УДК 519.21:681.3

А.И. АРХИПОВ, Н.М. ГЛАЗУНОВ, А.В. ХИЖНЯК

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ РАСПОЗНАВАНИЯ КЛАССА ПО СПЕКТРАЛЬНЫМ ЯРКОСТЯМ

Аннотация. Рассмотрена задача распознавания класса объектов по результатам многозональных измерений (спектральных яркостей сигналов), спектральных и статистических характеристик заданных классов. На основе применения методов теории вероятности и статистики, а также квантования непрерывных распределений предложен эвристический критерий распознавания классов объектов данной задачи. С использованием этого критерия описан эвристический метод распознавания и предложены модификации метода в целях повышения его достоверности и эффективности.

Ключевые слова: класс объектов распознавания, плотность распределения, нормальное распределение, многомерная плотность распределения, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, дискретное распределение, альтернативная гипотеза, эвристический критерий распознавания.

ВВЕДЕНИЕ

В работе представлен эвристический критерий распознавания класса объектов по результатам измерения их спектральных яркостей и известным средним значениям спектральных яркостей эталонных классов объектов. Методы теории вероятностей и математической статистики [1–3] активно применяются для решения задач оптимизации, в статистических теориях идентификации, распознавания и обучения [4–6], а также в теории чисел [7]. Эти теории используют методы и алгорифмы теории вероятностей и математической статистики для извлечения информации и вывода в той или иной степени обоснованных гипотез. Одной из задач является обработка материалов многозональных аэрокосмических съемок [8] в целях отнесения заданных объектов к перечню уже известных. Объекты в классах описываются соответствующими признаками.

Запросы практики и теоретические исследования инициируют новые постановки задач распознавания, формируют новые проблемы, которые, в свою очередь, стимулируют развитие иных методов их исследования. В настоящей работе вероятностные и статистические методы применяются для представления эвристического критерия распознавания классов объектов указанной задачи распознавания. Используемые эвристические соображения обусловлены частично аналогиями между теорией чисел и теорией вероятностей (см., например, [7, 9] и ссылки на литературу). Вкратце содержание работы следующее: вектор $\overline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ — текущий вектор осредненных выборочных значений (спектральных яркостей) случайной выборки с неизвестным значением класса k. Векторы $\overline{L_k}$ в количестве m — фиксированные векторы осредненных выборочных значений (спектральных яркостей) случайных выборок из m известных (эталонных) классов. Класс с неизвестным значением k принадлежит одному из эталонных классов. На основании $\overline{X}$, $\overline{L_k}$ это значение k вычисляется предлагаемым эвристическим методом. В разд. 1 введены необходимые понятия и дана постановка задачи; в разд. 2 представлена эвристика критерия с применением статистических гипотез и квантования; разд. 3 содержит описание эвристического критерия распознавания на базе измерений (спектральных яркостей сигналов) и квантования, основанного на этом критерии эвристического метода распознавания, а также модификаций метода в целях повышения достоверности распознавания и эффективизации вычислений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеются m классов объектов, подлежащих распознаванию, которые задаются m обучающими выборками, содержащими соответственно N_k объектов, где k — текущий номер класса. Пусть n — число измеряемых значений признаков, например число используемых спектральных каналов (зон), i — текущий номер признака, например номер конкретного спектрального канала (зоны). Пусть $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ — осредненный результат измерения значений признаков распознаваемого класса объектов, например осредненный результат измерения спектральных яркостей (яркостей) распознаваемого класса объектов по совокупности используемых спектральных каналов. Для класса k вектор $L_k = (L_{k,1}, L_{k,2}, \ldots, L_{k,n})$ — результат текущих измерений яркостей n признаков (например, по n спектральным каналам). Предполагаем, что компоненты вектора независимы и яркости меняются от класса к классу случайным образом, принимая значения вблизи своих средних значений. Величина $L_{k,i,s}$ означает результат измерения объекта s, принадлежащего классу k по i-му каналу. Положив среднее значение случайной величины $L_{k,i}$ равным

$$\bar{L}_{k,i} = \frac{1}{N_k} \sum_{s=1}^{N_k} L_{k,i,s},$$

для значений $i = 1, \ldots, n$ объединим их в вектор $\overline{L_k} = (\bar{L}_{k,1}, \bar{L}_{k,2}, \ldots, \bar{L}_{k,n})$.

Среднеквадратичное (стандартное) отклонение полагаем равным

$$\sigma_{k,i} = \left(\frac{1}{N_k - 1} \sum_{s=1}^{N_k} (L_{k,i,s} - \bar{L}_{k,i})^2 \right)^{1/2}.$$

Условие 1. Вектор $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ полагаем случайным и имеющим координаты, которые являются независимыми случайными величинами, распределенными по нормальному закону.

Замечание 1. Если априори не предполагается соответствие распределения координат вектора $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ нормальному закону, то соответствие эмпирических значений координат нормальному закону можно проверить по выборочным значениям с использованием χ^2-критерия Пирсона или критерия Смирнова–Колмогорова [2, 3]. Для распределения Сато–Тэйта такое исследование достаточно подробно представлено в [9].

Далее предполагаем, что выполняется условие 1 нормальности распределения. В этом случае плотность распределения случайной величины $X_{k,i}$ есть

$$p_{k,i}(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_{k,i}} e^{\frac{(x_i - \bar{L}_{k,i})^2}{2\sigma_{k,i}^2}}.$$

При этом же условии многомерная плотность распределения вектора $(X_{k,1}, X_{k,2}, \ldots, X_{k,n})$ определяется формулой

$$p_k(x_1, \ldots, x_n) = p_{k,1}(x_1) \cdots p_{k,n}(x_n) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^{n/2} \prod_{i=1}^{n} \left(e^{\frac{(x_i - \bar{L}_{k,i})^2}{2\sigma_{k,i}^2}} \frac{1}{\sigma_{k,i}} \right). \quad (1)$$

Задача. Пусть вектор $\overline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ — осредненное выборочное значение случайной выборки с неизвестным значением класса k. Требуется указать критерий, позволяющий с наибольшей степенью уверенности определить номер k. Другими словами, искомый критерий должен для параметра k определить наиболее вероятное его значение $P_k = P_k(\overline{X})$. Например, если распознаваемый класс является полем, занятым растительной культурой (культурой) с номером k, то P_k — вероятность того, что данное поле действительно занято культурой с номером k.

При этом должно быть однозначно известно, что рассматриваемый класс относится к одному из классов с номерами $1, \dots, m$. Основная задача состоит в определении алгорифма вычисления $P_1, \dots, P_m$ через соответствующие исходные параметры $L_{k,i}$, $\sigma_{k,i}$ и L_k. Данная задача связана с определенными трудностями, вызываемыми непрерывным характером распределения величин $L_{k,i}$.

Эвристика решения задачи описана в следующем разделе.

2. ЭВРИСТИКА КРИТЕРИЯ

Рассмотрим случай, когда все классы k разные ($k = 1, \dots, m$). Пусть $\overline{L}_1, \dots, \overline{L}_m$ — выборочные значения, характеризующие соответственно классы $1, \dots, m$. Таким образом, имеем m конкурирующих гипотез H_k, из которых нужно выбрать наиболее соответствующую выборочному значению $\overline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Замечание 2. Гипотезы $H_1, \dots, H_m$ альтернативны, т.е. из $m_1 \neq m_2$ следует, что утверждение $(\overline{L}_{m_1} = \overline{X}) \& (\overline{L}_{m_2} = \overline{X})$ ложно.

Замечание 3. Если $\overline{L}_k = \overline{X}$, то справедлива одна и только одна из конкурирующих гипотез $H_1, \dots, H_m$.

Определим событие $\mathbf{A}_k$ равенством $\overline{L}_k = \overline{X}$, т.е. событие состоит в том, что случайная величина принимает значение $\overline{X}$. Тогда события $\mathbf{A}_k$ попарно несовместны ($k = 1, \dots, m$) и заведомо известно, что произошло одно из них. Считаем, что событие $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \dots + \mathbf{A}_m$ имеет ненулевую вероятность. Обоснованность события $\mathbf{A}_k$ определяется условной вероятностью $P(\mathbf{A}_k | \mathbf{A})$, т.е. вероятностью того, что произошло событие $\mathbf{A}_k$ при условии, что событие $\mathbf{A}$ имело место. Обозначим $P_k = P_k(\overline{X})$ вероятность того, что выборочное значение $\overline{X}$ принадлежит классу k.

Предложение 1. Для решения сформулированной задачи, т.е. для определения класса выборочного значения $\overline{X}$, необходимо:

- вычислить значения вероятностей P_k;
- среди вычисленных значений $P_1, \dots, P_m$ выбрать максимальное $P_{k_{\max}}$; это значение $k = k_{\max}$ — номер искомого класса.

Квантование. Проквантуем непрерывные распределения дискретными, т.е. выберем дискретные отсчеты. Тем самым локально аппроксимируем эти распределения постоянными. Для точки $\overline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ евклидова n-мерного пространства построим шар B_δ радиуса δ с центром в этой точке:

$$B_\delta(\overline{X}) = \left\{ t_i \,\middle|\, \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (t_i - X_i)^2} \leq \delta \right\}.$$

Таким образом, если $\overline{L}_k = \overline{X}$, то $\overline{L}_k \in B_\delta(\overline{X})$, так как случайный вектор $\overline{L}_k$ заведомо попадет в шар $B_\delta(\overline{X})$, если он попадет в его центр. Обозначим событие $\overline{L}_k \in B_\delta(\overline{X})$ как $\mathbf{B}_k$.

Замечание 4. Положим $t=(t_1,\dots,t_n)$, $dt=dt_1\cdots dt_n$. Вероятность $\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)$ события $\mathbf{B}_k$ есть $\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)=\int_{B_\delta(\bar X)}\cdots\int p_k(t)dt$.

Здесь $p_k(t)=\prod_{i=1}^{n}p_{k,i}(t_i)$, поскольку случайные величины $X_{k,i}$ взаимно независимы.

Замечание 5. Если событие $\mathbf{A}=\mathbf{A}_1+\dots+\mathbf{A}_m$ имеет место и события $\mathbf{A}_k$, $k=1,\dots,m$, попарно несовместны, то

- событие $\mathbf{B}=\mathbf{B}_1+\dots+\mathbf{B}_m$ имеет ненулевую вероятность;
- для достаточно малого δ события $\mathbf{B}_1,\dots,\mathbf{B}_m$ также попарно несовместны.

Предложение 2. В приведенных условиях

$$\mathrm{P}(\mathbf{B}_k\,|\,\mathbf{B})=\frac{p_k(\bar X)}{\sum_{s=1}^{m}p_s(\bar X)}.$$

Доказательство. Поскольку при достаточно малом δ согласно замечанию 5 события $\mathbf{B}_1,\dots,\mathbf{B}_m$ также попарно несовместны, то $\mathbf{B}_k\mathbf{B}_l=0$ при $k\neq l$ — невозможное событие и $\mathbf{B}_k\mathbf{B}_k=\mathbf{B}_k$. Отсюда $\mathrm{P}(\mathbf{B}_k\mathbf{B})=\mathrm{P}(\mathbf{B}_k\mathbf{B}_1+\dots+\mathbf{B}_k\mathbf{B}_m)=$ $=\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)$. Таким образом,

$$\mathrm{P}(\mathbf{B}_k\,|\,\mathbf{B})=\frac{\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)}{\sum_{s=1}^{m}\mathrm{P}(\mathbf{B}_s)}. \tag{2}$$

При достаточно малом δ ввиду непрерывности функций $p_k(t)$ имеет место приближенное равенство

$$\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)=\int_{B_\delta(\bar X)}\cdots\int p_k(t)dt\approx p_k(\bar X)\int_{B_\delta(\bar X)}\cdots\int dt=p_k(\bar X)V_\delta,$$

где V_δ — объем шара радиуса δ в n-мерном евклидовом пространстве. Подставляя этот результат в формулу (2), получаем

$$\mathrm{P}(\mathbf{B}_k\,|\,\mathbf{B})\approx\frac{\mathrm{P}(\mathbf{B}_k)}{\sum_{s=1}^{m}\mathrm{P}(\mathbf{B}_s)}=\frac{V_\delta p_k(\bar X)}{V_\delta\sum_{s=1}^{m}p_s(\bar X)}=\frac{p_k(\bar X)}{\sum_{s=1}^{m}p_s(\bar X)}.$$

3. ЭВРИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ РАСПОЗНАВАНИЯ

Эталонами называются классы объектов с известным описанием. Распознаваемые объекты, размеры которых примерно совпадают с размерами эталонов, размещены без перекрытий на плоской (или близкой к плоской) поверхности. Результат измерений распознаваемого объекта сравнивается с описаниями эталонов, и выносится решение о принадлежности объекта к заданному классу.

Предложение 3. Критерий распознавания C_k имеет вид

$$C_k=p_k(\bar X),$$

где p_k определяются формулами (1).

Эвристическое обоснование. Применяя формулу (2) предложения 2 и устремляя δ к нулю, имеем $\mathrm{P}(\mathbf{A}_k|\mathbf{A}) = \lim\limits_{\delta \to 0} \mathrm{P}(\mathbf{B}_k|\mathbf{B}) = \dfrac{p_k(\overline{X})}{\sum\limits_{s=1}^{m} p_s(\overline{X})} = R_k$. При данном $\overline{X}$ выполняется неравенство $0 < \sum\limits_{s=1}^{m} p_s(\overline{X}) \le 1$; сумма $\sum\limits_{s=1}^{m} p_s(\overline{X})$ — величина постоянная, следовательно, вместо R_k можно использовать $C_k = p_k(\overline{X})$, что и дает искомый критерий. Вычисляем значения $C_1, \ldots, C_k$ и выбираем среди них максимальное $C_{k_{\max}}$. Это значение $k = k_{\max}$ является номером искомого класса.

Замечание 6. В целях эффективизации вычислений значения $\sigma_{k,i}$ можно заменить их среднеквадратичным усреднением по одному из параметров, например усреднением по спектральным каналам (зонам), т.е. вместо значения $\sigma_{k,i}$ использовать $\sigma_k = \sqrt{\dfrac{\sigma_{k,1}^2 + \cdots + \sigma_{k,n}^2}{n}}$.

Среднеквадратичное усреднение можно провести и по обоим параметрам k, i, обозначающим соответственно номер класса и номер спектрального канала. В результате вместо $\sigma_{k,i}$ можно использовать

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\sum\limits_{i=1}^{n} \sigma_{k,i}^2}{mn}} = (mn)^{-1/2} \sqrt{\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} \sigma_{k,i}^2}\,.$$

Напомним, что ошибка первого рода для данного класса с номером k состоит в том, что была отвергнута гипотеза H_k об идентичности распознаваемого класса образцу с номером k, в то время как это событие имело место.

Замечание 7. Анализ контрольных расчетов результатов n-канальных измерений по предложенному критерию показал, что вероятность ошибки первого рода для исследуемых классов колеблется в пределах от 5 – 20% (уровень значимости α). Для уменьшения вероятности принятия недостоверных решений для каждого класса k можно выбрать уровень значимости α_k, который должен принимать значения в требуемых пределах ($\alpha_k < \alpha$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен эвристический критерий распознавания класса объектов в множестве классов объектов на основе результатов измерений распознаваемого класса объектов и имеющихся спектральных и статистических характеристик эталонов данной задачи распознавания. С использованием этого критерия предложен эвристический метод распознавания по результатам многозональных измерений (спектральных яркостей сигналов) и квантования, а также его модификации в целях повышения достоверности распознавания и эффективизации вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко И.Н. Вероятностный расчет и оптимизация. Киев: Наук. думка, 1989. 260 с.
2. Колмогоров А.Н. Избранные труды. Том 2. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Мат. институт им. В.А. Стеклова РАН; Наука, 2005. 584 с.
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Москва: Наука, 1988. 446 с.

4. Knopov P.S., Kasitskaya E.J. Empirical estimates in stochastic optimization and identification. New York: Kluwer Acad. Publ., 2002. 250 p.
5. Webb A.R., Copsey K.D. Statistical pattern recognition. 3rd ed. New York: John Wiley, 2011. 666 p.
6. Vapnik V.N. Statistical learning theory. New York: Wiley, 1998. 380 p.
7. Архипов Г.И., Баядилов Е.Е., Чубариков В.Н. Об абсциссе Карлсона в проблеме моментов дзета-функции Римана. *Докл. РАН.* 2003. Т. 392, № 1. С. 10–11.
8. Спутниковые методы поиска полезных ископаемых. Под ред. В.И. Лялько и М.А. Попова. Киев: Карбон-Лтд, 2012. 436 с.
9. Глазунов Н.М. Арифметическое моделирование случайных процессов и *r*-алгоритмы. *Кибернетика и системный анализ.* 2012. Т. 48, № 1. С. 23–32.

Надійшла до редакції 13.02.2017

О.І. Архіпов, М.М. Глазунов, А.В. Хижняк

ЕВРИСТИЧНИЙ КРИТЕРІЙ РОЗПІЗНАВАННЯ КЛАСУ ЗА СПЕКТРАЛЬНИМИ ЯСКРАВОСТЯМИ

Анотація. Розглянуто задачу розпізнавання класу об'єктів за результатами багатозональних вимірювань (спектральних яскравостей сигналів), спектральних і статистичних характеристик заданих класів. На основі застосування методів теорії ймовірності та статистики, а також квантування неперервних розподілів запропоновано евристичний критерій розпізнавання класів об'єктів даної задачі. З використанням цього критерію описано евристичний метод розпізнавання і запропоновано модифікації методу з метою підвищення його достовірності та ефективності.

Ключові слова: клас об'єктів розпізнавання, щільність розподілу, нормальний розподіл, багатовимірна щільність розподілу, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, дискретний розподіл, альтернативна гіпотеза, евристичний критерій розпізнавання.

A.I. Arkhipov, N.M. Glazunov, A.V. Khyzhniak

HEURISTIC CRITERION FOR CLASS RECOGNITION BY SPECTRAL BRIGHTNESS

Abstract. The paper considers the problem of recognition of a given class of objects by the result of multispectral measurements (spectral brightness of signals) and available spectral and statistical characteristics of the given classes. On the basis of probabilistic and statistical considerations, as well as quantization, the heuristic recognition criterion is proposed. Based on the criterion, the heuristic method of recognition is presented. Modifications of the method are proposed to improve its reliability and efficiency.

Keywords: class of recognition objects, density distribution, normal distribution, multivariate distribution density, dispersion, standard deviation, discrete distribution, alternative hypothesis, heuristic recognition criteria.

Архипов Александр Иванович,
старший научный сотрудник Государственного учреждения «Научный центр аэрокосмических исследований Земли Института геологических наук НАН Украины», Киев,
e-mail: aiarh19443@gmail.com.

Глазунов Николай Михайлович,
доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры Национального авиационного университета, Киев,
e-mail: glanm@yahoo.com.

Хижняк Анна Васильевна,
кандидат техн. наук, младший научный сотрудник Государственного учреждения «Научный центр аэрокосмических исследований Земли Института геологических наук НАН Украины», Киев,
e-mail: avsokolovska@i.ua.