

## РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПОДЪЕМНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА МЕТОДОМ КОНФОРМНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

*З використанням методу конформних перетворень отримано розрахунковий вираз для визначення напруженості магнітного поля у робочій зоні круглого підйомного електромагніта. Запропонований вираз дозволяє здійснювати розрахунок поля в будь-якій точці вихідної області в явному вигляді по координатах цієї точки.*

*С использованием метода конформных преобразований получено расчетное выражение для определения напряженности магнитного поля в рабочей зоне круглого грузоподъемного электромагнита. Предложенное выражение позволяет осуществлять расчет поля в любой точке исходной области в явном виде по координатам этой точки.*

### ВВЕДЕНИЕ

При проектировании подъемных электромагнитов возникает необходимость количественной оценки интенсивности магнитного поля в рабочей зоне с целью выбора таких параметров, которые позволяют создавать требуемое значение напряженности при минимальных затратах. Эффективным инструментом для быстрой оценки характеристик электромагнитов с необходимой для практических целей точностью служат математические модели, построенные на основе расчета двумерных магнитных полей с использованием метода конформных преобразований [1-3].

Главное ограничение при использовании метода конформных преобразований состоит в том, что в большинстве задач границы поля должны быть приняты или имеющими бесконечную магнитную проницаемость, или совпадающими с линиями потока, или представляющими собой комбинацию этих двух типов границ [2-4]. Также вводятся некоторые другие принятые в инженерной практике расчетов электромагнитов допущения [5-8]: отсутствие влияния геометрии намагничивающих катушек на распределение поля в рабочей области; бесконечно малая толщина полюсных наконечников электромагнитных систем.

Целью данной статьи является получение аналитического выражения, с помощью которого может быть выполнен расчет напряженности магнитного поля в рабочей зоне круглого подъемного электромагнита.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТНОЙ ОБЛАСТИ

При построении круглых (тороидальных плоских) подъемных электромагнитов широкое применение нашла двухполюсная (или трехполюсная) структура. Эскиз такой структуры приведен на рис. 1, где приняты следующие обозначения:  $d$  – диаметр центрального полюса (сердечника);  $\delta$  – межполюсный зазор (равен ширине намагничивающей обмотки);  $D$  – диаметр диска;  $h$  – высота обмотки намагничивания;  $h_1$  – высота магнитопровода. Для двухполюсной конструкции (рис. 1) можно ввести в рассмотрение следующие критерии геометрического подобия:  $D/d=X_1$ ;  $\delta/d=X_2$ ;  $y/d=X_3$ , интервалы варьирования которых, представляющие практический интерес и имеющие место в реальных электромагнитных системах, находятся в пределах:  $X_1=D/d=3\dots 5$ ;  $X_2=\delta/d=0,5\dots 1,2$ ;  $X_3=y/d=0,1\dots 1,0$ .

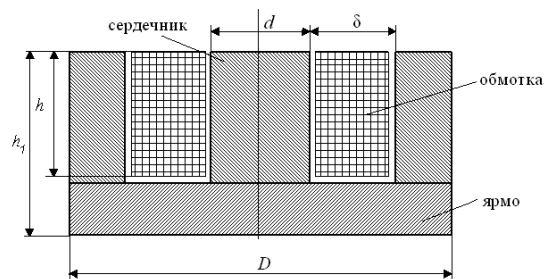


Рис. 1. Эскиз двухполюсной электромагнитной системы круглого подъемного электромагнита

Магнитное поле в рабочей зоне двухполюсной электромагнитной системы круглого подъемного электромагнита (рис. 1) имеет явный трехмерный характер. Поэтому результаты расчета, полученные методом конформных преобразований для двумерного магнитного поля, должны быть скорректированы соответствующим коэффициентом, учитывающим реальную трехмерность поля.

Расчетная область для двухполюсной структуры согласно рис. 1 будет представлять собой плоскопараллельную систему трех бесконечно длинных эквипотенциальных пластин конечной ширины (рис. 2). Наружние пластины соответствуют наружным полюсам исходной системы, они равнополярны и противоположны полярности центральной пластины (трехполюлярная система). Разность магнитных потенциалов между ними  $2U_0$ . Линии воздушного зазора  $BC$  и  $FK$  (рис. 2) с достаточной степенью точности можно считать силовыми линиями поля [9]. Мнимая ось  $Oy$  в исходной плоскости  $Z$  (рис. 2), проходящая через середину центрального полюса, с учетом принятого допущения о бесконечной проницаемости стали полюсов, является силовой линией. Отметим также, что для рассматриваемой области (рис. 2) ее половина является зеркально симметричной и представляет собой, как будет показано ниже, новый вариант расчетной области рассматриваемого устройства.

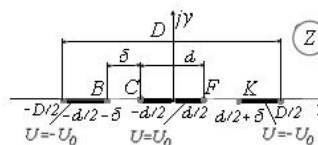


Рис. 2. Математическая модель расчетной области

## РАСЧЕТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

### ДЛЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Преобразуем исходную систему пластин-поллюсов (рис. 2), произведя масштабное уменьшение ее геометрии делением на размер  $d/2$ , что позволяет перейти от переменной  $Z=x+jy$  к переменной  $Z_1=x_1+jy_1$

$$Z_1 = 2 \cdot Z/d. \quad (1)$$

В результате такого масштабирования получается система пластин-поллюсов, изображенная на рис. 3,а. Напряженность магнитного поля в системе полюсов-пластин, изображенной на рис. 3,а, связана с напряженностью магнитного поля в системе полюсов, изображенной на рис. 2, соотношением

$$H_Z = H_{Z_1} \frac{dZ_1}{dZ}, \quad (2)$$

что, с учетом (1), позволяет записать

$$H_Z = 2 \cdot H_{Z_1}/d. \quad (3)$$

Далее, принимая во внимание, что половины области  $Z_1$  являются зеркально симметричными, выполним преобразование половины  $E_1F_1K_1L_1$  этой области, представляющей собой систему двух пластин разной ширины, на систему двух пластин  $E_1F_1$  и  $K_1L_1$  равной ширины, симметричных относительно вертикальной оси в плоскости  $t$  (рис. 3,б), используя преобразование [10],

$$t = p \cdot Z_1^2 / (Z_1^2 + c) - 1/k, \quad (4)$$

где

$$p = \frac{2(1+c)(\alpha+c)}{c(\alpha-1)}, \quad (5)$$

$$c = \frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta\alpha(1-\beta+\alpha)}}{1-\beta+\alpha}, \quad (6)$$

$$k = \frac{c(\alpha-1)}{2\alpha+c(\alpha+1)}, \quad (7)$$

$$\beta = (D/d)^2 = X_1^2, \quad \alpha = (1+2\delta/d)^2 = (1+2X_2)^2. \quad (8)$$

При этом вертикальная мнимая ось  $Oy_1$  в плоскости  $Z_1$  преобразуется на участок  $(-1/k; -\infty)$  вещественной оси в плоскости  $t$ .

Далее систему двух симметричных пластин отображаем на систему двух противоположащих пластин с однородным полем между ними напряженностью  $H_w = 2U_0/\Delta = U_0$  (рис. 3,в). Указанное преобразование осуществляется функцией эллиптического синуса (функция Якоби) [3]

$$T = sn(2K(k) \cdot W, k), \quad (9)$$

содержащем в себе полный эллиптический интеграл первого рода  $K(k)$  с модулем  $k$ .

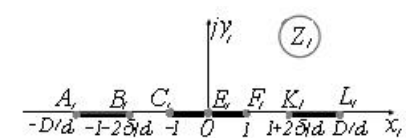
Для получения напряженности магнитного поля в области  $Z$  необходимо записать следующую цепочку преобразований

$$H_Z = H_w \frac{dW}{dt} \frac{dt}{dz_1} \frac{dz_1}{dz}. \quad (10)$$

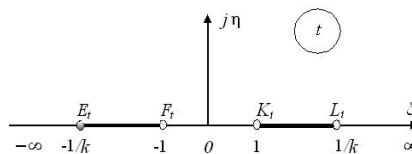
С учетом (3), (4) и (9) выражение (10) приводит к виду

$$H_Z = 4cpZ_1U_0 \left( K(k)d(Z_1^2+c)^2 \sqrt{1-t^2} \sqrt{1-k^2t^2} \right)^{-1}, \quad (11)$$

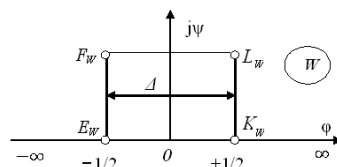
где связь между координатами  $Z_1=x_1+jy_1$  и  $t=\xi+j\eta$  определяется помощью выражений (4) – (8).



а



б



в

Рис. 3. Этапы конформных отображений исходной области (рис. 2): а) масштабирование; б) преобразование в систему двух симметричных полюсов-пластин; в) отображение на внутренность прямоугольника с однородным полем

Таким образом, получено достаточно простое расчетное выражение для определения напряженности  $H_Z$  магнитного поля в исходной плоскопараллельной системе трех пластин-поллюсов (рис. 2).

### ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ ПОЛУЧЕННОГО РАСЧЕТНОГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ ЕГО ТРЕХМЕРНОСТИ

Расчетное выражение (11) для напряженности  $H_Z$  получено при допущении о плоскопараллельности поля. Поэтому, как указывалось выше, результаты расчетов необходимо скорректировать специальным коэффициентом  $k_\delta$  учитывающим трехмерный характер поля.

В качестве коэффициента трехмерности предлагается использовать отношение напряженностей магнитного поля в одноименных точках, расположенных на оси симметрии кругового витка с током и двухпроводной линии, на расстоянии  $y$  до плоскости витка и двухпроводной линии, которое равно [11]

$$k_\delta = \frac{\pi}{2\sqrt{1+(2\frac{y}{D})^2}}. \quad (12)$$

С учетом коэффициента  $k_\delta$  можно записать уточненное расчетное выражение для напряженности поля  $H_{Z\delta}$  в рабочей зоне двухполлюсной системы (рис. 2)

$$H_{Z\delta} = \frac{2U_0\pi}{K(k)d} \frac{1}{\sqrt{1+(2\frac{y}{D})^2} \sqrt{1-t^2} \sqrt{1-k^2t^2}} \frac{cpZ_1}{(Z_1^2+c)^2}. \quad (13)$$

Экспериментальная проверка полученного выражения (13) была выполнена на натурном образце двухполлюсного круглого грузоподъемного электромагнита типа ЕМВ-47. В табл. 1 приведены результаты расчетов напряженности поля для двухполлюсных структур по формуле (13) для точек, расположенных над серединой центрального полюса, в сравнении с экспериментальными данными.

Таблица 1  
Результаты расчета напряженности поля по формуле (13)  
и оценка погрешности расчетов в сравнении  
с экспериментальными данными

$y_0$ , мм	$y/d$	Напряженность, А/м		Погрешность, %
		по формуле (13)	эксперимент	
50	0,116	158 560	159000	0,27
100	0,23	143 000	135 000	-5,9
150	0,35	121 700	117 000	-4,0
200	0,46	101 830	98 000	-3,9
250	0,58	82 300	88 000	6,5
300	0,7	65 800	61 000	-7,8

Магнитная индукция  $B$  измерялась в характерных точках посередине центрального полюса на расстояниях  $y$  от его поверхности, равных: 0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,3 м. Для измерения магнитной индукции использовался измерительный комплекс, состоящий из теслаамперметра Ф4354/1, усилителя постоянного тока Ф115/В-2 и цифрового вольтметра. Такой измерительный комплекс позволял измерять магнитную индукцию в рабочей зоне с основной погрешностью не более  $\pm 1,5\%$  [12]. Напряженность поля  $H$  в характерных точках рабочей зоны натурального образца определялась по измеренным значениям магнитной индукции  $B$  как  $H=B/\mu_0$ , где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м.

Как видно из табл. 1, в диапазоне  $y/d=0,11\dots 0,7$  погрешности расчетов с учетом коэффициента  $k_\delta$  составляют  $(-7,8\dots +6,5)\%$ , что является приемлемым результатом, т.к. формула (13) не учитывает влияния высоты обмотки намагничивания  $h$  и общей высоты магнитопровода  $h_1$ .

## ВЫВОДЫ

Расчетное соотношение (13) для двухполюсных структур, учитывающее трехмерность магнитного поля, может быть рекомендовано для предварительных проектных расчетов круглых подъемных электромагнитов. Корректность полученного расчетного выражения подтверждена сравнением результатов расчета с экспериментальными данными для промышленных подъемных электромагнитов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Загирняк М.В. Магнитные сепараторы. Проблемы проектирования: Монография / М.В. Загирняк, Ю.А. Бранспиз, И.А. Шведчикова / Под ред. М.В. Загирняка. – К.: Техніка, 2011. – 224 с.
- Загирняк М.В. Электромагнитные расчеты / М.В. Загирняк. – К.: ИСИО, 1995. – 204 с.
- M. Zagirnyak, Yu. Branspiz, I. Shvedchikova "Using a conformal mapping method for calculation of a multipolar system magnetic field", *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, No. 7b, 2012, pp.98-102.
- Бинс К. Анализ и расчет электрических и магнитных полей / К.Бинс, П. Лауренсон. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.
- Бранспиз Ю.А. Упрощенный расчет магнитного поля в рабочей зоне Ш-образного электромагнита: Практика применения метода конформного отображения к расчету электротехнических устройств / Ю.А. Бранспиз, Е.Ю. Поляченко. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 40 с.
- M.V. Zagirnyak, R.M. Pai, S.A. Nasar, Yu.A. Branspiz "Forces in Pulley-Type Electromagnetic Separators", *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 22, No.1, 1985, pp. 63-67.
- M.R. Smolkin, R.D. Smolkin, E.R. Smolkin "Analysis of Magnetic Fields and Circuits in Separators With Plane-Parallel and Plane-Meridian Symmetry", *IEEE Transactions On Magnetism*, vol. 44, No. 8, August 2008, pp.1990-2001.

8. E. Matagne, G. Cividyan, V. Kluyskens "Exact Expression of Corner Reluctances in a Magnetic Circuit of Rectangular Section", *Computer Field Models of Electromagnetic Devices*, 2010, pp. 136-143.

9. Долинский Ю.М. К расчету втяжных электромагнитов / Ю.М. Долинский // Вестник Харьковского политехнического института. – 1968. – № 28 (76). – С. 56-62.

10. R.D. Smolkin, "Calculation of Magnetic Field Strength and Electromagnetic Ponderomotive Force of Separators", *IEEE Transactions On Magnetism*, vol. 38, No. 3, May 2002, pp.1528-1533.

11. Загирняк М.В. Расчет рациональных параметров круглых подъемных электромагнитов / М.В. Загирняк, Ф.Р. Хабимана, Ю.А. Бранспиз // Вестник Восточноукраинского государственного университета. Серия "Транспорт". – 1996. – С. 250-257.

12. Карташян В.О. Усовершенствованный теслаамперметр А 4354/1 для исследования постоянных магнитных полей / В.О. Карташян, А.П. Нестеренко, М.В. Загирняк// Приборы и техника эксперимента. – 1975. – №1. – С. 239-240.

- Bibliography (transliterated):** 1. Zagirnyak M.V. Magnitnye separatory. Problemy proektirovaniya: Monografiya / M.V. Zagirnyak, Yu.A. Branspiz, I.A. Shvedchikova / Pod red. M.V. Zagirnyaka. - K.: Tehnika, 2011. - 224 s. 2. Zagirnyak M.V. `Elektromagnitnye raschety / M.V. Zagirnyak. - K.: ISIO, 1995. - 204 s. 3. M. Zagirnyak, Yu. Branspiz, I. Shvedchikova "Using a conformal mapping method for calculation of a multipolar system magnetic field", *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, No. 7b, 2012, pp.98-102. 4. Bins K. Analiz i raschet `elektricheskikh i magnitnykh polej / K.Bins, P. Laureson. - M.: `Energiya, 1970. - 376 s. 5. Branspiz Yu.A. Uproschennyj raschet magnitnogo polya v rabochej zone Sh-obraznogo `elektromagnita: Praktika primeneniya metoda konformnogo otobrazheniya k raschetu `elektrotehnicheskikh ustrojstv / Yu.A. Branspiz, E.Yu. Polyachenko. - Lugansk: Izd-vo VUGU, 1999. - 40 s. 6. M.V. Zagirnyak, R.M. Pai, S.A. Nasar, Yu.A. Branspiz "Forces in Pulley-Type Electromagnetic Separators", *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 22, No.1, 1985, pp. 63-67. 7. M.R. Smolkin, R.D. Smolkin, E.R. Smolkin "Analysis of Magnetic Fields and Circuits in Separators With Plane-Parallel and Plane-Meridian Symmetry", *IEEE Transactions On Magnetism*, vol. 44, No. 8, August 2008, pp.1990-2001. 8. E. Matagne, G. Cividyan, V. Kluyskens "Exact Expression of Corner Reluctances in a Magnetic Circuit of Rectangular Section", *Computer Field Models of Electromagnetic Devices*, 2010, pp. 136-143. 9. Dolinskij Yu.M. K raschetu vtyazhnyh `elektromagnitov / Yu.M. Dolinskij // Vestnik Har'kovskogo politehnicheskogo instituta. - 1968. - № 28 (76). - S. 56-62. 10. R.D. Smolkin, "Calculation of Magnetic Field Strength and Electromagnetic Ponderomotive Force of Separators", *IEEE Transactions On Magnetism*, vol. 38, No. 3, May 2002, pp.1528-1533. 11. Zagirnyak M.V. Raschet racional'nykh parametrov kruglykh pod'emnyh `elektromagnitov / M.V. Zagirnyak, F.R. Habimana, Yu.A. Branspiz // Vestnik Vostochnoukrainskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya "Transport". - 1996. - S. 250-257. 12. Kartashyan V.O. Usovshshstvomannyj tesloampermetr A 4354/1 dlya issledovaniya postoyannykh magnitnykh polej / V.O. Kartashyan, A.P. Nesterenko, M.V. Zagirnyak// Pribory i tehnika `eksperimenta. - 1975. - №1. - S. 239-240.

Поступила 24.10.2012

Шведчикова Ирина Алексеевна, д.т.н., доц.

Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля  
кафедра "Приборы"  
91034, Луганск, кв. Молодежный, 20а  
тел. (0642) 417120, e-mail: ishved@i.ua

Shvedchikova I.A.

### Calculation of a lifting electromagnet magnetic field via a conformal mapping method.

A conformal mapping method has been used to obtain a design formula for magnetic field strength in the operating area of a round lifting electromagnet. The expression introduced allows explicitly computing the field at any point of the initial area according to the coordinates of the point.

**Key words** – conformal mapping, magnetic field strength, design formula, lifting electromagnet.