КІБЕРНЕТИКА

В.В. СКОБЕЛЕВ

УДК 519.686.2

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ АТРИБУТНЫХ ТРАНЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ БЕЗ СКРЫТЫХ ПЕРЕХОДОВ

Аннотация. Проведен теоретико-множественный анализ структуры атрибутных транзиционных систем без скрытых переходов. Предложены частичные операции композиции историй и трасс. Показана возможность их применения для распараллеливания построения покрытий множеств историй и трасс. Определены отношения эквивалентности на множестве состояний. В терминах систем с выделенными начальными и финальными состояниями, а также систем с выделенными начальными состояниями и множествами финальных предельных множеств состояний определены классы безопасных и корректных систем. Построена алгебра таких систем.

Ключевые слова: атрибутные транзиционные системы без скрытых переходов и их композиции, безопасность и корректность, структура множеств состояний, историй и трасс.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка методов и средств взаимодействия агентов с сетевой средой, верификации и тестирования программных и аппаратных систем оказала существенное влияние на формирование теории взаимодействующих информационных процессов [1]. Новым перспективным направлением этой теории является инсерционное моделирование [2], суть которого состоит в анализе и синтезе формальных моделей и методов исследования поведения агентов или процессов в среде, определяющей и ограничивающей эти взаимодействия. Его значимость обоснована, в частности, тем, что инсерционное программирование [3] успешно применяется при решении широкого спектра прикладных задач [4].

Существенным преимуществом инсерционного моделирования является то, что при исследовании поведений в качестве одного из основных понятий используется атрибутная транзиционная система [5] вместо размеченной транзиционной системы [6]. Такой переход дает возможность построить достаточно мощную алгебру поведений, а также выделить согласованные с ней различные уровни абстракции при исследовании поведений.

При использовании транзиционных систем основное внимание уделяется алгебре поведений, а анализ ее структуры не проводится. Однако в [7, 8] показано, что именно свойства этой структуры играют важную роль для исследования алгоритмической составляющей анализа поведений, в том числе для анализа алгоритмической разрешимости соответствующих задач.

Известно, что для решения значительного числа прикладных задач достаточно использовать транзиционные системы, которые не содержат скрытых переходов. Целью настоящей работы является теоретико-множественный анализ структуры атрибутных транзиционных систем (АТС), не содержащих скрытых переходов.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Следуя [5], назовем АТС пятерку $\mathsf{S}=(S, A, U, T, \varphi)$, где S, A и U ($|U| \le |S|$) — непустые конечные или счетные множества состояний, действий и атрибутных разметок, $T \subseteq S \times A \times S \cup S \times S$ — отношение переходов, а $\varphi: S \to U$ — функция разметки состояний, являющаяся сюръекцией. Будем рассматривать только АТС без скрытых переходов, т.е. для которых $T \subseteq S \times A \times S$. Данная АТС S детерминированная, если T — график (возможно частичного) отображения множества $S \times A$ во множество S, и недетерминированная в противном случае. Переход $(s, a, s') \in T$ $(s, s' \in S;\ a \in A)$ обозначим $s \xrightarrow{a} s'$.

История функционирования (в дальнейшем история) АТС S — любая (конечная или бесконечная) последовательность ее переходов. Для конечной истории

$$s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_k} s_{k+1} \quad (k \in \mathbf{N};\ s_1, s_2, \ldots, s_{k+1} \in S;\ a_1, a_2, \ldots, a_k \in A) \tag{1}$$

s_1 является началом, s_{k+1} — концом, а k — длиной истории. Для бесконечной истории

$$s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_{i-1}} s_i \xrightarrow{a_i} \ldots \quad (s_i \in S,\ a_i \in A\ \ (i \in \mathbf{N})) \tag{2}$$

s_1 является началом истории, а множество всех состояний, которые встречаются в (2) бесконечное число раз, — предельным множеством состояний. Трассой, соответствующей истории (1), называется последовательность

$$\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \ \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_k} \varphi(s_{k+1}),$$

где $\varphi(s_1)$ — начало, $\varphi(s_{k+1})$ — конец, k — длина трассы, а трассой, соответствующей истории (2), — последовательность

$$\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_{i-1}} \varphi(s_i) \xrightarrow{a_i} \ldots,$$

где $\varphi(s_1)$ — начало, а множество всех атрибутов, которые встречаются в этой трассе бесконечное число раз, — предельное множество атрибутов. Ясно, что предельное множество состояний бесконечной истории может быть собственным подмножеством множества состояний, определяющих предельное множество атрибутов соответствующей бесконечной трасы.

Если для истории (1) или (2) (соответствующих им трасс) важно только то, что их начальным фрагментом является $s_1 \xrightarrow{a_1} s_2$ (соответственно $\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2)$), используем запись $s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \ldots$ (соответственно $\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \ldots$).

Рассматриваемую АТС $\mathsf{S}=(S, A, U, T, \varphi)$ можно интерпретировать как пару (M_1, M_2) таких (не обязательно конечных, возможно, недетерминированных) автоматов типа Мура, что $M_1=(S, A, S, T, \lambda_1)$ и $M_2=(S, A, U, T, \lambda_2)$, где $\lambda_1: S \to S$ — тождественное отображение, а $\lambda_2=\varphi$ (их отличие от обычных автоматов Мура состоит в том, что при функционировании учитываются отметки как начального, так и финального состояний). Таким образом, для АТС задачи анализа и синтеза теории автоматов имеют содержательный смысл.

Графом процесса [9] называется упорядоченная пара (S, s_{in}), где $s_{in} \in S$ — фиксированное начальное состояние. Говоря неформально, граф процесса представляет собой геометрическую основу, в рамках которой исследуется поведение процесса, стартующего из состояния s_{in}, при его моделировании в терминах взаимодействия агентов с сетевой средой. Любая бесконечная история с началом в состоянии s_{in} является поведением некоторого бесконечного процесса, стартующего из этого состояния. При такой интерпретации максимальный начальный отрезок данной истории, конец которого принадлежит множеству предельных состояний, а предшествующее ему состояние не принадлежит этому множеству, соответствует переходной части процесса, а оставшаяся часть истории (в нее входят только состояния, принадлежащие предельному множеству состояний) — установившейся части процесса. Отметим, что при переходе от бесконечной истории к соответствующей ей трассе такое разделение процесса на переходную и установившуюся части может быть утрачено, так как возможны случаи, когда предельное множество состояний истории не совпадает с множеством состояний, определяющих предельное множество атрибутов соответствующей ей трассы.

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ ИСТОРИЙ И ТРАС В АТС S

Пусть H_{fnt} (соответственно H_{∞}) — множество всех конечных (бесконечных) историй АТС S, T_{fnt} (соответственно T_{∞}) — множество всех соответствующих им трасс. Обозначим $\Phi_{fnt}:\mathsf{H}_{fnt}\to\mathsf{T}_{fnt}$ (соответственно $\Phi_{\infty}:\mathsf{H}_{\infty}\to\mathsf{T}_{\infty}$) отображение, сопоставляющее каждой конечной (бесконечной) истории соответствующую ей трассу. Положим $\mathsf{H}=\mathsf{H}_{fnt}\cup\mathsf{H}_{\infty}$, $\mathsf{T}=\mathsf{T}_{fnt}\cup\mathsf{T}_{\infty}$, $in(\mathsf{h})$ — начало истории $\mathsf{h}\in\mathsf{H}$, $fin(\mathsf{h})$ — конец истории $\mathsf{h}\in\mathsf{H}_{fnt}$, $\mathsf{T}_{fnt}^{(1)}=\{\Phi(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h}),fin(\mathsf{h})}|\ \mathsf{h}\in\mathsf{H}_{fnt}\}$, $\mathsf{T}_{\infty}^{(1)}=\{\Phi(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h})}|\,\mathsf{h}\in\mathsf{H}_{\infty}\}$ и $\mathsf{T}^{(1)}=\mathsf{T}_{fnt}^{(1)}\cup\mathsf{T}_{\infty}^{(1)}$. Определим отображения $\Phi:\mathsf{H}\to\mathsf{T}$ и $\Phi^{(1)}:\mathsf{H}\to\mathsf{T}^{(1)}$ следующим образом:

$$\text{graph }\Phi=\text{graph }\Phi_{fnt}\cup\text{graph }\Phi_{\infty}, \tag{3}$$

$$\Phi^{(1)}(\mathsf{h})=\begin{cases}\Phi(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h}),fin(\mathsf{h})}, & \text{если } \mathsf{h}\in\mathsf{H}_{fnt},\\ \Phi(\mathsf{h})_{in(h)}, & \text{если } \mathsf{h}\in\mathsf{H}_{\infty}.\end{cases} \tag{4}$$

Из (3), (4) вытекает, что отображение $\Phi^{(1)}$ склеивает все трассово неразличимые конечные истории с одинаковым началом и концом, а также все трассово неразличимые бесконечные истории с одинаковым началом. В то же время отображение Φ склеивает все трассово неразличимые истории. Таким образом, $\ker\Phi\supseteq\ker\Phi_1$. Следовательно, истинно неравенство (здесь и в дальнейшем рассматривается фактор-множество как разбиение)

$$\mathsf{H}/\ker\Phi^{(1)}\le\mathsf{H}/\ker\Phi. \tag{5}$$

При этом

$$\mathsf{H}/\ker\Phi^{(1)}<\mathsf{H}/\ker\Phi\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow(\exists\mathsf{h}_1,\mathsf{h}_2\in\mathsf{H}_{fnt})(\Phi(\mathsf{h}_1)=\Phi(\mathsf{h}_2)\,\&\,(in(\mathsf{h}_1)\ne in(\mathsf{h}_2)\vee fin(\mathsf{h}_1)\ne fin(\mathsf{h}_2)))\vee$$
$$\vee(\exists\mathsf{h}_1,\mathsf{h}_2\in\mathsf{H}_{\infty})(\Phi(\mathsf{h}_1)=\Phi(\mathsf{h}_2)\,\&\,in(\mathsf{h}_1)\ne in(\mathsf{h}_2)). \tag{6}$$

Из (5) и (6) вытекает, что истинно утверждение.

Утверждение 1. Равенство $\mathsf{H}/\ker\Phi^{(1)}=\mathsf{H}/\ker\Phi$ истинно в АТС S тогда и только тогда, когда у любых двух конечных историй, которым соответствуют одинаковые трассы, совпадают начала и концы историй, а у любых двух бесконечных историй, которым соответствуют одинаковые трассы, совпадают начала историй.

Рассмотрим такую частичную операцию сочленения историй $\circ:\mathsf{H}\times\mathsf{H}\mapsto\mathsf{H}$, что для всех историй $s_1^{(1)}\xrightarrow{a_1^{(1)}}\ldots\xrightarrow{a_{k_i}^{(1)}}s_{k_1+1}^{(1)},\ s_1^{(2)}\xrightarrow{a_1^{(2)}}s_2^{(2)}\ldots\in\mathsf{H}$

$$s_1^{(1)}\xrightarrow{a_1^{(1)}}\ldots\xrightarrow{a_{k_1}^{(1)}}s_{k_1+1}^{(1)}\circ s_1^{(2)}\xrightarrow{a_1^{(2)}}s_2^{(2)}\ldots=$$

$$=s_1^{(1)}\xrightarrow{a_1^{(1)}}\ldots\xrightarrow{a_{k_1}^{(1)}}s_{k_1+1}^{(1)}\xrightarrow{a_1^{(2)}}s_2^{(2)}\ldots \tag{7}$$

тогда и только тогда, когда $s^{(1)}_{k_1+1}=s^{(2)}_1$, такую частичную операцию сочленения трасс $*:\mathsf{T}^{(1)}\times\mathsf{T}^{(1)}\mapsto\mathsf{T}^{(1)}$, что

$$(\forall \mathsf{t}_1\in T^{(1)}_{fnt})(\forall \mathsf{t}_2\in T^{(1)})(\mathsf{t}_1*\mathsf{t}_2=\mathsf{t}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow(\exists \mathsf{h}_1\in\mathsf{H}_{fnt})(\exists \mathsf{h}_2\in\mathsf{H})(\mathsf{t}_1=\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_1)\mathbin{\&}\mathsf{t}_2=\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_2)\mathbin{\&}$$

$$\mathbin{\&} fin(\mathsf{h}_1)=in(\mathsf{h}_2)\mathbin{\&}\mathsf{t}=\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_1\circ\mathsf{h}_2)), \tag{8}$$

и такую частичную операцию сочленения трасс $\bullet:\mathsf{T}\times\mathsf{T}\mapsto\mathsf{T}$, что для всех трасс $\varphi(s^{(1)}_1)\xrightarrow{a^{(1)}_1}\ldots\xrightarrow{a^{(1)}_{k_i}}\varphi(s^{(1)}_{k_1+1})$, $\varphi(s^{(2)}_1)\xrightarrow{a^{(2)}_1}\varphi(s^{(2)}_2)\ldots\in\mathsf{T}$

$$\varphi(s^{(1)}_1)\xrightarrow{a^{(1)}_1}\ldots\xrightarrow{a^{(1)}_{k_1}}\varphi(s^{(1)}_{k_1+1})\bullet\varphi(s^{(2)}_1)\xrightarrow{a^{(2)}_1}\varphi(s^{(2)}_2)\ldots=$$

$$=\varphi(s^{(1)}_1)\xrightarrow{a^{(1)}_1}\ldots\xrightarrow{a^{(1)}_{k_1}}\varphi(s^{(1)}_{k_1+1})\xrightarrow{a^{(2)}_1}\varphi(s^{(2)}_2)\ldots \tag{9}$$

тогда и только тогда, когда $\varphi(s^{(1)}_{k_1+1})=\varphi(s^{(2)}_1)$.

На содержательном уровне различие между (8) и (9) можно охарактеризовать следующим образом. Операция $*$ соответствует ситуации, когда для любого процесса могут осуществляться только переходы, определяемые АТС S, а операция $\bullet$ — ситуации, когда для процессов, кроме переходов, определяемых АТС S, допускаются также мгновенные скачки из одного состояния в другое, размеченное тем же атрибутом. Отметим, что такая возможность используется в ряде моделей взаимодействия агентов с сетевой средой.

Рассмотрим основные свойства введенных операций сочленения историй и трасс.

Из (7)–(9) вытекает, что в каждой АТС S имеют место тождества

$$\mathsf{h}_1\circ(\mathsf{h}_2\circ\mathsf{h}_3)=(\mathsf{h}_1\circ\mathsf{h}_2)\circ\mathsf{h}_3\ \ (\mathsf{h}_1,\mathsf{h}_2,\mathsf{h}_3\in\mathsf{H}), \tag{10}$$

$$\mathsf{t}_1*(\mathsf{t}_2*\mathsf{t}_3)=(\mathsf{t}_1*\mathsf{t}_2)*\mathsf{t}_3\ \ (\mathsf{t}_1,\mathsf{t}_2,\mathsf{t}_3\in\mathsf{T}^{(1)}), \tag{11}$$

$$\mathsf{t}_1\bullet(\mathsf{t}_2\bullet\mathsf{t}_3)=(\mathsf{t}_1\bullet\mathsf{t}_2)\bullet\mathsf{t}_3\ \ (\mathsf{t}_1,\mathsf{t}_2,\mathsf{t}_3\in\mathsf{T}). \tag{12}$$

Тождества в (10)–(12) частичной алгебраической системе понимаются так: левая часть равенства определена тогда и только тогда, когда определена правая часть и при этом обе части определяют один и тот же элемент. Итак, истинно утверждение.

Утверждение 2. В каждой АТС S алгебраические системы $(\mathsf{H},\circ)$, $(\mathsf{T}^{(1)},*)$ и $(\mathsf{T},\bullet)$ являются частичными полугруппами.

Из (4), (7) и (8) вытекает, что в каждой АТС S имеет место тождество

$$\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_1\circ\mathsf{h}_2)=\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_1)*\Phi^{(1)}(\mathsf{h}_2)\ \ (\mathsf{h}_1,\mathsf{h}_2\in\mathsf{H}). \tag{13}$$

Из (13) вытекает, что истинно утверждение.

Утверждение 3. Для каждой АТС S отображение $\Phi^{(1)}$ является гомоморфизмом частичной полугруппы $(\mathsf{H},\circ)$ на частичную полугруппу $(\mathsf{T}^{(1)},*)$.

Из (7) и (9) вытекает, что в АТС S тождество

$$\Phi(\mathsf{h}_1\circ\mathsf{h}_2)=\Phi(\mathsf{h}_1)\bullet\Phi(\mathsf{h}_2)\ \ (\mathsf{h}_1,\mathsf{h}_2\in\mathsf{H}) \tag{14}$$

имеет место тогда и только тогда, когда $fin(\mathsf{h}_1)\neq in(\mathsf{h}_2)\Rightarrow\varphi(fin(\mathsf{h}_1))\neq$

$\neq \varphi(in(\mathsf{h}_2))$ для всех $\mathsf{h}_1 \in \mathsf{H}_{fnt}$ и $\mathsf{h}_2 \in \mathsf{H}_\infty$. Из (14) вытекает, что истинно утверждение.

Утверждение 4. В АТС S отображение Φ является гомоморфизмом частичной полугруппы $(\mathsf{H}, \circ)$ на частичную полугруппу $(\mathsf{T}, \bullet)$ тогда и только тогда, когда не существуют такие состояния $s_1, s_2 \in S$ $(s_1 \neq s_2)$, что s_1 и s_2 являются соответственно концом и началом некоторых историй и $\varphi(s_1) = \varphi(s_2)$.

Пусть $\mathsf{H}(k; s, s')$ $(k \in \mathbf{N};\ s, s' \in S)$ — множество всех историй длины k с началом s и концом s', а $\mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s})$ $(s \in S, \mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\})$ — множество всех бесконечных историй с началом s и предельным множеством состояний s. Положим $\mathsf{T}^{(1)}(k; s, s') = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}(k; s, s'))$, $\mathsf{T}(k; s, s') = \Phi(\mathsf{H}(k; s, s'))$ для всех $k \in \mathbf{N}$ и $s, s' \in S$, а также $\mathsf{T}^{(1)}(\infty; s, \mathsf{s}) = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s}))$, $\mathsf{T}(\infty; s, \mathsf{s}) = \Phi(\mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s}))$ для всех $s \in S$ и $\mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\}$. Из (7)–(9) вытекает, что в каждой АТС S для всех $k \geq 2$ и $l = 1, \ldots, k-1$ истинны формулы

$$\mathsf{H}(k; s, s') = \bigcup_{s'' \in S} \mathsf{H}(l; s, s'') \circ \mathsf{H}(k-l; s'', s') \quad (s, s' \in S), \tag{15}$$

$$\mathsf{T}^{(1)}(k; s, s') = \bigcup_{s'' \in S} \mathsf{T}^{(1)}(l; s, s'') * \mathsf{T}^{(1)}(k-l; s'', s') \quad (s, s' \in S), \tag{16}$$

$$\mathsf{T}(k; s, s') \subseteq \bigcup_{s'' \in S} \mathsf{T}(l; s, s'') \bullet \mathsf{T}(k-l; s'', s') \quad (s, s' \in S), \tag{17}$$

а для всех $k \in \mathbf{N}$ истинны формулы

$$\mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s}) = \bigcup_{s' \in S} \mathsf{H}(k; s, s') \circ \mathsf{H}(\infty; s', \mathsf{s}) \quad (s \in S, \mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\}), \tag{18}$$

$$\mathsf{T}^{(1)}(\infty; s, \mathsf{s}) = \bigcup_{s' \in S} \mathsf{T}^{(1)}(k; s, s') * \mathsf{T}^{(1)}(\infty; s', \mathsf{s}) \quad (s \in S, \mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\}), \tag{19}$$

$$\mathsf{T}(\infty; s, \mathsf{s}) \subseteq \bigcup_{s' \in S} \mathsf{T}(k; s, s') \bullet \mathsf{T}(\infty; s', \mathsf{s}) \quad (s \in S, \mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\}). \tag{20}$$

Зафиксируем состояния $s, s' \in S$, предельное множество состояний $\mathsf{s} \in B(S) \setminus \{\varnothing\}$, числа $k,\ l \in \mathbf{N}$ $(l < k)$ и упорядоченное разбиение $k = i_1 + \ldots + i_{l+1}$ числа k на $l+1$ положительное слагаемое. Из (15), (16), (18) и (19) вытекает, что для любой фиксированной последовательности состояний $s_1, \ldots, s_l \in S$ истинны включения

$$\mathsf{H}(i_1; s, s_1) \circ \mathsf{H}(i_2; s_1, s_2) \circ \ldots \circ \mathsf{H}(i_l; s_{l-1}, s_l) \circ \mathsf{H}(i_{l+1}; s_l, s') \subseteq \mathsf{H}(k; s, s'), \tag{21}$$

$$\mathsf{T}^{(1)}(i_1; s, s_1) * \mathsf{T}^{(1)}(i_2; s_1, s_2) * \ldots * \mathsf{T}^{(1)}(i_l; s_{l-1}, s_l) * \mathsf{T}^{(1)}(i_{l+1}; s_l, s') \subseteq \mathsf{T}^{(1)}(k; s, s'), \tag{22}$$

$$\mathsf{H}(i_1; s, s_1) \circ \mathsf{H}(i_2; s_1, s_2) \circ \ldots \circ \mathsf{H}(i_l; s_{l-1}, s_l) \circ \mathsf{H}(i_{l+1}; s_l, s') \circ \mathsf{H}(\infty; s', \mathsf{s}) \subseteq \mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s}), \tag{23}$$

$$\begin{gathered}\mathsf{T}^{(1)}(i_1; s, s_1) * \mathsf{T}^{(1)}(i_2; s_1, s_2) * \ldots * \mathsf{T}^{(1)}(i_l; s_{l-1}, s_l) * \mathsf{T}^{(1)}(i_{l+1}; s_l, s') * \\ * \mathsf{T}^{(1)}(\infty; s', \mathsf{s}) \subseteq \mathsf{T}^{(1)}(\infty; s, \mathsf{s}).\end{gathered} \tag{24}$$

Значение включений (21)–(24) состоит в следующем. Пусть зафиксированы состояния $s, s' \in S$ и число $k \in \mathbf{N}$. Выбор числа $l \in \mathbf{N}$ $(l < k)$, разбиения $k = i_1 + \ldots + i_{l+1}$ числа k на $l+1$ положительное слагаемое и последовательности состояний $s_1, \ldots, s_l \in S$ дает возможность организовать параллельные вычисления при исследовании множеств $\mathsf{H}(i_1; s, s_1), \ldots, \mathsf{H}(i_l; s_{l-1}, s_l)$, $\mathsf{H}(i_{l+1}; s_l, s')$ (соответственно $\mathsf{T}^{(1)}(i_1; s, s_1), \ldots, \mathsf{T}^{(1)}(i_l; s_{l-1}, s_l)$, $\mathsf{T}^{(1)}(i_{l+1}; s_l, s')$). Выбор следует осуществлять так, чтобы вычисления проводились как можно проще, а композиция множеств имела как можно большую «площадь». Ясно, что поиск оптимального варианта — многокритериальная задача. С учетом включений (21) и (22) варьирование выбором числа $l \in \mathbf{N}$ $(l < k)$, разбиения числа k на $l+1$ положительное слагаемое и последовательности состояний $s_1, \ldots, s_l \in S$ дает возможность реализовать параллельные вычисления при исследовании непосредственно множеств $\mathsf{H}(k; s, s')$ и $\mathsf{T}^{(1)}(k; s, s')$. Выбор следует варьировать так, чтобы вычисления осуществлялись как можно проще, а пересечение «площадей» композиций было как можно меньшим. Ясно, что поиск оптимального варианта — многокритериальная задача. Единственное отличие при исследовании множеств $\mathsf{H}(\infty; s, \mathsf{s})$ и $\mathsf{T}^{(1)}(\infty; s, \mathsf{s})$ состоит в том, что осуществляется также варьирование числа $k \in \mathbf{N}$, а состояние $s' \in S$ выбирается так, чтобы оно было финальным состоянием переходной части процессов.

В силу утверждения 4 в каждой АТС S, в которой не существуют такие состояния $s_1, s_2 \in S$ $(s_1 \neq s_2)$, что s_1 и s_2 являются соответственно концом и началом некоторых историй и $\varphi(s_1) = \varphi(s_2)$, для всех $k \geq 2$ и $l = 1, \ldots, k-1$ имеют место тождества

$$\mathsf{T}(k; s, s') = \bigcup_{s'' \in S} \mathsf{T}(l; s, s'') \bullet \mathsf{T}(k-l; s'', s') \quad (s, s' \in S), \tag{25}$$

а в каждой АТС S, в которой не существуют такие состояния $s_1, s_2 \in S$ $(s_1 \neq s_2)$, что s_1 — конец некоторой истории, s_2 — начало некоторой бесконечной истории и $\varphi(s_1) = \varphi(s_2)$, для всех $k \in \mathbf{N}$ имеют место тождества

$$\mathsf{T}(\infty; s, \mathsf{s}) = \bigcup_{s' \in S} \mathsf{T}(k; s, s') \bullet \mathsf{T}(\infty; s', \mathsf{s}) \quad (s \in S, \mathsf{s} \in \mathsf{B}(S) \setminus \{\varnothing\}). \tag{26}$$

В этом случае из (25) и (26) вытекает, что зафиксировав $s, s' \in S$, $\mathsf{s} \in \mathsf{B}(S) \setminus \{\varnothing\}$, числа $k, l \in \mathbf{N}$ $(l < k)$, упорядоченное разбиение $k = i_1 + \ldots + i_{l+1}$ числа k на $l+1$ положительное слагаемое и последовательность $s_1, \ldots, s_l \in S$, получим, что истинны включения

$$\mathsf{T}(i_1; s, s_1) \bullet \mathsf{T}(i_2; s_1, s_2) \bullet \ldots \bullet \mathsf{T}(i_l; s_{l-1}, s_l) \bullet \mathsf{T}(i_{l+1}; s_l, s') \subseteq \mathsf{T}(k; s, s'), \tag{27}$$

$$\mathsf{T}(i_1; s, s_1) \bullet \mathsf{T}(i_2; s_1, s_2) \bullet \ldots$$

$$\ldots \bullet \mathsf{T}(i_l; s_{l-1}, s_l) \bullet \mathsf{T}(i_{l+1}; s_l, s') \bullet \mathsf{T}(\infty; s', \mathsf{s}) \subseteq \mathsf{T}(\infty; s, \mathsf{s}). \tag{28}$$

Значение включений (27) и (28) такое же, как и включений (22) и (24).

ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ СОСТОЯНИЙ АТС S

Пусть $\mathsf{H}(s^{\rightarrow})$ $(s \in S)$ — множество всех историй с началом s, $\mathsf{H}_{\max}(s^{\rightarrow})$ — множество всех не продолжаемых вправо историй $\mathsf{h} \in \mathsf{H}(s^{\rightarrow})$, $\mathsf{H}(s^{\leftarrow})$ — множество всех историй с концом s, а $\mathsf{H}_{\max}(s^{\leftarrow})$ — множество всех не продолжаемых влево историй $\mathsf{h} \in \mathsf{H}(s^{\leftarrow})$.

Положим $\mathsf{T}^{(1)}(s^{\rightarrow}) = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}(s^{\rightarrow}))$, $\mathsf{T}^{(1)}_{\max}(s^{\rightarrow}) = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\rightarrow}))$, $\mathsf{T}^{(1)}(s^{\leftarrow}) = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}(s^{\leftarrow}))$, $\mathsf{T}^{(1)}_{\max}(s^{\leftarrow}) = \Phi^{(1)}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\leftarrow}))$, $\mathsf{T}(s^{\rightarrow}) = \Phi(\mathsf{H}(s^{\rightarrow}))$, $\mathsf{T}_{\max}(s^{\rightarrow}) = \Phi(\mathsf{H}_{\max}(s^{\rightarrow}))$, $\mathsf{T}(s^{\leftarrow}) = \Phi(\mathsf{H}(s^{\leftarrow}))$, $\mathsf{T}_{\max}(s^{\leftarrow}) = \Phi(\mathsf{H}_{\max}(s^{\leftarrow}))$. В каждой АТС S для любых состояний $s_1, s_2 \in S$ множество $\mathsf{H}(s_1, s_2) = \mathsf{H}(s_1^{\rightarrow}) \circ \mathsf{H}(s_2^{\leftarrow})$ (соответственно $\mathsf{T}^{(1)}(s_1, s_2) = \mathsf{T}^{(1)}(s_1^{\rightarrow}) * \mathsf{T}^{(1)}(s_2^{\leftarrow})$) состоит из всех историй (трасс) с началом

s_1 и концом s_2. Кроме того, $\mathsf{T}^{(1)}(s_1, s_2) \subseteq \mathsf{T}(s_1, s_2)$, где $\mathsf{T}(s_1, s_2) = \mathsf{T}(s_1^{\rightarrow}) \bullet \mathsf{T}(s_2^{\leq} \leftarrow)$.

Для множества X историй (трасс) обозначим $\mathsf{L}(X)$ множество всех последовательностей действий, считываемых вдоль историй (трасс), принадлежащих множеству X. Имеет место утверждение.

Утверждение 5. В каждой АТС S для любого состояния $s \in S$ истинны равенства

$$\mathsf{L}(\mathsf{H}(s^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}^{(1)}(s^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}(s^{\rightarrow})),\ \mathsf{L}(\mathsf{H}(s^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}^{(1)}(s^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}(s^{\leftarrow})),$$

$$\mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}^{(1)}_{\max}(s^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}_{\max}(s^{\rightarrow})),$$

$$\mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}^{(1)}_{\max}(s^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{T}_{\max}(s^{\leftarrow})).$$

Отметим, что множество $\mathsf{L}(\mathsf{H}(s^{\rightarrow}))$ (соответственно $\mathsf{L}(\mathsf{H}(s^{\leftarrow}))$) является пополнением множества $\mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\rightarrow}))$ (соответственно $\mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s^{\leftarrow}))$) всевозможными начальными (финальными) отрезками принадлежащих ему последовательностей действий.

Определим на множестве состояний S отношения эквивалентности $\equiv_{\rightarrow}$, $\equiv_{\rightarrow}^{\max}$, $\equiv_{\leftarrow}$, $\equiv_{\leftarrow}^{\max}$, $\equiv_{\rightarrow}^{tr}$, $\equiv_{\leftarrow}^{tr}$, $\equiv_{\rightarrow}^{m-tr}$, $\equiv_{\leftarrow}^{m-tr}$ следующими формулами:

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\rightarrow} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{L}(\mathsf{H}(s_1^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{H}(s_2^{\rightarrow}))),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\rightarrow}^{\max} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s_1^{\rightarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s_2^{\rightarrow}))),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\leftarrow} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{L}(\mathsf{H}(s_1^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{H}(s_2^{\leftarrow}))),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\leftarrow}^{\max} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s_1^{\leftarrow})) = \mathsf{L}(\mathsf{H}_{\max}(s_2^{\leftarrow}))),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\rightarrow}^{tr} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{T}(s_1^{\rightarrow}) = \mathsf{T}(s_2^{\rightarrow})),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\leftarrow}^{tr} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{T}(s_1^{\leftarrow})) = \mathsf{T}(s_2^{\leftarrow})),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\rightarrow}^{m-tr} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{T}_{\max}(s_1^{\rightarrow}) = \mathsf{T}_{\max}(s_2^{\rightarrow})),$$

$$(\forall s_1, s_2 \in S)(s_1 \equiv_{\leftarrow}^{m-tr} s_2 \Leftrightarrow \mathsf{T}_{\max}(s_1^{\leftarrow})) = \mathsf{T}_{\max}(s_2^{\leftarrow})).$$

Рассмотрим также на множестве состояний S такое отношение эквивалентности $\equiv_{\rightarrow}^{bs}$, что $(s, s') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs}$ $(s, s' \in S)$ тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$(s, s') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \Rightarrow \varphi(s) = \varphi(s'),$$

$$(s, s') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s \xrightarrow{a} s'' \in T \Rightarrow (\exists s''' \in S)((s'', s''') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s' \xrightarrow{a} s''' \in T),$$

$$(s, s') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s' \xrightarrow{a} s''' \Rightarrow (\exists s'' \in S)((s'', s''') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s \xrightarrow{a} s'' \in T),$$

и такое отношение эквивалентности $\equiv_{\leftarrow}^{bs}$, что $(s, s') \in \equiv_{\leftarrow}^{bs}$ $(s, s' \in S)$ тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$(s, s') \in \equiv_{\leftarrow}^{bs} \Rightarrow \varphi(s) = \varphi(s'),$$

$$(s, s') \in \equiv_{\leftarrow}^{bs} \& \ s'' \xrightarrow{a} s \in T \Rightarrow (\exists s''' \in S)((s'', s''') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s''' \xrightarrow{a} s' \in T),$$

$$(s, s') \in \equiv_{\leftarrow}^{bs} \& \ s''' \xrightarrow{a} s' \Rightarrow (\exists s'' \in S)((s'', s''') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs} \& \ s'' \xrightarrow{a} s \in T).$$

Ясно, что $\equiv_{\rightarrow}$ — обычное отношение эквивалентности состояний, используемое для акцепторов, а $\equiv_{\rightarrow}^{m-tr}$ и $\equiv_{\rightarrow}^{bs}$ — отношения соответственно трассовой и бисимуляционной эквивалентности состояний АТС S. Говоря неформально, запись $(s, s') \in \equiv_{\rightarrow}^{bs}$ (соответственно $(s, s') \in \equiv_{\leftarrow}^{bs}$) означает, что равные множества трасс $\mathsf{T}_{\max}(s^{\rightarrow})$ и $\mathsf{T}_{\max}(s'^{\rightarrow})$ (соответственно $\mathsf{T}_{\max}(s^{\leftarrow})$ и $\mathsf{T}_{\max}(s'^{\leftarrow})$) имеют одну и ту же структуру ветвления.

В каждой АТС S истинны включения $\equiv_{\rightarrow}^{bs} \subseteq \equiv_{\rightarrow}^{m-tr} \subseteq \equiv_{\rightarrow}^{\max} \subseteq \equiv_{\rightarrow}$, $\equiv_{\leftarrow}^{bs} \subseteq \equiv_{\leftarrow}^{m-tr} \subseteq \subseteq \equiv_{\leftarrow}^{\max} \subseteq \equiv_{\leftarrow}$, $\equiv_{\rightarrow}^{m-tr} \subseteq \equiv_{\rightarrow}^{tr} \subseteq \equiv_{\rightarrow}$ и $\equiv_{\leftarrow}^{m-tr} \subseteq \equiv_{\leftarrow}^{tr} \subseteq \equiv_{\leftarrow}$. Поэтому имеет место следующее утверждение.

Утверждение 6. В каждой АТС S истинны неравенства

$$S / \equiv_{\rightarrow}^{bs} \leq S / \equiv_{\rightarrow}^{m-tr} \leq S / \equiv_{\rightarrow}^{\max} \leq S / \equiv_{\rightarrow}, \tag{29}$$

$$S / \equiv_{\leftarrow}^{bs} \leq S / \equiv_{\leftarrow}^{m-tr} \leq S / \equiv_{\leftarrow}^{\max}{}_{\leq} \leq S / \equiv_{\leftarrow}, \tag{30}$$

$$S / \equiv_{\rightarrow}^{m-tr} \leq S / \equiv_{\rightarrow}^{tr} \leq S / \equiv_{\rightarrow}, \tag{31}$$

$$S / \equiv_{\leftarrow}^{m-tr} \leq S / \equiv_{\leftarrow}^{tr} \leq S / \equiv_{\leftarrow}. \tag{32}$$

Неравенства (29)–(32) характеризуют в терминах отношений эквивалентности, определенных на множестве состояний, соотношения между различными уровнями абстракции (а следовательно, и детализации) при исследовании АТС S.

НАСТРОЕННЫЕ И МАКРОНАСТРОЕННЫЕ АТС

Известно, что АТС представляет собой математическую модель, предназначенную для исследования как конечных, так и бесконечных процессов. Между этими двумя ситуациями имеется ряд различий. Поэтому рассмотрим их по отдельности.

Охарактеризуем вначале АТС как математическую модель, предназначенную для исследования конечных процессов.

Для любых множеств $S_1, S_2 \in \mathcal{B}(S)$ положим $\mathsf{H}(S_1^{\rightarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{H}(s^{\rightarrow})$, $\mathsf{H}(S_1^{\leftarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{H}(s^{\leftarrow})$, $\mathsf{T}^{(1)}(S_1^{\rightarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{T}^{(1)}(s^{\rightarrow})$, $\mathsf{T}^{(1)}(S_1^{\leftarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{T}^{(1)}(s^{\leftarrow})$, $\mathsf{T}(S_1^{\rightarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{T}(s^{\rightarrow})$, $\mathsf{T}(S_1^{\leftarrow}) = \bigcup_{s \in S_1} \mathsf{T}(s^{\leftarrow})$, $\mathsf{H}(S_1, S_2) = \mathsf{H}(S_1^{\rightarrow}) \circ \mathsf{H}(S_2^{\leftarrow})$, $\mathsf{T}^{(1)}(S_1, S_2) = \mathsf{T}^{(1)}(S_1^{\rightarrow}) * \mathsf{T}^{(1)}(S_2^{\leftarrow})$ и $\mathsf{T}(S_1, S_2) = \mathsf{T}(S_1^{\rightarrow}) \bullet \mathsf{T}(S_2^{\leftarrow})$. Последние три равенства являются основой применения метода сращивания деревьев [10] при проверке свойств множеств историй и трасс в случае, когда S — конечное множество.

Определение 1. Настроенной АТС (НАТС) назовем пятерку $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$, где $\mathsf{S} = (S, A, U, T, \varphi)$ — АТС, $S_{in}, S_{fin} \in \mathcal{B}(S) \setminus \{\varnothing\}$, $S_{frb} \in \mathcal{B}(S)$ $(S_{frb} \cap S_{in} = S_{frb} \cap S_{fin} = \varnothing)$ — множества соответственно начальных, финальных и запрещенных состояний, а $S_{\perp} \in \mathcal{B}(S)$ — множество доопределяемых состояний, т.е. из которых можно добавлять новые переходы.

Назовем $\mathsf{H}(\mathsf{S}) = \mathsf{H}(S_{in}, S_{fin})$ и $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}) = \mathsf{T}^{(1)}(S_{in}, S_{fin})$ множеством рабочих историй и трасс НАТС S, а $\mathsf{L}(\mathsf{S}) = \mathsf{L}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))$ — языком, представленным НАТС S.

Если $S_{frb} = \varnothing$ и $S_{\perp} = \varnothing$, то НАТС S — обычный (возможно, бесконечный) акцептор языка (источник в терминологии из [11]).

Пусть $S_{frb} \neq \varnothing$. В этом случае необходимо исключить возможность прохождения рабочих историй и трасс через запрещенные состояния. Поэтому следующие два класса НАТС играют важную роль для теории и приложений.

Определение 2. Назовем НАТС S X-безопасной ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\}$) тогда и только тогда, когда $\mathsf{X}(S_{in}, S_{frb}) = \varnothing$ и $\mathsf{X}(S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing$.

Определение 3. Назовем НАТС S H-корректной тогда и только тогда, когда $\mathsf{H}(S_{in}, S_{frb}) \circ \mathsf{H}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing$; $\mathsf{T}^{(1)}$-корректной тогда и только тогда, когда $\mathsf{T}^{(1)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(1)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing$; T-корректной тогда и только тогда, когда $\mathsf{T}(S_{in}, S_{frb}) \bullet \mathsf{T}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing$.

Из определений 2 и 3 вытекает, что имеют место следующие утверждения.

Утверждение 7. Если НАТС S X-безопасная ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\}$), то она X-корректная.

Утверждение 8. Рассматриваемая НАТС S H-безопасная (соответственно H-корректная) тогда и только тогда, когда она $\mathsf{T}^{(1)}$-безопасная (соответственно $\mathsf{T}^{(1)}$-корректная).

Утверждение 9. Если НАТС S T-безопасная (соответственно T-корректная), то она $\mathsf{T}^{(1)}$-безопасная (соответственно $\mathsf{T}^{(1)}$-корректная).

Пусть $S_\perp \neq \varnothing$. Добавление из состояния $s \in S_\perp$ нового перехода $s \xrightarrow{a} s' \notin T$ преобразует НАТС $\mathsf{S} = (\mathcal{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$ в такую НАТС $\mathsf{S}' = (\mathcal{S}', S_{in}, S'_{fin}, S'_{frb}, S'_\perp)$, что:

1) $\mathcal{S}' = (S', A', U', T', \varphi')$, где $S' = S \cup \{s'\}$, $A' = A \cup \{a\}$, $T' = T \cup \{s \xrightarrow{a} s'\}$, причем если $s' \in S$, то $\varphi' = \varphi$, $U' = U$, а если $s' \notin S$, то $\operatorname{graph} \varphi' = \operatorname{graph} \varphi \cup \{(s', u')\}$, $U' = U \cup \{u'\}$;

2) если $s' \in S$, то $S'_{fin} = S_{fin}$, $S'_{frb} = S_{frb}$ и $S'_\perp = S_\perp$;

3) если $s' \notin S$, то:

3.1) если $s \in S_{fin}$, то $S'_{fin} = S_{fin} \cup \{s'\}$, а если $s \notin S_{fin}$, то $S'_{fin} = S_{fin}$;

3.2) если $s \in S_{frb}$, то $S'_{frb} = S_{frb} \cup \{s'\}$, а если $s \notin S_{frb}$, то $S'_{frb} = S_{frb}$;

3.3) если $s \in S_\perp$, то $S'_\perp = S_\perp \cup \{s'\}$, а если $s \notin S_\perp$, то $S'_\perp = S_\perp$.

Таким образом, если $S_\perp \neq \varnothing$, то НАТС S — система с переменной структурой. Изменения структуры осуществляются за счет добавления последовательностей новых переходов из состояний, принадлежащих множеству $S_\perp$.

При добавлении перехода $s \xrightarrow{a} s' \notin T$ ($s \in S_\perp$, $s' \in S$) возможны изменения множеств рабочих трасс и траекторий, а также языка, представленного НАТС. Более того, могут утратиться свойства НАТС «быть X-безопасной» ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\}$) или «быть X-корректной» ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\}$). Поэтому при добавлении перехода вида $s \xrightarrow{a} s' \notin T$ ($s \in S_\perp$, $s' \in S$) возникает необходимость проверки сохранения этих свойств.

Охарактеризуем теперь АТС как математическую модель, предназначенную для исследования бесконечных процессов. Для любых $S_1 \in \mathcal{B}(S)$ и $\mathsf{S}_2 \in \mathcal{B}(\mathcal{B}(S))$ положим $\mathsf{X}_\infty(S_1, \mathsf{S}_2) = \{\mathsf{X}(\infty, s, \mathsf{s}) \mid s \in S_1, \mathsf{s} \in \mathsf{S}_2\}$ ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\}$).

Определение 4. Макронастроенной АТС (МАТС) назовем пятерку $\mathsf{S}_\infty = (\mathcal{S}, S_{in}, \mathsf{S}_{\lim}, S_{frb}, S_\perp)$, где $\mathcal{S} = (S, A, U, T, \varphi)$ — АТС, $S_{in} \in \mathcal{B}(S) \setminus \{\varnothing\}$ — множество начальных состояний, $\mathsf{S}_{\lim} \subseteq \mathcal{B}(\mathcal{B}(S) \setminus \{\varnothing\}) \setminus \{\varnothing\}$ — множество предельных множеств состояний, $S_{frb} \in \mathcal{B}(S)$ ($S_{frb} \cap S_{in} = \varnothing$, $S_{frb} \cap \left(\bigcup_{\mathsf{s} \in \mathsf{S}_{\lim}} \mathsf{s} \right) = \varnothing$) — множество запрещенных состояний, а $S_\perp \in \mathcal{B}(S)$ ($S_\perp \cap \left(\bigcup_{\mathsf{s} \in \mathsf{S}_{\lim}} \mathsf{s} \right) = \varnothing$) — множество доопределяемых состояний.

Назовем $\mathsf{H}(\mathsf{S}_\infty)=\mathsf{H}_\infty(S_{in},\mathsf{S}_{\lim})$ и $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}_\infty)=\mathsf{T}^{(1)}_\infty(S_{in},\mathsf{S}_{\lim})$ множеством рабочих историй и трасс МАТС S_∞, а $\mathsf{L}(\mathsf{S}_\infty)=\mathsf{L}(\mathsf{H}(\mathsf{S}_\infty))$ — сверхъязыком, представленным МАТС S_∞.

Если $S_{frb}=\varnothing$ и $S_\perp=\varnothing$, то МАТС S_∞ — обычный (возможно бесконечный) акцептор сверхъязыка (макроисточник в терминологии из [11]).

Пусть $S_{frb}\neq\varnothing$. Можно выделить классы безопасных и корректных МАТС, как это было сделано для НАТС. Отличие состоит в том, что в определениях 2 и 3 НАТС S заменяется МАТС S_∞, а множество S_{fin} заменяется множеством $\bigcup\limits_{\mathsf{s}\in\mathsf{S}_{\lim}}\mathsf{s}$. При этом истинны утверждения, полученные из утверждений 7–9, в которых НАТС S земеняется МАТС S_∞.

Пусть $S_\perp\neq\varnothing$. Добавление из состояния $s\in S_\perp$ нового перехода $s\xrightarrow{a}s'\notin T$ осуществляется для МАТС S_∞ так же, как и для НАТС S. Условие $S_\perp\cap\left(\bigcup\limits_{\mathsf{s}\in\mathsf{S}_{\lim}}\mathsf{s}\right)=\varnothing$ гарантирует, что при добавлении переходов в МАТС S_∞ множество $\mathsf{S}_{\lim}$ не изменяется.

АЛГЕБРА НАТС И МАТС

Построим алгебру над НАТС и МАТС аналогично [11] для конечно-автоматных акцепторов. Для этого приведем НАТС и МАТС к специальному виду.

Каждую НАТС $\mathsf{S}=(\mathcal{S},S_{in},S_{fin},S_{frb},S_\perp)$ $(\mathcal{S}=(S,A,U,T,\varphi))$ можно преобразовать в эквивалентный ей двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}=(\widetilde{\mathcal{S}},s_{strt},s_{stp},S_{frb},S_\perp)$ $(\widetilde{\mathcal{S}}=(\widetilde{S},A,U,\widetilde{T},\varphi))$, где $\widetilde{S}=S\cup\{s_{strt},s_{stp}\}$ $(s_{strt},s_{stp}\notin S)$, а $\widetilde{T}=T\cup\{s_{strt}\longrightarrow s\mid s\in S_{in}\}\cup\{s\longrightarrow s_{stp}\mid s\in S_{fin}\}$. При этом s_{strt} — точка, из которой осуществляется вход во множество начальных состояний НАТС S, а s_{stp} — точка, в которую осуществляется выход из НАТС S, если при достижении множества S_{fin} принято решение о прекращении вычислений. Назовем фрагменты $s_{strt}\longrightarrow$ и $\longrightarrow s_{stp}$ маркерами. Эквивалентность S и $\widetilde{\mathsf{S}}$ состоит в том, что с точностью до маркеров истинны равенства $\mathsf{X}(\mathsf{S})=\mathsf{X}(\widetilde{\mathsf{S}})$ $(\mathsf{X}\in\{\mathsf{H},\mathsf{L},\mathsf{T}^{(1)},\mathsf{T}\})$. Определим операции над НАТС.

Пусть $\widetilde{\mathsf{S}}=(\widetilde{\mathcal{S}},s_{strt},s_{stp},S_{frb},S_\perp)$. Обозначим $\widetilde{\mathsf{S}}^*$ НАТС, полученную склеиванием состояний s_{strt} и s_{stp}. Имеют место следующие утверждения.

Утверждение 10. Для любой НАТС S множества $(\mathsf{X}(\mathsf{S}))^*$ $(\mathsf{X}\in\{\mathsf{H},\mathsf{L},\mathsf{T}^{(1)},\mathsf{T}\})$ с точностью до маркеров представлены НАТС $\widetilde{\mathsf{S}}^*$.

Утверждение 11. Если НАТС S X-безопасная (соответственно X-корректная) $(\mathsf{X}\in\{\mathsf{H},\mathsf{T}^{(1)},\mathsf{T}\})$, то НАТС $\widetilde{\mathsf{S}}^*$ X-безопасная (соответственно X-корректная).

Пусть $\widetilde{\mathsf{S}}^{(i)}=(\widetilde{\mathcal{S}}^{(i)},s^{(i)}_{strt},s^{(i)}_{stp},S^{(i)}_{frb},S^{(i)}_\perp)$ $(i=1,2)$, где $S^{(1)}\cap S^{(2)}=\varnothing$.

Обозначим $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}||\,\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ двухполюсник, полученный склеиванием состояний $s^{(1)}_{strt}$ и $s^{(2)}_{strt}$, а также состояний $s^{(1)}_{stp}$ и $s^{(2)}_{stp}$. Имеют место следующие утверждения.

Утверждение 12. Для любых НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)}\cap S^{(2)}=\varnothing)$ двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}||\,\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ представляет множества $\mathsf{X}(\mathsf{S}^{(1)})\cup\mathsf{X}(\mathsf{S}^{(2)})$ $(\mathsf{X}\in\{\mathsf{H},\mathsf{L},\mathsf{T}^{(1)},\mathsf{T}\})$ с точностью до маркеров.

Утверждение 13. Если НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)}\cap S^{(2)}=\varnothing)$ X-безопасные (соответственно X-корректные) $(\mathsf{X}\in\{\mathsf{H},\mathsf{T}^{(1)},\mathsf{T}\})$, то двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}||\,\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ X-безопасный (соответственно X-корректный).

Обозначим $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ двухполюсник, полученный из двухполюсников $\mathsf{S}^{(1)}$ и $\mathsf{S}^{(2)}$ следующим образом: состояния $s_{stp}^{(1)}$ и $s_{strt}^{(2)}$ склеиваются, состояние $s_{strt}^{(1)}$ объявляется точкой входа, а состояние $s_{stp}^{(2)}$ — точкой выхода. Имеют место следующие утверждения.

Утверждение 14. Для любых НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ представляет множества $\mathsf{X}(\mathsf{S}^{(1)})\mathsf{X}(\mathsf{S}^{(2)})$ $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{L}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$ с точностью до маркеров.

Утверждение 15. Если НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ X-безопасные (соответственно X-корректные) $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$, то двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ X-безопасный (соответственно X-корректный).

Положим

$$\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)} =$$

$$= (\widetilde{\mathsf{S}}, (s_{strt}^{(1)}, s_{strt}^{(2)}), (s_{stp}^{(1)}, s_{stp}^{(2)}), S_{frb}^{(1)} \times S^{(2)} \cup S^{(1)} \times S_{frb}^{(2)}, S_{\perp}^{(1)} \times S^{(2)} \cup S^{(1)} \times S_{\perp}^{(2)}),$$

где $\widetilde{\mathsf{S}} = (\widetilde{S}, A, U, \widetilde{T}, \varphi)$ — такая АТС, что $\widetilde{S} = S^{(1)} \times S^{(2)} \cup \{(s_{strt}^{(1)}, s_{strt}^{(2)}), (s_{stp}^{(1)}, s_{stp}^{(2)})\}$, $A = A^{(1)} \cup A^{(2)}$, $U = U^{(1)} \times U^{(2)}$, $\varphi((s^{(1)}, s^{(2)})) = (\varphi^{(1)}(s^{(1)}), \varphi^{(2)}(s^{(2)}))$ для всех $(s^{(1)}, s^{(2)}) \in S^{(1)} \times S^{(2)}$, а отношение переходов $\widetilde{T}$ определяется следующим образом:

$$(\forall (s^{(1)}, s^{(2)}) \in S_{in}^{(1)} \times S_{in}^{(2)})((s_{strt}^{(1)}, s_{strt}^{(2)}) \longrightarrow (s^{(1)}, s^{(2)}))\ \&$$

$$\&\ (\forall (s^{(1)}, s^{(2)}) \in S_{fin}^{(1)} \times S_{fin}^{(2)})((s^{(1)}, s^{(2)}) \longrightarrow (s_{stp}^{(1)}, s_{stp}^{(2)}))\ \&$$

$$\&\ (\forall (s_1^{(1)}, s_1^{(2)}), (s_2^{(1)}, s_2^{(2)}) \in S^{(1)} \times S^{(2)})(\forall a \in A)((s_1^{(1)}, s_1^{(2)}) \xrightarrow{a} (s_2^{(1)}, s_2^{(2)}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s_1^{(1)} \xrightarrow{a} s_2^{(1)} \in T^{(1)}\ \&\ s_1^{(2)} \xrightarrow{a} s_2^{(2)} \in T^{(2)}).$$

Имеют место следующие утверждения.

Утверждение 16. Для любых НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ представляет множество $\mathsf{L}(\mathsf{S}^{(1)}) \cap \mathsf{L}(\mathsf{S}^{(2)})$ и такие множества $\mathsf{X}(\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)})$ $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$, что $\mathsf{x} \in \mathsf{X}(\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)})$ тогда и только тогда, когда $pr_1\mathsf{x} \in \mathsf{X}(\mathsf{S}^{(1)})$, $pr_2\mathsf{x} \in \mathsf{X}(\mathsf{S}^{(2)})$ с точностью до маркеров и вдоль $pr_1\mathsf{x}$ и $pr_2\mathsf{x}$ считывается одна и та же последовательность действий.

Утверждение 17. Если НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$, $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ X-безопасные (соответственно X-корректные) $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$, то двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ X-безопасный (соответственно X-корректный).

Каждую МАТС $\mathsf{S}_\infty = (\mathsf{S}, S_{in}, \mathsf{S}_{\lim}, S_{frb}, S_\perp)$ $(\mathsf{S} = (S, A, U, T, \varphi))$ можно преобразовать в эквивалентную МАТС $\widetilde{\mathsf{S}}_\infty = (\widetilde{\mathsf{S}}, s_{strt}, \mathsf{S}_{\lim}, S_{frb}, S_\perp)$ $(\widetilde{\mathsf{S}} = (\widetilde{S}, A, U, \widetilde{T}, \varphi))$, где $\widetilde{S} = S \cup \{s_{strt}\}$ $(s_{strt} \notin S)$, $\widetilde{T} = T \cup \{s_{strt} \longrightarrow s \mid s \in S_{in}\}$, а s_{strt} — точка, из которой осуществляется вход во множество начальных состояний МАТС S. Определим следующие операции.

Пусть $\widetilde{\mathsf{S}}_\infty^{(i)} = (\widetilde{\mathsf{S}}_\infty^{(i)}, s_{strt}^{(i)}, \mathsf{S}_{\lim}^{(i)}, S_{frb}^{(i)}, S_\perp^{(i)})$ $(i = 1, 2)$, где $S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing$. Обозначим $\widetilde{\mathsf{S}}_\infty^{(1)} \| \widetilde{\mathsf{S}}_\infty^{(2)}$ МАТС, полученную склеиванием состояний $s_{strt}^{(1)}$ и $s_{strt}^{(2)}$. Имеют место утверждения.

Утверждение 18. Для любых МАТС $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(1)}$, $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ МАТС $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(1)} || \tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ представляет множества $\mathsf{X}(\mathsf{S}_{\infty}^{(1)}) \cup \mathsf{X}(\mathsf{S}_{\infty}^{(2)})$ $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{L}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$ с точностью до маркеров.

Утверждение 19. Если МАТС $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(1)}$, $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ X-безопасные (соответственно X-корректные) $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$, то МАТС $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(1)} || \tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ X-безопасная (соответственно X-корректная).

Пусть $\tilde{\mathsf{S}}^{(1)} = (\tilde{\mathsf{S}}^{(1)}, s_{strt}^{(1)}, s_{stp}^{(1)}, S_{frb}^{(1)}, S_{\perp}^{(1)})$, $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)} = (\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}, s_{strt}^{(2)}, \mathsf{S}_{\lim}^{(2)}, S_{frb}^{(2)}, S_{\perp}^{(2)})$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$. Обозначим $\tilde{S}^{(1)} \tilde{S}_{\infty}^{(2)}$ МАТС, полученную из $\tilde{S}^{(1)}$ и $\tilde{S}_{\infty}^{(2)}$ следующим образом: состояния $s_{stp}^{(1)}$ и $s_{strt}^{(2)}$ склеиваются, а состояние $s_{strt}^{(1)}$ объявляется точкой входа, а множество $\mathsf{S}_{\lim}^{(2)}$ — множеством предельных множеств состояний. Имеют место утверждения.

Утверждение 20. Для любых НАТС $\tilde{\mathsf{S}}^{(1)}$ и МАТС $\tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ МАТС $\tilde{\mathsf{S}}^{(1)} \tilde{\mathsf{S}}_{\infty}^{(2)}$ представляет множества $\mathsf{X}(\mathsf{S}^{(1)})\mathsf{X}(\mathsf{S}_{\infty}^{(2)})$ $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{L}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$ с точностью до маркеров.

Утверждение 21. Если НАТС $\mathsf{S}^{(1)}$ и МАТС $\mathsf{S}^{(2)}$ $(S^{(1)} \cap S^{(2)} = \varnothing)$ X-безопасные (соответственно X-корректные) $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}\})$, то МАТС $\tilde{S}^{(1)} \tilde{S}^{(2)}$ X-безопасная (соответственно X-корректная).

Отметим, что построенная алгебра НАТС и МАТС дает возможность исследовать поведения на основе сведения решаемой задачи к совокупности подзадач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработан теоретико-множественный аппарат, предназначенный для анализа структуры АТС без скрытых переходов. Возможными направлениями дальнейших исследований являются:

— разработка эффективных алгоритмов построения покрытия множеств историй или трасс;

— построение и анализ иерархии уровней абстракции, используемых в АТС при решении конкретных задач:

— разработка эффективных алгоритмов проверки свойств «быть безопасной» и «быть корректной»;

— детальная проработка метода декомпозиционного синтеза при построении АТС;

— развитие полученных в работе результатов для АТС со скрытыми переходами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Handbook of process algebra. J.A. Bergstra, A. Ponce, S.A. Smolka (Eds). Amsterdam: Elsevier Science, 2001. 1342 p.
2. Летичевский А.А., Капитонова Ю.В. Инсерционное моделирование. Праці Міжнародної конференції «50 років Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України», 2008. С. 293–301.
3. Летичевский А.А., Капитонова Ю.В., Волков В.А., Вышемирский В.В., Летичевский А.А. (мл.). Инсерционное программирование. *Кибернетика и системный анализ*. 2003. № 1. С. 12–32.
4. Летичевський О.О. Символьні методи в тестуванні та верифікації високонадійних програмних систем: автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук. Київ: ІК ім. В.М. Глушкова НАНУ, 2016. 40 с.

5. Летичевский А.Ад., Капитонова Ю.В., Волков В.А., Летичевский А.А., Баранов С.Н., Котляров В.П., Вейгерт Т. Спецификация систем с помощью базовых протоколов. *Кибернетика и системный анализ*. 2005. № 4. С. 3–21.

6. Park D. Concurrency and automata on infinite sequences. *LNCS*. 1981. Vol. 104. P. 166–183.

7. Abdulla P.A. Well (and better) quasi-ordered transition systems. *Bull. Symbolic Logic*. 2010. Vol. 16, Iss. 4. P. 457–515.

8. Schmitz S., Schnoebelen P. The power of well-structured systems. *LNCS*. 2013. Vol. 8052. P. 5–24.

9. van Glabbek R.J. Bisimulation. Encyclopedia of parallel computing. New York: Springer, 2011. P. 136–139.

10. Скобелев В.Г. Анализ дискретных систем. Донецк: ИПММ НАНУ, 2002. 172 с.

11. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. Конечные автоматы. Поведение и синтез. Москва: Наука, 1970. 400 с.

Надійшла до редакції 13.06.2016

В.В. Скобелєв

АНАЛІЗ СТРУКТУРИ АТРИБУТНИХ ТРАНЗИЦІЙНИХ СИСТЕМ БЕЗ ПРИХОВАНИХ ПЕРЕХОДІВ

Анотація. Проведено теоретико-множинний аналіз структури атрибутних транзиційних систем без прихованих переходів. Запропоновано часткові операції композиції історій і трас. Показано можливість їхнього застосування для розпаралелювання побудови покриттів множин історій та трас. Визначено відношення еквівалентності на множині станів. У термінах систем із заданими початковими і фінальними станами, а також систем з заданими початковими станами і множинами фінальних граничних множин станів визначено класи безпечних і коректних систем. Побудовано алгебру таких систем.

Ключові слова: атрибутні транзиційні системи без прихованих переходів та їхні композиції, безпека та коректність, структура множин станів, історій та трас.

V.V. Skobelev

ANALYSIS OF THE STRUCTURE OF ATTRIBUTED TRANSITION SYSTEMS WITHOUT HIDDEN TRANSITIONS

Abstract. The paper carries out set-theoretic analysis of the structure of attributed transition systems without hidden transitions. Partial operations of composition of histories and traces are proposed. It is shown that they can be used to parallelize the design of coverings of sets of histories and traces. Equivalence relations on the set of states are extracted. In terms of systems with distinguished initial and final states, as well as systems with distinguished initial states and sets of final limit sets of states, classes of safe and correct systems are defined. The algebra of such systems is proposed.

Keywords: attributed transition systems without hidden transitions and their compositions, safeness and correctness, the structure of sets of states, histories and traces.

Скобелев Владимир Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: skobelevvg@mail.ru.