УДК 62-50, 519.81

МЕТОД α, β-КОАЛІЦІЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПОГОДЖЕНОСТІ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

Л.О. КОРШЕВНЮК, П.І. БІДЮК

Запропоновано метод аналізу погодженості експертних оцінок, що полягає у виявленні груп експертів зі схожими погодженими думками (тобто коаліцій), та у видаленні з подальшого врахування оцінок експертів, які входять до складу несуттєвих коаліцій. При цьому коефіцієнт α визначає об'єднання експертів у коаліції за значеннями їх оцінок, а β — належність коаліцій до суттєвих чи несуттєвих. Описаний метод відрізняється від відомих вищою якістю отриманого результату та прозорістю і невисокою складністю обчислювальної процедури. Наведено приклад застосування методу.

ВСТУП

При розв'язанні багатьох сучасних задач системного аналізу, прийняття рішень, моделювання і прогнозування в економічних, екологічних, соціальних та біологічних системах стикаються із домінуванням невизначеної, неповної та нечіткої інформації. Відсутність повноцінних даних і обмежень призводить до залучення експертів та спричиняє суттєве піднесення їх ролі у ефективному розв'язанні прикладних задач. Після Другої світової війни з'явились і почали розвиватись методи експертних оцінок — методи організації роботи із спеціалістами-експертами та обробки думок експертів, що виражені в кількісному або якісному вигляді, задля підготовки рішень для ОПР (осіб, що приймають рішення) [1, 2]. Огляд методів експертних оцінок та рекомендацій щодо їх застосування наведено у роботі [2].

Необхідно зазначити, що для певного кола слабо структурованих і слабо формалізуємих задач застосування експертних оцінок постає єдиним способом їх ефективного розв'язання [1–3].

Аналіз проблеми. Вважається, що рішення може бути прийняте тільки на основі погоджених думок експертів [2,4,5]. Нерідко для перевірки погодженості експертних оцінок використовуються методи визначення коефіцієнтів конкордації Кендала та рангової кореляції Спірмена [4,5]. Коефіцієнт конкордації Кендала для n об'єктів, що оцінюються, та m експертів розраховується за формулою [5]

$$W = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{m} R_{ij} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2 , \qquad (1)$$

де R_{ij} — ранг i-го об'єкта, наданий j-м експертом. За наявності в'язок, тобто однакових значень рангів, коефіцієнт конкордаціії Кендала (1) набуває вигляду [5]

$$W = \frac{1}{\frac{1}{12} m^2(n^3 - n) - m\sum_{j=1}^{m} T_j} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{m} R_{ij} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2 , \qquad (2)$$

$$T_j = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{L_j} \left(n_i^3 - n_i \right),$$

де L_j — кількість в'язок; n_i — кількість елементів в i-й в'язці для j-го експерта.

Коефіцієнт конкордації Кендала W (1), (2) може приймати значення з інтервалу $[0,1]$. При цьому $W = 0$ означає повну непогодженість оцінок експертів, а $W = 1$, відповідно, означає наявність повної погодженості думок експертів.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена може бути застосований для визначення погодженості оцінок двох експертів для n об'єктів, що аналізуються, та розраховується за формулою

$$p = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^{n} (R_{i1} - R_{i2})^2 , \qquad (3)$$

де R_{i1} та R_{i2} — ранги i-го об'єкта, які надані йому першим та другим експертом відповідно.

Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена p (3) може приймати значення з інтервалу $[-1,1]$. При цьому $p = 0$ означає непогодженість оцінок експертів.

Однак наявність погодженості оцінок експертів, що визначена за такими методами, означає лише відхилення гіпотези про незалежність експертних оцінок на множині всіх оцінок. Перевірка погодженості у зазначеному статистичному змісті не є перевіркою з точки зору практики експертних оцінок і не відповідає логіко-смисловій коректності їх аналізу [2, 4].

Необхідно зазначити, що в практичних задачах часто намагаються штучно досягти повної погодженості експертних оцінок, для чого вдаються до зменшення впливу оцінок експертів-дисидентів, оцінки яких відрізняються від оцінок більшості [2, 4]. Жорсткий метод боротьби з дисидентами полягає у неврахуванні їх оцінок при розв'язанні задачі, тобто у фактичному видаленні цих експертів з експертної групи. Одним із поширених підходів є видалення не тільки крайніх оцінок, тобто оцінок з мінімальним та максимальним значеннями, а й усіх, що не належать до більшості. Проте, у такому разі можуть бути відсіяними оцінки некваліфікованих експертів, які увійшли до експертної групи через непорозуміння або не маючи відповідного професійного рівня, та найбільш неординарні експерти, які глибше збагнули проблему, ніж більшість. Таке відбраковування оцінок, та, взагалі, результатів спостережень, що різко виділяються, як показано у роботі [6], може призвести до процедур з поганими або невідомими статистичними властивостями.

М'який метод боротьби з оцінками експертів-дисидентів полягає у застосуванні стійких статистичних процедур при агрегуванні оцінок. Наприклад, оцінка, що різко виділяється, суттєво впливає на середнє арифметичне оцінок та не впливає на їх медіану. Тому як погоджену думку експертів, тобто агреговану оцінку, можна розглядати медіану.

Передумова, що рішення може бути прийняте тільки за повної погодженості думок експертів, не відповідає реальним прикладним задачам. На практиці часто спостерігаються ситуації, коли експерти поділяються на дві чи більше груп, які мають спільні групові точки зору. У таких ситуаціях фактично виявляється відсутність єдності думок всіх експертів. Так, у роботі [7] наведено приклад поділу експертів при оцінюванні результатів науково-дослідних робіт на дві групи: «теоретиків», які явно надають перевагу роботам, де отримані теоретичні результати, і «практиків», які обирають ті роботи, що надають можливість отримувати безпосередні прикладні результати (на конкурсі науково-дослідних робіт в Інституті проблем управління РАН). У роботах [3, 7] пропонуються підходи до аналізу погодженості експертних оцінок через виявлення груп експертів з близькими думками.

Зрозуміло, що прагнення забезпечити повну погодженість експертних оцінок за будь-якої ціни може спричиняти свідомий однобічний підбір експертів, ігнорування всіх точок зору, окрім однієї, яка найбільше подобається та є найбільш вигідною організаторові процесу розв'язання проблеми.

Необхідно зазначити, що в багатьох практичних задачах експертною групою постає група ОПР і складається вона для вирішення деяких питань або розв'язання важливих проблем, виходячи з посад осіб, їх положення тощо. У таких ситуаціях переформування експертної групи або залучення додаткових спеціалістів часто неможливо. Тому за таких умов методи аналізу погодженості оцінок, які передбачають створення нової експертної групи в разі відсутності погодженості думок, є неприйнятними.

Таким чином, для успішного розв'язання задач із застосуванням апарату експертних оцінок необхідно розробити підхід до аналізу погодженості експертних оцінок, при використанні якого не передбачається забезпечення повної погодженості думок експертів, а здійснюється аналіз реальної ситуації у розподілі оцінок, і, виходячи із результатів такого аналізу, враховуються погоджені групові оцінки для знаходження консенсусної думки.

Постановка задачі. Нехай є множина об'єктів $\mathbf{O} = \{O_i\}$, $i = \overline{1, n}$. Сформована експертна група $\mathbf{D} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, k}$. Групою $\mathbf{D} = \{D_t\}$ колегіально чи її керівником (особою, відповідальною за прийняте рішення) задаються та нормуються вагові коефіцієнти $V_t^{\text{норм}}$, $\sum_{t=1}^{k} V_t^{\text{норм}} = 1$ для експертів D_t, $t = \overline{1, k}$. Для кожного експерта D_t є вектор $\mathbf{A}^D = \{A_{it}^D\}$, $i = \overline{1, n}$ його оцінок об'єктів O_i, $i = \overline{1, n}$. Усі векторні експертні оцінки об'єктів складають множину $\mathbf{A}^D = \{A_t^D\}$, $t = \overline{1, k}$. Необхідно розробити практично прийнятний метод аналізу погодженості експертних оцінок.

Розв'язок задачі. Метод α, β-коаліцій для аналізу погодженості експертних оцінок. У загальному випадку підхід до аналізу і формування погоджених експертних оцінок складається з таких етапів [3]:

1. Введення метрики. На множині експертних оцінок визначається відношення, за яким для будь-якої пари оцінок можна встановити міру їх розрізнення.

2. Введення функціоналу якості, який дозволяє визначити вагу оцінки. Вага оцінки тим більша, чим більш достовірною і обґрунтованою вона є з погляду організаторів експертного оцінювання.

3. Груповий аналіз оцінок. Виділення на множині груп оцінок, близьких одна до одної, — кластерів, які використовуються для пошуку найбільш погодженої думки експертів відповідної групи. Для цього для кожного кластеру виконують

- знаходження «центру» групи, наприклад, медіани — значення оцінки, яке є у найменшій мірі віддаленим від усіх інших оцінок у відповідному кластері за метрикою з п.1;
- визначення довірчої множини, що складається з оцінок, найменш віддалених від центру «групи», та мають найбільшу вагу (функціонал якості).

4. Аналіз погодженості думок. У результаті аналізу погодженості думок приходять до підсумкової погодженої оцінки об'єкту.

Пропонується метод аналізу і вибору погоджених експертних оцінок, який будемо називати *методом α, β-коаліцій*. Суть його полягає у виявленні груп експертів зі схожими погодженими думками, тобто коаліцій, та у видаленні з подальшого врахування оцінок експертів, які входять до складу несуттєвих коаліцій [8]. При цьому коефіцієнт α визначає об'єднання експертів у коаліції за значеннями їх оцінок, а β — належність коаліцій до суттєвих чи несуттєвих.

Поділимо множину векторних експертних оцінок $\mathbf{A}^{\mathrm{D}} = \{\mathrm{A}_t^D\}$, $t = \overline{1, k}$ на r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$, тобто фактично виділимо r коаліцій експертів за значеннями їх оцінок. Кластеризація реалізується за допомогою «α-перерізів» нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$, $A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in \ \in A^D$ [8]

$$G_j = \left\{ A_t^D \;\middle|\; R^T\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right) \geq \alpha\,;\;\; \alpha \in [0,1];\; A_t^D, A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in \mathbf{A}^{\mathrm{D}} \right\}. \qquad (4)$$

Нечітке відношення еквівалентності R^T, яке є симетричним, рефлексивним та транзитивним, знаходиться як $\max - \min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$

$$R^T\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right) = R^k, \tag{5}$$

$$R^k = R^{k-1} \circ R, \quad R^{k+1} = R^k, \quad k \geq 2,$$

де «$\circ$» — операція композиції, яка для $R_1\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$ і $R_2\left(A_{t_2}^D, A_{t_3}^D\right)$, $A_{t_1}^D, A_{t_2}^D, A_{t_3}^D \in \mathbf{A}^{\mathrm{D}}$ задається таким чином:

$$\mu_{R_1 \circ R_2}\left(A_{t_1}^D, A_{t_3}^D\right) = \max_{A_{t_2}^D \in \mathbf{A}^{\mathrm{D}}} \min\left[\mu_{R_1}\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right), \mu_{R_2}\left(A_{t_2}^D, A_{t_3}^D\right)\right].$$

Нечітке відношення близькості $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$, $A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in \mathbf{A}^D$, яке є симетричним та рефлексивним, визначимо за допомогою евклідової відстані як

$$R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right) = 1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(A_{it_1}^D - A_{it_2}^D\right)^2}}{\delta}, \tag{6}$$

де коефіцієнт δ розраховується у такий спосіб:

$$\delta = \frac{\sum_{t=1}^{k}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(A_{it}^D - \max_k\left\{A_{it}^D\right\}\right)^2}}{k-1},$$

при цьому $\max_k\left\{A_{it}^D\right\}$ є максимальне значення оцінки об'єкта O_i серед оцінок усіх експертів D_t, $t = \overline{1, k}$. Відношення близькості $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$ приймає значення з інтервалу $[0, 1]$, тобто якщо $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right) < 0$, то приймаємо $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right) = 0$.

Отже, після проведення кластеризації за правилом (4) є r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$, векторних експертних оцінок, що будемо розглядати як коаліції експертів за схожістю думок щодо оцінювання об'єктів. Тобто кластер $G_j = \left\{A_t^D\right\}$ експертних оцінок будемо вважати коаліцією $G_j = \left\{D_t\right\}$ тих експертів D_t, оцінки яких входять до складу цього кластеру.

Далі для кожної коаліції G_j, $j = \overline{1, r}$, визначимо її вагу W_j^G як суму вагових коефіцієнтів $V_t^{\text{норм}}$ експертів, що входять до складу коаліції

$$W_j^G = \sum_{t,\, D_t \in G_j} V_t^{\text{норм}}. \tag{7}$$

За значенням ваги W_j^G кожної коаліції G_j на множині всіх коаліцій **G** визначимо суттєві та несуттєві коаліції. Множину суттєвих коаліцій $\mathbf{G}^{\text{сут}}$ утворюють такі, вага кожної з яких не менше деякого заданого порогу β, а множину несуттєвих коаліцій $\mathbf{G}^{\text{несут}}$ утворюють такі, вага кожної з яких менше порогу β.

$$\mathbf{G}^{\text{сут}} = \left\{G_j \middle| W_j^G \ge \beta,\ j = \overline{1, r}\right\}. \tag{8}$$

$$\mathbf{G}^{\text{несут}} = \left\{G_j \middle| W_j^G < \beta,\ j = \overline{1, r}\right\}. \tag{9}$$

Виходячи з правил добору коаліцій у множини суттєвих та несуттєвих коаліцій, можна стверджувати, що

$$\mathbf{G}^{\text{сут}} \cup \mathbf{G}^{\text{несут}} = \mathrm{G}\,,\ \mathbf{G}^{\text{сут}} \cap \mathbf{G}^{\text{несут}} = 0\,.$$

За допомогою порогу суттєвості коаліції β фактично відфільтровуються неважливі експертні оцінки, які самі по собі мають незначний вплив на результат та лише «зашумлюють» множину оцінок. Експерти, які входять до несуттєвих коаліцій, та їх оцінки, що утворюють відповідні несуттєві кластери, будуть видалені з подальшого розв'язання задачі. Тобто первісна експертна група $\mathbf{D} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, k}$ після відсіювання тих експертів, які входять до несуттєвих коаліцій, перетворюється на нову групу $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, d}$ ($d \le k$), до складу якої входять лише експерти із суттєвих коаліцій.

$$\mathbf{D}^{\text{сут}} = \left\{D_t \middle|\ D_t \subset \mathbf{G}^{\text{сут}},\ t = \overline{1, k}\right\}$$

або (10)

$$\mathbf{D}^{\text{сут}} = \left\{D_t \middle|\ D_t \not\subset \mathbf{G}^{\text{несут}},\ t = \overline{1, k}\right\}.$$

Таким чином, подальше розв'язання задачі буде відбуватись лише на основі суттєвих оцінок об'єктів O_i від експертів D_t з $\mathrm{D}^{\text{сут}}$.

$$A_{it}^D,\ i = \overline{1, n},\ t = \overline{1, d}\,. \tag{11}$$

Оскільки $d \le k$, тобто $\mathbf{D}^{\text{сут}} \subseteq \mathrm{D}$, то вагові коефіцієнти експертів з $\mathbf{D}^{\text{сут}}$ можуть не відповідати умові $\sum_{t=1}^{d} V_t^{\text{норм}} = 1$ і тому можуть потребувати корегувального перенормування. У будь-якому разі для подальшого використання вагові коефіцієнти експертів з нової групи $\mathbf{D}^{\text{сут}}$ доцільно піддати додатковій процедурі нормування.

$$V_t^{\text{норм}'} = V_t^{\text{норм}} \Big/ \left(\sum_{t=1}^{d} V_t^{\text{норм}}\right),\ t = \overline{1, d} \tag{12}$$

та

$$V_t^{\text{норм}} = V_t^{\text{норм}'},\ t = \overline{1, d}\,. \tag{13}$$

За допомогою (12) та (13) відносні вагові коефіцієнти $V_t^{\text{норм}}$ експертів набувають нових скорегованих значень, які гарантовано задовольняють умові $\sum_{t=1}^{d} V_t^{\text{норм}} = 1$.

Отже, підсумуємо запропонований метод $\alpha,\ \beta$-коаліцій для аналізу погодженості експертних оцінок у такому алгоритмі:

1. На множині векторних оцінок $\mathbf{A}^D = \{A_t^D\}$ експертів $\mathbf{D} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, k}$ усіх об'єктів $\mathbf{O} = \{O_i\}$, $i = \overline{1, n}$ (кожному експерту відповідає вектор його оцінок $D_t \sim A_t^D$) визначається нечітке відношення близькості $R\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$, $\forall\, A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in \mathbf{A}^{\mathrm{D}}$ за (6).

2. На $\mathbf{A}^D$ визначається нечітке відношення еквівалентності $R^T\left(A_{t_1}^D, A_{t_2}^D\right)$, $\forall\, A_{t_1}^D, A_{t_2}^D \in \mathbf{A}^D$ за (5) як $\max - \min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right)$.

3. Задається значення граничного коефіцієнта відношення еквівалентності α — коефіцієнта кластеризації. Потім за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності $R^T\left(\mathrm{A}_{t_1}^D, \mathrm{A}_{t_2}^D\right)$ за (4) множина експертних оцінок $\mathbf{A}^D$ поділяється на r кластерів G_j, $j = \overline{1, r}$, тобто визначаються r коаліцій G_j, $j = \overline{1, r}$, експертів за погодженістю їх оцінок.

4. Для кожної коаліції G_j, $j = \overline{1, r}$, за (7) визначається її вага W_j^G.

5. Задається значення коефіцієнта β — порогу суттєвості коаліції. Потім за (8) і (9) утворюються множини відповідно суттєвих $\mathbf{G}^{\text{сут}}$ і несуттєвих $\mathbf{G}^{\text{несут}}$ коаліцій.

6. Утворюється нова група суттєвих експертів $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, d}$, за формулою (10), а за (11) — новий набір суттєвих оцінок A_{it}^D об'єктів O_i, відповідний до цих експертів D_t. У подальшому розв'язанні задачі розглядаються лише такі суттєві експертні оцінки.

7. Здійснюється перенормування вагових коефіцієнтів $V_t^{\text{норм}}$ експертів з нової групи $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_t\}$, $t = \overline{1, d}$, за (12) та (13).

Запропонований метод проявляє зручність та достатню гнучкість. Наприклад, якщо значення порогу суттєвості коаліції β покласти рівним значенню ваги керівника, який несе найбільшу чи навіть всю відповідальність за прийняте рішення, то у такий спосіб можна гарантувати, що його оцінки будуть враховані при розв'язанні задачі, навіть якщо він не вступить ні з ким у коаліцію, а фактично утворить окрему одноосібну коаліцію, що є цілком доцільним за таких умов. У випадку $\beta = 0$ враховуються оцінки всіх експертів.

Необхідно зазначити, що в деяких конкретних практичних задачах, наприклад, розподілу ресурсів, може бути доцільним проводити аналіз експертних оцінок окремо для кожного об'єкта (проекту), тобто кластерізацію та видалення несуттєвих оцінок для кожного проекту окремо. У такому разі у процедурі кластеризації нечітке відношення близькості $R\left(\mathrm{A}_{t_1}^{D}, \mathrm{A}_{t_2}^{D}\right)$ (6) буде розраховуватись не для векторних, а для скалярних оцінок. Формування нової експертної групи за (10) необхідно пропустити, а процедуру добору суттєвих оцінок виконувати для кожного проекту окремо.

У залежності від певних умов задачі кластерізацію можна виконувати не лише за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності, а за будь-яким придатним правилом, наприклад, за допомогою коефіцієнта конкордації Кендала або коефіцієнта рангової кореляції Спірмена. У такому разі коефіцієнт кластеризації α буде порогом для значень обраного показника кореляції. Однак може виникнути необхідність вирішення неоднозначності об'єднання експертів у коаліції за умов відсутності властивості транзитивності у правила кластеризації.

Приклад застосування методу α, β-коаліцій. На підприємстві А перед початком нового сезону виникла проблема розподілу капіталу між п'ятьма видами товару при формуванні складських запасів. Виділення капіталу в складські запаси того чи іншого виду товару будемо розглядати як проекти $\mathbf{P}=\{P_i\}$, $i=\overline{1,5}$. Для вирішення цієї задачі залучені вісім співробітників підприємства, які утворюють групу експертів-ОПР $\mathbf{D}=\{D_t\}$, $t=\overline{1,8}$ (табл. 1).

У результаті виконаного оцінювання проектів, тобто доцільності та необхідності у складських запасах товарів того чи іншого виду, отримано оцінки A_{it}^{D} кожного проекту P_i, $i=\overline{1,5}$ від кожної ОПР D_t, $t=\overline{1,8}$, за десятибальною шкалою (табл. 2).

Таблиця 1. ОПР та їх вагові коефіцієнти

ОПР D_t	Посада	Вага $V_t^{\text{норм}}$
D_1	Директор	0,2
D_2	Перший заступник	0,17
D_3	Другий заступник	0,15
D_4	Керівник відділу	0,12
D_5	// – – – // – – – //	0,12
D_6	Менеджер	0,08
D_7	// – – – // – – – //	0,08
D_8	// – – – // – – – //	0,08

Виконаємо аналіз погодженості наявних оцінок за допомогою методу α, β-коаліцій. Виберемо достатньо лояльний коефіцієнт об'єднання у коаліції $\alpha=0{,}51$ та коефіцієнт суттєвості коаліції покладемо $\beta=0{,}12$, щоб гарантувати врахування оцінок ОПР, які за посадовим рангом не нижче, ніж начальники відділу.

Таблиця 2. Експертні оцінки проектів прикладу

Проект P_i	ОПР D_t							
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8
P_1	8	2	7	3	5	1	6	5
P_2	9	1	4	6	4	4	9	2
P_3	2	5	8	2	7	5	6	3
P_4	9	3	2	7	3	7	3	5
P_5	4	9	1	10	4	10	7	8

1. На множині оцінок $\mathbf{A}^D$ з табл. 2 за формулою (6) визначимо нечітке відношення близькості R ($\delta \approx 11{,}25$).

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0{,}03 & 0{,}24 & 0{,}13 & 0{,}01 & 0{,}28 & 0{,}15 \\ 0 & 1 & 0{,}08 & 0{,}36 & 0{,}39 & 0{,}54 & 0{,}18 & 0{,}61 \\ 0{,}03 & 0{,}08 & 1 & 0 & 0{,}66 & 0 & 0{,}27 & 0{,}15 \\ 0{,}24 & 0{,}36 & 0 & 1 & 0{,}18 & 0{,}63 & 0{,}32 & 0{,}52 \\ 0{,}13 & 0{,}39 & 0{,}66 & 0{,}18 & 1 & 0{,}25 & 0{,}47 & 0{,}44 \\ 0{,}01 & 0{,}54 & 0 & 0{,}63 & 0{,}25 & 1 & 0{,}23 & 0{,}5 \\ 0{,}28 & 0{,}18 & 0{,}27 & 0{,}32 & 0{,}47 & 0{,}23 & 1 & 0{,}29 \\ 0{,}15 & 0{,}61 & 0{,}15 & 0{,}52 & 0{,}44 & 0{,}5 & 0{,}29 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (14)$$

2. На множині оцінок $\mathbf{A}^D$ з табл. 2 за виразом (5) визначимо нечітке відношення еквівалентності R^T як $\max-\min$ транзитивне замикання нечіткого відношення близькості R (14).

$$R^T = \begin{vmatrix} 1 & 0{,}28 & 0{,}28 & 0{,}28 & 0{,}28 & 0{,}28 & 0{,}28 & 0{,}28 \\ 0{,}28 & 1 & 0{,}44 & 0{,}54 & 0{,}44 & 0{,}54 & 0{,}44 & 0{,}61 \\ 0{,}28 & 0{,}44 & 1 & 0{,}44 & 0{,}66 & 0{,}44 & 0{,}47 & 0{,}44 \\ 0{,}28 & 0{,}54 & 0{,}44 & 1 & 0{,}44 & 0{,}63 & 0{,}44 & 0{,}54 \\ 0{,}28 & 0{,}44 & 0{,}66 & 0{,}44 & 1 & 0{,}44 & 0{,}47 & 0{,}44 \\ 0{,}28 & 0{,}54 & 0{,}44 & 0{,}63 & 0{,}44 & 1 & 0{,}44 & 0{,}54 \\ 0{,}28 & 0{,}44 & 0{,}47 & 0{,}44 & 0{,}47 & 0{,}44 & 1 & 0{,}44 \\ 0{,}28 & 0{,}61 & 0{,}44 & 0{,}54 & 0{,}44 & 0{,}54 & 0{,}44 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (15)$$

3. Тепер за допомогою α-перерізів нечіткого відношення еквівалентності R^T (15) з коефіцієнтом $\alpha = 0{,}51$ за правилом (4) проведемо кластері-

зацію множини векторних оцінок ОПР $\mathbf{A}^D$ з табл. 2, в результаті чого отримаємо чотири кластери, тобто чотири коаліції ОПР.

$$G_1 = \{D_1\}; \; G_2 = \{D_2, D_4, D_6, D_8\}; \; G_3 = \{D_3, D_5\}; \; G_4 = \{D_7\}. \quad (16)$$

4. Для кожної коаліції з набору (16) за виразом (7) визначимо її вагу.

$$W_1^G = 0{,}2; \; W_2^G = 0{,}45; \; W_3^G = 0{,}27; \; W_4^G = 0{,}08. \quad (17)$$

5. За (8) і (9) з множини коаліцій (16), враховуючи їх вагові коефіцієнти (17) та коефіцієнт суттєвості коаліції $\beta = 0{,}12$ утворимо множини відповідно суттєвих $\mathbf{G}^{\text{сут}}$ і несуттєвих $\mathbf{G}^{\text{несут}}$ коаліцій.

$$\mathbf{G}^{\text{сут}} = \{G_1, G_2, G_3\}, \quad (18)$$

$$\mathbf{G}^{\text{несут}} = \{G_4\}. \quad (19)$$

6. З ОПР, які входять до складу суттєвих коаліції (18), за виразом (10) утворимо нову групу суттєвих ОПР $\mathbf{D}^{\text{сут}}$, до якої увійдуть сім з восьми початкових ОПР: $\{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_8\}$. Нову групу ОПР $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_t\}$, $t = \overline{1,7}$, для зручності, представимо таким чином: $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7\}$. Далі за (11) утворимо новий набір суттєвих оцінок A_{it}^D проектів P_i, відповідний до ОПР з $\mathbf{D}^{\text{сут}}$ (табл. 3).

Таблиця 3. Новий набір оцінок проектів прикладу

Проект P_i	ОПР D_t з $\mathbf{D}^{\text{сут}}$						
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
P_1	8	2	7	3	5	1	5
P_2	9	1	4	6	4	4	2
P_3	2	5	8	2	7	5	3
P_4	9	3	2	7	3	7	5
P_5	4	9	1	10	4	10	8

7. За формулами (12) та (13) здійснимо перенормування вагових коефіцієнтів $V_t^{\text{норм}}$ ОПР з нової групи $\mathbf{D}^{\text{сут}} = \{D_t\}$, $t = \overline{1,7}$ (табл. 4).

Таблиця 4. Нормовані вагові коефіцієнти ОПР прикладу

Ваговий коефіцієнт $V_t^{\text{норм}}$	ОПР D_t з $\mathbf{D}^{\text{сут}}$						
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
Початковий	0,2	0,17	0,15	0,12	0,12	0,08	0,08
Новий	0,22	0,18	0,16	0,13	0,13	0,09	0,09

Розглянутий приклад ілюструє достатньо типову ситуацію: ОПР, що приймають участь у розв'язанні задачі, розділилися на декілька коаліцій. Це пояснюється тим, що головний керівник завжди має більш глобальне та комплексне бачення проблеми, його заступники та керівники відділів, які займаються різними напрямками діяльності, мають дещо різні цілі, і свої, можливо однобічні, погляди на проблему. У результаті застосування методу α, β-коаліцій у даному прикладі виявлено, що оцінки менеджера D_7 є віддаленими від оцінок його колег, і тому його позиція не відповідає позиції жодної із сформованих коаліцій. А оскільки рівень рангу і, відповідно, важливість оцінок цього менеджеру є низькими, то доцільно їх вважати такими, що є несуттєвими і можуть заважати розв'язанню проблеми, тому вони були вилучені з подальшого розв'язання задачі.

Приклад підкреслює практичну некоректність прийняття рішень за умови повної погодженості експертних оцінок у певному класі задач.

ВИСНОВКИ

Досліджено існуючі підходи до аналізу погодженості експертних оцінок і виявлено, що у певних методах передбачається повна погодженість експертних оцінок та застосовуються неприйнятні статистичні процедури. Актуальною постає проблема розробки адекватних методів аналізу погодженості експертних оцінок.

Розглянуто загальну схему процедури аналізу і формування погоджених оцінок експертів. Запропоновано метод α, β-коаліцій для аналізу та вибору погоджених експертних оцінок, який за існуючими експертними оцінками дозволяє виявити стійкі групи погоджених оцінок і відповідні їм коаліції експертів, а також відсіяти від подальшого врахування несуттєві і зашумлюючі оцінки. Цей метод відрізняється від відомих вищою якістю отриманого результату та прозорістю і невисокою складністю обчислювальної процедури. Подальший розвиток такого підходу доцільно здійснювати у напрямку дослідження і розробки методів одержання консенсусних міжгрупових погоджених експертних оцінок.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей. — М.: Радио и связь, 1990. — 286 с.
2. *Анализ* нечисловой информации в социологических исследованиях / Под ред. В.Г. Андреенкова, А.И. Орлова, Ю.Н. Толстовой. — М.: Наука, 1985. — 220 с.
3. *Згуровский М.З., Панкратова Н.Д.* Системный анализ: проблемы, методология, приложения. — Киев: Наук. думка, 2005. — 743 с.
4. *Орлов А.И.* Статистика объектов нечисловой природы и экспертные оценки // Экспертные оценки. Вопросы кибернетики. — М.: Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика». — 1979. — Вып.58 — С. 17–33.

5. *Лапач С.Н., Губенко А.В., Бабич П.Н.* Статистика в науке и бизнесе. — Киев: МОРИОН, 2002. — 640 с.
6. *Орлов А.И.* Границы применимости вероятностных моделей в задачах классификации / Докл. Московского общества испытателей природы. Общая биология. Цитогенетический и математический подходы к изучению биосистем. — М.: Наука, 1986. — С. 179–182.
7. *Орлов А.И.* Допустимые средние в некоторых задачах экспертных оценок и агрегирования показателей качества // Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях: Сб. науч.тр. — М.: Наука, 1974. — С. 388–393.
8. *Коршевнюк Л.О., Мінін М.Ю., Бідюк П.І.* Підхід до групування оцінок в задачах прийняття рішень // Информационные технологии в XXI веке: Сб. докл. и тезисов II Междунар. науч.-практ. форума. — Днепропетровск: ИПК ИнКомЦентра УГХТУ, 2004. — С. 85–86.

Надійшла 21.07.2006