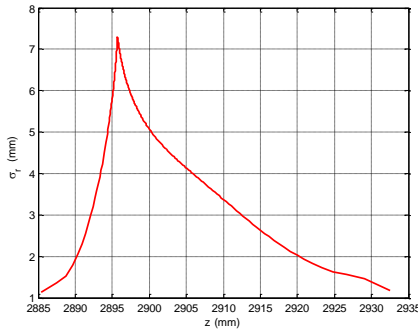


Рис. 18. Розподіл С.К.-радіуса дисків у продовж згустка в момент досягання максимальної компресії

Трансформацію розподілу сил просторового заряду в момент досягання максимальної компресії показано на Рис. 19, 20.

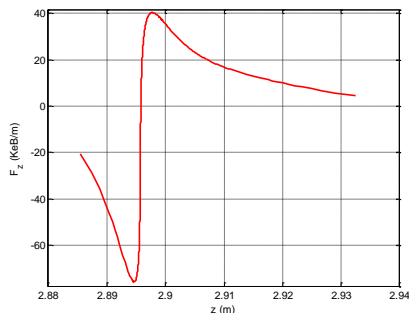


Рис. 19. Розподіл повздовжньої сили просторового заряду в момент досягання максимальної компресії

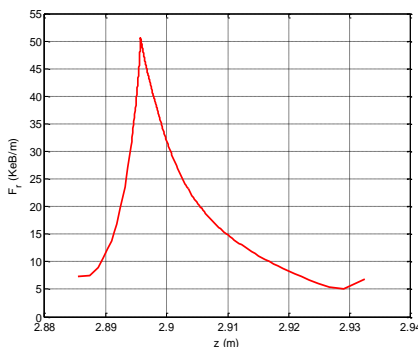


Рис. 20. Розподіл радіальної сили просторового заряду в момент максимальної компресії згустка

Наступні Рис. 21, 22 демонструють еволюцію впродовж дрейфу статистичних параметрів пучка, таких як, С.К.-значення радіуса та нормалізованого поперечного емітансу.

Ріст нормалізованого поперечного емітансу пучка у просторі дрейфу, що спостерігається на Рис. 22, починаючи з позначки 2 м, може бути наслідком дії двох факторів. З однієї сторони, з цього місця швидко починає зростати неоднорідність радіальної сили просторового заряду, що призводить до несинхронного розвертання різних частин згустка (дисків) у

фазовій площині (σ'_r, σ_r) і, тим самим, до зросту ефективного емітансу. З іншої сторони, з позначки 2 м у просторі дрейфу починає також швидко збільшуватися радіус пучка, як це видно із Рис. 21. Це може призводити також до росту корельованого поперечного емітансу за рахунок зв'язку його з повздовжнім емітансом [15].

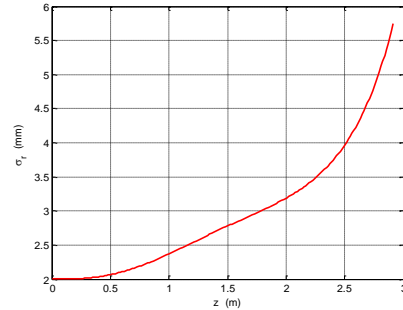


Рис. 21. С.К.-радіус пучка в просторі дрейфу

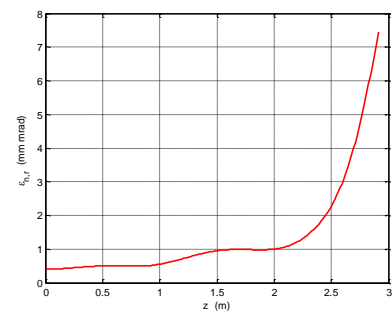


Рис. 22. С.К.-нормалізований поперечний емітанс пучка в просторі дрейфу

Оцінки показали, що поперечний емітанс, корельований з повздовжнім, зростає як $\sim \sigma_r^4$. Тому, щоб виключити цей механізм зросту поперечного емітансу, мусимо оптимізувати профіль магнітного поля таким чином, щоб радіус пучка залишався на рівні початкового.

ВИСНОВКИ

Розвинуто мультидисківий метод розрахунку взаємодії електронного пучка з власним полем просторового заряду, що на відміну від аналогічних підходів, запропонованих раніше, враховує можливість реалізації не тільки неоднорідної по згустку погонної щільності заряду, але й допускає її трансформацію в просторі дрейфу.

Розвинутий підхід не потребує умови малості міждисківого енергетичного розкиду, що знімає обмеження на величину поля, яке модулює пучок по швидкості перед його інжекцією в простір дрейфу.

Мультидисківий метод дозволяє розраховувати самоузгоджену динаміку балістичного гуртування пучка і досліджувати умови максимального стискання згустків та фактори, що їх обмежують, а також проводити оптимізацію повздовжнього профілю зовнішнього магнітного поля з метою досягнення мінімального нормалізованого ефективного поперечного емітансу.

Автори висловлюють подяку Стокгольм-Уппсальському центру досліджень з лазерів на вільних електронах (Stockholm-Uppsala Centre for Free Electron Laser Research), а також Шведській науковій раді (Swedish Research Council) за підтримку даних досліджень.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. J. Andruszkow et al. First Observation of Self-Amplified Spontaneous Emission in a Free-Electron Laser at 109 nm Wavelength // *PRL*. 2000, v. 85, № 18, p. 3825-3829.
2. J. Arthur et al. Linac Coherent Light Source (LCLS) Conceptual Design Report // *SLAC-R-593*. April 2002, UC-414, 554 p.
3. The European X-Ray Free-Electron Laser. Technical design report // by editors Massimo Altarelli, et al. DESY 2006-097. July 2007, 630 p.
4. F. Sannibale et al. Status, plans and recent results from the APEX project at LBNL // *Proceedings of FEL2015*. 2015, Daejeon, Korea. p. 81-84.
5. K. Togaw et al. CeB6 electron gun for low-emittance injector // *Phys. Rev. STAB*. 2007, v. 10, p. 020703-10.
6. Tsumoru Shintake et al. Stable operation of a self-amplified spontaneous-emission free-electron laser in the extremely ultraviolet region // *Phys. Rev. STAB*. 2009, v. 12, p. 070701-12.
7. A. Opanasenko, V. Myrochenko, P. Salen, V. Zhaunerchuk, V.A. Goryashko. Fundamental limits of ballistic bunching of high-brightness electron beams // *Proceedings of IPAC2014*. Dresden, Germany. (MOPRO091), 2014, p. 304-306.
8. V.A. Goryashko, A. Opanasenko, V. Zhaunerchuk. A Swedish compact linac-based THz/X-ray source at FREIA // *Proceedings of FEL2014*. Basel, Switzerland TUP079, 2014, p. 545-548.
9. B.E. Carlsten. New photoelectric injector design for the Los Alamos National Laboratory XUV FEL accelerator // *NIM*. 1989, v. A 285, p. 313-319
10. M. Ferrario, J.E. Clendenin, D.T. Palmer, J.B. Rosenzweig, L. Serafini. HOMDYN Study for the LCLS RF Photo-Injector // *SLAC-PUB-8400*, March 2000, LCLS-TN-00-04, LNF-00/004, p. 1-31.
11. I.M. Kapchinskij and V.V. Vladimirkij. Limitations for proton beam current in a strong focusing linear accelerator associated with the beam space-charge // *Proc. Int. Conf. on High Energy Accelerators and Instrumentation*. CERN, 1959, p. 274.
12. P.M. Lapostole. Possible Emittance Increase Through Filamentation Due to Space Charge in continuous beams // *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 1971, NS-18, p. 1101.
13. P. Sacherer. RMS Envelope Equations with space charge // *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 1971, NS-18, p. 1105.
14. Massimo Ferrario. Accelerator physics: basic principles on beam focusing and transport // *SPARC-BD-12/01*. 2012, p. 1-23.
15. Klaus Floettmann. Some basic features of the beam emittance // *Phys. Rev. STAB*. 2003, v. 6, p. 034202-7.
16. Дж. Джексон. *Класична електродинаміка*. М.: "Міп", 1965, 702 с.
17. L. Serafini, J.B. Rosenzweig. Envelope analysis of intense relativistic quasilaminar beams in rf photoinjectors: A theory of emittance compensation // *Phys. Rev. E*. 1997, v. 55, № 6, p. 7565-7590.

Стаття поступила в редакцію 22.02.2018

МУЛЬТИДИСКОВАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГРУППИРОВАНИЯ НИЗКОЭМИТАНСНЫХ ПУЧКОВ

А.М. Опанасенко, В.А. Горяшко

При баллистическом группировании электронного пучка неоднородность вдоль сгустка поперечной компоненты поля пространственного заряда существенно увеличивается, что может привести к росту поперечного эмитанса, если не будет задействован специальный способ его компенсации. Для исследования этой проблемы развита мультисlice модель сгустка релятивистских заряженных частиц, не требующая условия малости междискового энергетического разброса. Это снимает ограничения на величину поля, модулирующего пучок по скорости перед его инжекцией в дрейфовое пространство. Поперечные характеристики динамики сгустка мы находим из решения дифференциального уравнения для среднеквадратичного размера огибающей пучка.

MULTISLICE MODEL OF ELECTRON BUNCH FOR STUDY OF BALLISTIC BUNCHING OF LOW EMITTANCE BEAMS

A.M. Opanasenko, V.A. Goryashko

At ballistic bunching of an electron beam the transverse distribution of space-charge field varies along bunch greatly. It can lead to emittance growth unless to provide its compensation. To study this problem, a multislice model of a bunch of relativistic charged particles that needs no smallness of energy spread between slices are developed. This removes the limit on the value of the field modulating velocity of the slices before injection into a drift space. Transverse beam characteristics are found from a differential equation for root-mean-square of the beam envelope.