

УДК 519.688:536.2

**Н. В. Литошенко**, канд. техн. наук

*Институт надтвердых материалов им. В.М. Бакуля НАН Украины, вул. Автозаводська, 2,  
04074 м. Київ, Україна, e-mail: lytnat@ukr.net*

## **ПОРІВНЯННЯ ДВОХ ПІДХОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЦІ ПРУЖНОСТІ СПЛАВІВ WC-Co ПІД ЧАС РОЗТЯГУВАННЯ**

*Завдання наукового дослідження полягає в тому, щоб пояснити отриману за допомогою рівнянь механіки термопружності композитів теоретичну залежність для границі пружності з погляду дислокаційних уявлень про пластичні деформації, що виникають в реальних твердих сплавах WC-Co. Для цього проведено порівняння отриманого розв'язку модельної задачі про взаємодію гвинтової дислокації з зернами WC в твердих сплавах WC-Co з оцінкою границі пружності цих сплавів, виконаною за допомогою рівнянь термопружності двофазних композитів. Встановлено, що теоретична залежність умовної границі пружності для сплаву WC-25%Co практично збігається з виразом для оцінки низу границі текучості за наявності смуги зсуву в суміжних площинах кристалічної ґратки під час розтягування. Отже, створені з використанням традиційної механіки пружних композитів математичні моделі є фізично правдоподібними і можуть бути розвинутими. Їх застосування дасть змогу проводити контроль точності вимірювання деформаційних характеристик промислових марок твердих сплавів.*

***Ключові слова:** твердий сплав WC-Co, математичне моделювання, границя пружності, розтягування, гвинтова дислокація.*

### **Вступ**

Як свідчить огляд сучасної літератури, присвяченої комп'ютерному моделюванню напружено-деформаційного стану сплавів WC-Co, встановлюючи кореляційні зв'язки між структурою і властивостями твердих сплавів, дослідники здебільшого використовують атомістичні обчислювальні моделі [1, 2]. Інформацію, отриману за допомогою, наприклад, молекулярно-динамічного методу, пов'язують з континуальними моделями пружності з урахуванням теорії дислокацій. Для розв'язання модельних задач здебільшого використовують двовимірний метод скінченних елементів.

Автор статті ставить за мету встановити, як узгоджується між собою два різні підходи до моделювання умовної границі пружності сплавів WC-25%Co під час випробування на розтягування. Перший із запропонованих підходів базується на фундаментальних положеннях фізичного матеріалознавства і механіки пружно-пластичних композитів, а другий – на принципах фізичної теорії пластичності кристалів.

### **Числовий експеримент**

Під час механічних випробувань твердих сплавів на розтягування використовують довгі зразки, в середній частині яких створюється однорідний одноосьовий напружений стан.

Для оцінювання границі пружності твердого сплаву WC-25%Co виходимо з відповідних характеристик його карбідної і кобальтової фаз з урахуванням залишкових термічних напружень, що виникли в процесі охолодження після спікання [3]. Рівняння термопружності двофазних композитів встановлюють зв'язок між середніми за об'ємом напруженнями фаз сплаву WC-Co та макроскопічним напруженням розтягування. Під дією напруження розтягування фіксованого значення трьохосьовий напружений стан, що виникає в його фазах, істотно відрізняється.

Під час збільшення зовнішнього навантаження, що розтягує зразок з твердого сплаву WC–25%Co, першою з фаз, в якій досягається границя пружності, є кобальтова зв'язка. Тому умовна границя пружності цього сплаву розраховується за формулою [3]:

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{yCo} \mu (\mu_{WC} - \mu_{Co}) \nu_{Co}}{\mu_{Co} (\mu_{WC} - \mu)},$$

де  $\sigma_{yCo} = 0,27 + 0,22 \cdot (l_{Co})^{-0.5}$  – границя пружності кобальтової зв'язки;  $\mu$ ,  $\mu_{WC}$ ,  $\mu_{Co}$  – модулі зсуву сплаву, карбідної і кобальтової фази відповідно;  $\nu_{Co}$  – об'ємний вміст кобальту в сплаві. Середнє значення товщини кобальтових прошарків.  $l_{Co}$  обчислюється за формулами [3]:

$$l_{Co} = \frac{d_{WC} \nu_{Co}}{(1-C) \nu_{WC}}, \quad C = 1 - 0,65 (1 + 2,57 V) \nu_{Co}^{0,78},$$

де  $d_{WC}$  – середній розмір карбідних зерен,  $C$  – коефіцієнт суміжності зерен WC, а  $V$  – коефіцієнт варіації розподілу зерен WC за розмірами.

Отримані значення  $\sigma_y$  для різних  $d_{WC}$  та коефіцієнта варіації  $V = 0,5$  подано в таблиці.

**Залежність границі пружності  $\sigma_y$  під час розтягування сплаву WC–25%Co від середнього розміру карбідних зерен  $d_{WC}$**

$d_{WC}$ , мкм	1	2	3	4	5
$\sigma_y$ , ГПа	0,81	0,70	0,65	0,62	0,60

Літературні дані про механічні випробовування твердих сплавів WC–Co на розтягування, на жаль, нечисленні і досить суперечливі [4]. Наведемо деякі з них для WC–25%Co. Так, границя пропорційності, виміряна в [4], становить 0,52–0,54 ГПа, умовна границя текучості за залишкової пластичної деформації 0,01% – 0,76–0,92 ГПа [5]. З діаграми деформування під час розтягування в [6] видно, що границя пружності дорівнює приблизно 0,76 ГПа. За даними таблиці, для розмірів карбідних зерен  $d_{WC} = (1-3)$  мкм середнє значення  $\sigma_y = 0,72$  ГПа. Така відповідність свідчить на користь застосованого методу обчислення границі пружності.

Подана в таблиці залежність  $\sigma_y(d_{WC})$  може бути апроксимована виразом:

$$\sigma_y = 0,559 + 0,257 / d_{WC} \quad (1)$$

з коефіцієнтом регресії 0,994.

Застосуємо інший підхід для встановлення залежності границі пружності твердого сплаву WC–25%Co від середнього розміру зерен WC. В ньому традиційна механіка пружних композитів поєднується з фізичною теорією пластичності кристалів. Розглянемо матричний композит з регулярним розташуванням сферичних включень, в якому створено гвинтову дислокацію. Вважається, що на великій відстані від дислокації композитний матеріал знаходиться в умовах однорідного напруженого стану. Основним механізмом пластичного деформування композиту вважається ковзання в площинах симетрії його елементарної комірки. Розглядається така система ковзання, що під час деформування подовжнього зсуву матеріалу відповідає найбільш легкому ковзанню. В такому разі дислокація під час руху не

перетинає частинки дисперсної фази. Переваги застосованого методу полягають в тому, що на відміну від наведеного, наприклад в [7], він враховує ефект взаємного впливу твердофазних включень на напружено-деформаційний стан матриці.

Запропонована модель структури композита може розглядатися як двовимірний аналог багатокобальтового твердого сплаву WC–Co, мікроструктура якого наближається до матричної. Для оцінювання умовної границі пружності під час розтягування твердого сплаву WC–25%Co скористаємося теоретичними результатами [8]. Границя текучості композитного матеріалу під час зсуву має вигляд:

$$\tau = \tau_m + \frac{b\mu_m}{\pi d} \tau(v, \mu), \quad (2)$$

де  $\tau_m$  – границя текучості на зсув матеріалу матриці,  $b$  – модуль вектора Бюргерса матеріалу матриці,  $d$  – діаметр частинок наповнювача,  $v$  – об’ємна концентрація наповнювача,  $\mu = \mu_f / \mu_m$  – відношення модулів зсуву матеріалів включення і матриці. Залежність параметра  $\tau(v, \mu)$  від аргументів наведено в [8]. Аналогічне співвідношення для границі текучості під час розтягування з урахуванням того факту, що вона в  $\sqrt{3}$  разів більша за границю текучості під час зсуву [9], має такий вигляд:

$$\sigma = \sigma_m + \sqrt{3} \frac{b\mu_m}{\pi d} \tau(v, \mu), \quad (3)$$

де  $\sigma_m$  – границя текучості під час розтягування матеріалу матриці. Оскільки нами розглянуто випадок, коли одна дислокація переміщується в площині найлегшого ковзання, то запропонований вираз для границі текучості за випробовування на розтяг можна розглядати як оцінку знизу границі текучості реального сплаву WC–Co і порівняти її з умовною границею пружності (1).

Для твердого сплаву WC–25%Co параметри рівняння (3) мають такі значення:  $b = 2,56$  нм,  $\mu_m = 3,7$ ,  $v = 0,63$ ,  $\tau(v, \mu) = 0,54$ . Для  $\sigma_m$  вибираємо значення 0,552 ГПа, що наведено в [10] для кобальтової зв’язки. В результаті проведених розрахунків співвідношення (3) перетворюється на залежність границі текучості під час розтягування від середнього розміру карбідних зерен  $d_{WC}$  в сплаві WC–25%Co.

$$\sigma = 0,552 + 0,062/d_{WC}. \quad (4)$$

Порівняння залежностей (1) і (4) вказує на те, що вони будуть практично співпадати у разі збільшення коефіцієнта 0,062 в чотири рази. Варто зауважити, що в цьому випадку вираз (4) відповідатиме теоретичному розв’язку розглянутої задачі моделювання смуги зсуву в чотирьох площинах кристалічної ґратки.

## Висновки

Проведений порівняльний аналіз свідчить про те, що математичне моделювання умовної границі пружності під час розтягування твердих сплавів WC–Co, алгоритми якого базуються на фундаментальних положеннях фізичного матеріалознавства та механіки пружно-пластичних матеріалів, добре узгоджується з дислокаційними уявленнями про пластичне деформування багатокобальтових твердих сплавів WC–Co. Отже, створені в [3] і [11] з використанням такого підходу математичні моделі є фізично правдоподібними і можуть розвиватися у майбутньому. Застосування отриманих аналітичних залежностей

властивостей сплавів WC–Co від структурних параметрів дає змогу проводити контроль точності вимірювання деформаційних характеристик промислових марок твердих сплавів.

*Задача научного исследования заключается в том, чтобы объяснить полученную с помощью уравнений механики термоупругости композитов теоретическую зависимость для предела упругости с точки зрения дислокационных представлений о пластических деформациях, возникающих в реальных твердых сплавах WC–Co. Для этого проведено сравнение полученного решения модельной задачи о взаимодействии винтовой дислокации с зернами WC в твердых сплавах WC–Co с оценкой предела упругости этих сплавов, выполненной с помощью уравнений термоупругости двухфазных композитов. Установлено, что теоретическая зависимость условной границы упругости для сплава WC–25%Co практически совпадает с выражением для оценки снизу предела текучести при наличии полосы сдвига в смежных плоскостях кристаллической решетки при растяжении. Таким образом, созданные с использованием традиционной механики упругих композитов математические модели являются физически правдоподобными и могут быть развитыми. Их применение позволит проводить контроль точности измерения деформационных характеристик промышленных марок твердых сплавов.*

**Ключевые слова:** *твердый сплав WC–Co, математическое моделирование, предел упругости, растяжение, винтовая дислокация.*

**N. V. Lytoshenko**

#### **COMPARISON OF TWO APPROACHES TO THE MODELING OF THE TENSILE ELASTIC LIMIT OF THE WC-CO HARDMETAL**

*The task of the scientific study is to explain the theoretical dependence obtained from the equations of the mechanics of thermoelasticity of composites for the elastic limit from the point of view of dislocation concepts of plastic deformations arising in real WC–Co hardmetals. To do this, we compare the solution of the model problem for the interaction of a screw dislocation with WC grains in WC–Co hardmetal with an estimate of the elastic limit of these alloys, carried out using the equations of thermoelasticity of two-phase composites. It is established that the theoretical dependence of the conditional elasticity limit for the WC–25%Co alloy practically coincides with the expression for estimating the yield point from below in the presence of a shear band in adjacent planes of the crystal lattice under tension. Thus, mathematical models created using the traditional mechanics of elastic composites are physically plausible and can be developed. Their application will allow controlling the accuracy of measuring the deformation characteristics of industrial grades of hardmetals.*

**Keywords:** *WC–Co hardmetals, mathematical simulation, elastic limit, tensile, screw dislocation.*

#### **Література**

1. Johansson S. A computational study of interface structures and energetics in cemented carbides and steels // PhD thesis, Chalmers University of Technology, 2010.
2. Chang-Soo K., Ted R. Massa, Gregory S. R. Modeling the relationship between microstructural features and the strength of WC–Co composites // Int. J. of Refr. Met. & Hard Mat. – 2006. –24. – P. 89–100.
3. Литошенко Н. В. Оценка условного предела упругости твердого сплава WC-Co при растяжении // Пробл. прочн. – 1999. – № 6. – С. 116–122.
4. Креймер Г. С. Прочность твердых сплавов.–М.: Металлургия, 1977.–248 с.
5. Bock H., Hoffmann H., Blumenauer H. Mechanische Eigenschaften von Wolframkarbid-Kobalt-Legierungen//Technik. – 1976. – В31. – N 1. – P. 47–51.
6. Лошак М. Г. Прочность и долговечность твердых сплавов.– К.: Наук. думка, 1984. – 327 с.

7. Sendeckyi G. P. Screw dislocations near circular inclusions// *Phys. Stat. Sol.(A)*. – 1970. – 3, N 2.– P. 529–535
8. Бондаренко В. П., Литошенко Н. В. Оценка влияния волокон на предел текучести волокнистого композита при деформации продольного сдвига // *Прикл. механ.* – 1998. – 34, № 9. – С. 83–89.
9. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969.– 420 с.
10. Оцука А., Того К., Тагава Т. Анализ остаточных напряжений после спекания, микронапряжений и микродеформаций при приложении одноосной растягивающей нагрузки в твердом сплаве типа WC–Co// *Trans. Jap. Sos. Mech. Eng.(A)*.– 1987. – 53. – N 495. – P. 1969–1976.
11. Golovchan V. T., Litoshenko N. V. The stress-strain behavior of WC–Co hardmetals // *Comp. Mat. Sci.* – 2010. – 49. – N 3.– P. 593–597.

Надійшла 04.05.18

### References

1. Johansson S. (2010). A computational study of interface structures and energetics in cemented carbides and steels. *PhD thesis*. Chalmers University of Technology
2. Chang-Soo K., Ted R. Massa, & Gregory S. R. (2006). Modeling the relationship between microstructural features and the strength of WC–Co composites. *Int. J. of Refr. Met. & Hard Mat.*, 24, 89–100.
3. Litoshenko, N. V. (1999). Otsenka uslovnogo predela uprugosti tverdogo splava WC-Co pri rastyagenii.[Estimation of the conditional limit of elasticity of a hard alloy WC-Co under stretching ]. *Probl. proch. – Strength problems* , 6, 116–122 [in Russian].
4. Kramer, G.S. (1977). *Prochnost tverdykh splavov [Strength of hard alloys]*. Moscow: Metallurhiia [in Russian].
5. Bock, H., Hoffmann, H., & Blumenauer, H. (1976). Mechanische Eigenschaften von Wolframkarbid-Kobalt-Legierungen [Mechanical properties of tungsten carbide cobalt]. *Technik* [in German].
6. Loshak, M. G. (1984). Prochnost i dolgovechnost tverdykh splavov [Strength and durability of hard alloys]. Kiev: Nauk. dumka. [in Russian].
7. Sendeckyi, G.P. (1970). Screw dislocations near circular inclusions *Phys. Stat. Sol.(A)*, Vol. 3, 2, 529–535.
8. Bondarenko, V. P., & Litoshenko, N. V. (1998). Otsenka vliianiia volokon na predel tekuchesti voloknistogo kompozita pri deformatsii prodolnogo sdviga[ Evaluation of the influence of fibers on the yield strength of a fibrous composite under deformation of a longitudinal shear]. *Prikl. Mekhan. – Applied mechanics*, Vol. 34, 9, 83–89. [in Russian].
9. Kachanov, L.M. (1969). Osnovi teorii plastichnosti. [The fundamentals of the theory of plasticity]. Moscow. Nauka. [in Russian].
10. Otsuka A., Togo, K., Tagava, T. (1987). Analysis of residual stresses after sintering, microstresses and microdeformations when a uniaxial tensile load is applied in a solid alloy of the WC-Co type. *Trans. Jap. Sos. Mech. Eng. (A)*, Vol. 53, 49, 1969–1976.
11. Golovchan, V.T., Litoshenko, N.V. (2010). The stress-strain behavior of WC–Co hardmetals. *Comp. Mat. Sci.*, Vol. 49, 3, 593–597.