

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЦЕПНО – ПОЛЕВЫМИ МЕТОДАМИ В СИСТЕМЕ “MATLAB – FEMLAB”

Васьковский Ю.Н., д. т. н., Гибель Ю.А.

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”

Украина, 03056, Киев, пр-т Перемоги, 37, корп.20, кафедра электромеханики

тел. (044) 441-12-69, 241-76-38, E-mail: ntuukafem@ua.fm

Розглянуто методи чисельного розв’язання коло – польових математичних моделей динамічних режимів електро- механічних перетворювачів енергії. Показано, що перспективним методом розв’язання є метод поділу змінних, а обчислювальні процедури при реалізації коло – польових моделей доцільно реалізовувати в межах сучасного обчислювального комплексу “MATLAB – FEMLAB”.

Рассмотрены методы численного решения цепно – полевых математических моделей динамических режимов электромеханических преобразователей энергии. Показано, что эффективным методом решения задачи является метод разделения переменных, а вычислительные процедуры при реализации цепно – полевых моделей целесообразно осуществлять в рамках современного вычислительного комплекса “MATLAB – FEMLAB”.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее достоверные результаты моделирования динамических режимов электромеханических преобразователей энергии (ЭМПЭ) можно получить на основе решения цепно – полевых математических моделей (ЦПММ), предусматривающих совместный анализ дифференциальных уравнений электрического равновесия обмоток ЭМПЭ, уравнений механического равновесия его подвижных частей и уравнения электромагнитного поля в активной зоне преобразователя [1]. Решение таких моделей выполняется численными методами и встречает значительные практические затруднения ввиду сложной структуры исходных данных, большой размерности системы уравнений, жесткости ее свойств и нелинейности ее параметров. Поэтому актуальным является создание эффективных методов решения ЦПММ и разработка программно – вычислительных средств для компьютерной реализации ЦПММ. Последняя задача с учетом необходимости унификации программных продуктов и приведения их в соответствие с мировыми стандартами является весьма сложной и требует при решении значительных затрат. Это сдерживает широкое практическое использование цепно – полевых методов моделирования при исследованиях и разработках ЭМПЭ.

Инструментальной основой для создания эффективных вычислительных технологий по практической реализации цепно – полевых методов моделирования ЭМПЭ может служить программно – вычислительный комплекс “MATLAB – FEMLAB”, разработанный фирмой MathWorks (США, г. Нейтик, шт. Массачусетс). Этот комплекс обладает удобным пользовательским интерфейсом и содержит исчерпывающий набор необходимых математических методов и процедур для анализа динамических режимов. В статье излагается опыт решения ЦПММ при моделировании некоторых ЭМПЭ с помощью упомянутого комплекса “MATLAB – FEMLAB”.

ЦЕПНО – ПОЛЕВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭМПЭ

В общем виде система уравнений ЦПММ состоит из следующих векторных уравнений [1]:

$$\frac{d\psi_j}{dt} + r i_j - u_j = 0, \quad j = \overline{1, N} \quad (1)$$

$$-J_m \frac{d\omega_m}{dt} + M_m - M_{Bm} = 0; \quad \frac{d\gamma_m}{dt} = \omega_m, \quad m = \overline{1, L} \quad (2)$$

$$f[i, \gamma, A] = 0 \quad (3)$$

где $i = \text{colon}(i_1, \dots, i_N)$, $\psi = \text{colon}(\psi_1, \dots, \psi_N)$, $u = \text{colon}(u_1, \dots, u_N)$ – векторы – столбцы токов, магнитных потокосцеплений и внешних напряжений обмоток ЭМПЭ; N – количество обмоток; $\gamma = \text{colon}(\gamma_1, \dots, \gamma_L)$ – вектор пространственных координат подвижных частей ЭМПЭ; L – количество независимых координат, которые характеризуют пространственное положение подвижных частей; $A = \text{colon}(A_1, \dots, A_q)$ – вектор – столбец выбранных переменных состояния электромагнитного поля (векторный магнитный потенциал, магнитная индукция и др.); q – количество узлов сетки, которая покрывает расчетную зону в активной части преобразователя; $\omega = \text{colon}(\omega_1, \dots, \omega_L)$ – вектор – столбец скоростей (угловых или линейных) подвижных частей; r, J, M, M_B – активное сопротивление обмоток, момент инерции, электромагнитный момент и внешний момент нагрузки. Векторное уравнение (3) описывает распределение электромагнитного поля в узлах дискретной сетки, которая покрывает расчетную область ЭМПЭ. Это уравнение получают после алгебраизации соответствующего дифференциального уравнения поля в частных производных каким – либо численным методом, например методом конечных элементов.

Для анализа режимов работы произвольного ЭМПЭ, имеющего нелинейные электромагнитные связи между обмотками, необходимо использовать его магнитомеханическую характеристику (ММХ) [6].

ММХ представляет зависимости магнитных потокосцеплений обмоток и пространственных векторов электромагнитных моментов (сил), действующих на подвижные части ЭМПЭ, как функции от токов в обмотках и координат подвижных частей (роторов):

$$\psi_j = \psi_j(i, \gamma), \quad \vec{M}_{ЭМ k} = \vec{M}_{ЭМ k}(i, \gamma), \quad (4)$$

Первая (магнитная) характеристика из ММХ (4) используется в уравнениях электрического равновесия контуров ЭМПЭ. Выполняя дифференцирование функций потокосцеплений $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$ по времени с учетом правил дифференцирования сложных функций, получим следующую совокупность уравнений цепей обмоток ЭМПЭ относительно искомого тока:

$$\sum_{k=1}^N \frac{\partial \psi_j}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} + \sum_{l=1}^L \frac{\partial \psi_j}{\partial \gamma_l} \omega_l + i_j r_j = u_j, \quad j = \overline{1, N} \quad (5)$$

где $\partial \psi_j / \partial i_k$ - динамические собственные (при $k = j$) и взаимные (при $k \neq j$) индуктивности обмоток; $\partial \psi_j / \partial \gamma_l$ - динамические коэффициенты ЭДС движения. Динамические параметры в системе уравнений (5) определяются численным дифференцированием зависимости $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$.

Вторая (механическая) характеристика из ММХ непосредственно используется в уравнениях механического равновесия подвижных частей ЭМПЭ для определения совокупности скоростей и пространственных координат подвижных частей. Электромагнитный момент можно определить как частную производную магнитной коэнергии ЭМПЭ по координате γ (вдоль направления предполагаемого перемещения подвижной части). Определяя коэнергию выражением

$$W_{KM} = \sum_{j=1}^N \left(\int_0^{i_j} \psi_j(i, \gamma) di_j \right), \quad (6)$$

получим следующую формулу для определения момента, обуславливающего перемещение подвижной части вдоль m -ой координаты:

$$M_m = - \frac{\partial W_{KM}}{\partial \gamma_m} = - \sum_{j=1}^N \left(\int_0^{i_j} \frac{\partial \psi_j}{\partial \gamma_l} di_j \right) \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что расчет электромагнитного момента связан с интегрированием динамических коэффициентов ЭДС движения.

Как правило, заранее ММХ ЭМПЭ не известна и возникает задача по ее определению. При этом, как показано выше, особое значение имеет определение зависимости $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$, поскольку в ней содержится информация не только о нелинейности характеристик ЭМПЭ, но и об их изменении при перемещении подвижных частей.

В значительной степени структуру ЦПММ и методы ее численного решения определяет вид уравнения электромагнитного поля в активной зоне преобразователя. Для широкого класса ЭМПЭ распределение электромагнитного поля в активной зоне можно с высокой достоверностью описать стационарным уравнением Пуассона:

$$\vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{J}_{стор} \quad (8)$$

где A - векторный магнитный потенциал; μ - магнитная проницаемость; $\vec{J}_{стор}$ - плотность сторонних токов. К таким преобразователям относятся ЭМПЭ с шихтованными магнитопроводами и сосредоточенными многовитковыми обмотками, намотанными из тонкого провода малого поперечного сечения. В отличие от уравнений цепей обмоток, уравнение Пуассона не зависит от времени, а его решение определяется мгновенными значениями источников поля - токами в обмотках, и геометрией расчетной области, которая изменяется вследствие изменения координат подвижных частей ЭМПЭ. Поэтому при численной реализации ЦПММ таких преобразователей целесообразно развивать методы, использующие принцип раздельного решения цепной и полевой подсистем ЦПММ. Такой подход позволяет существенно сэкономить вычислительные затраты при решении задачи и обеспечить широкое внедрение цепи - полевых методов анализа в практику научных и инженерных расчетов.

Другой класс преобразователей представляют ЭМПЭ, имеющие электропроводные массивные части с индуцированными токами, которые принимают непосредственное участие в электромеханическом преобразовании энергии. Массивную электропроводную часть ЭМПЭ можно рассматривать как вторичную обмотку, которая из-за явления диффузии электромагнитного поля в электропроводную среду не имеет четко выраженной геометрической конфигурации. В динамическом режиме вследствие изменения толщины скин - слоя меняется глубина проникновения токов в среду и в результате существенно меняются интегральные характеристики ЭМПЭ. Электромагнитное поле в активной зоне таких преобразователей описывается следующим нестационарным уравнением в частных производных:

$$\vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \gamma (\vec{V} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})) = \vec{J}_{стор} \quad (9)$$

где γ - электропроводность; \vec{V} - скорость движения среды относительно источника поля. Для решения нестационарного уравнения (8) требуются начальные условия. Численную реализацию ЦПММ таких ЭМПЭ необходимо проводить методами пошагового интегрирования во времени системы (1) - (3) взаимосвязанных дифференциальных уравнений цепей обмоток, движения и электромагнитного поля [4]. Ввиду большой размерности системы дифференциальных уравнений (СДУ), нелинейностью и жесткостью ее свойств, несимметричностью и отсутствием ленточной структуры матрицы СДУ численное решение встречает значительные трудности, связанные, прежде всего с высокой трудоемкостью вычислений. Во многих случаях даже применение высокопроизводительных ПЭВМ не обеспечивает эффективного решения. Поэтому, если по условиям задачи представляется возможным, целесообразно, используя эквивалентные замены вторичных распределенных обмоток со-

средоточенными обмотками с равномерно заданной по сечению плотностью тока, свести исходную задачу к более простой, электромагнитное поле в которой может быть описано уравнением (1).

Рассмотрим ЭМПЭ, электромагнитное поле которых можно описать уравнением Пуассона (8).

Методы решения ЦПММ таких ЭМПЭ по способу определения значений ММХ и динамических параметров можно разделить на две группы. К первой группе относятся методы, определяющие *текущие значения* ММХ и динамические параметры в процессе интегрирования во времени СДУ цепей обмоток. Ко второй группе – методы *предварительного определения* всей ММХ и динамических параметров и последующего использования найденных характеристик.

Среди методов первой группы следует отметить *метод поинтервальной аппроксимации* (МПА) [2,3]. В МПА весь анализируемый отрезок времени динамического процесса разбивается на ряд достаточно больших временных интервалов. Размеры каждого интервала выбираются такими, чтобы они в десятки раз превышали размеры временного шага, используемого для решения СДУ обмоток ЭМПЭ. Расчеты поля выполняются только на концах каждого текущего временного интервала. На основании расчетов поля внутри каждого интервала строятся аналитические выражения, аппроксимирующие функции $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$. Внутри интервалов численно решается СДУ цепей обмоток и движения роторов малой размерности. Алгоритмы МПА предусматривают на границах интервалов обмен данными и последовательную передачу управления от полевого решателя к решателю СДУ и наоборот. Этим достигается высокая вычислительная эффективность метода.

С помощью МПА решен ряд практически важных задач. Однако МПА не является универсальным методом. Кроме того, проблема рационального разбиения анализируемого отрезка на расчетные интервалы не формализуется и может решаться только эмпирическим путем.

Универсальным методом, относящимся ко второй группе методов решения ЦПММ, является *метод динамических характеристик* (МДХ). Полевыми методами выполняется совокупность расчетов магнитного поля и потокосцеплений обмоток при вариации заданных мгновенных значений токов и координат в диапазонах их предполагаемого изменения. По найденной совокупности узловых значений строятся зависимости $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$. В промежутках между расчетными узлами величины потокосцеплений определяются по интерполяционным формулам. Затем осуществляется численное дифференцирование найденных зависимостей и определение совокупности динамических параметров. Полученная таким образом расчетная информация формирует базу данных динамических параметров ЭМПЭ, к которой легко можно обратиться при решении СДУ.

Анализ ЭМПЭ с помощью МДХ дает наиболее достоверные результаты, но является чрезмерно трудоемким и информационно – избыточным. Последнее означает, что при расчете любого режима работы

ЭМПЭ используется весьма незначительная часть найденной зависимости $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$, соответствующая значениям i и γ , характерным для рассматриваемого режима работы.

В линейной классической теории ЭМПЭ выражения для потокосцеплений записываются в виде линейной комбинации произведений токов контуров и коэффициентов, которые могут зависеть только от координаты γ и являются статическими собственными и взаимными индуктивностями обмоток:

$$\psi_j(i, \gamma) = \sum_{k=1}^N M_{jk}(\gamma) \cdot i_k \quad (10)$$

В выражении (10) наряду с использованием принципа наложения реализуется также принцип разделения переменных. Однако предположение о пропорциональной зависимости токов и потокосцеплений не позволяет учесть нелинейность свойств ЭМПЭ, что снижает достоверность результатов моделирования.

Весьма продуктивным для уменьшения трудоемкости вычислений и учета нелинейности является представление зависимости $\psi_j = \psi_j(i, \gamma)$ в виде суммы произведений отдельных функций, каждая из которых зависит только от одной переменной:

$$\psi_j(i, \gamma) = \sum_{k=1}^N \varphi_j(i_k) \cdot \xi_{jk}(\gamma) \quad (11)$$

где $\varphi_j(i_k)$ – нелинейные зависимости потокосцеплений j -ой обмотки от тока k -ой обмотки при отсутствии токов в остальных обмотках ЭМПЭ; $\xi_{jk}(\gamma)$ – безразмерные функции, характеризующие изменение потокосцепления j -ой обмотки при перемещении подвижной части при условии неизменности заданного тока в k -ой обмотке и отсутствии токов в остальных обмотках. Эти функции удобно определить в виде отношения $\xi_{jk}(\gamma) = \psi_j(i_k, \gamma) / \psi_j(i_k, \gamma_0)$, где γ_0 – значение координаты подвижной части, при котором потокосцепление $\psi_j(i_k, \gamma_0)$ имеет максимальное значение; $i_k = \text{colon}(0, \dots, i_k, \dots, 0)$.

Выражение (11) обобщает классическую формулу (10). Если предположить $\varphi_j(i_k) = a_j \cdot i_k$, где $a_j = \text{const}$, то имеем $M_{jk}(\gamma) = a_j \cdot \xi_{jk}(\gamma)$ и выражение (11) сводится к формуле (10).

Динамические параметры ЭМПЭ легко найти, дифференцируя (11) по переменным i и γ :

$$\frac{\partial \psi_j}{\partial i_k} = \xi_{jk}(\gamma) \frac{\partial \varphi_j(i_k)}{\partial i_k}; \quad \frac{\partial \psi_j}{\partial \gamma_l} = \sum_{k=1}^N \varphi_j(i_k) \frac{\partial \xi_{jk}(\gamma)}{\partial \gamma} \quad (12)$$

Определение потокосцеплений по выражению (11) позволяет существенно сократить вычислительные затраты при расчете ММХ. Такое сокращение обусловлено использованием принципа разделения переменных, в соответствии с которым произвольная функция нескольких переменных ищется в виде произведения нескольких функций, каждая из которых зависит только от одной переменной. Цепи – полевой метод анализа ЭМПЭ на основе представления (11) называется *методом разделения переменных* (МРП).

РЕШЕНИЕ ЦПММ В СИСТЕМЕ “MATLAB – FEMLAB”.

Идеология и реализация цепно – полевого моделирования в системе “MATLAB – FEMLAB” ее разработчиками не предусматривалась. Тем не менее, наличие в комплексе необходимых инструментальных средств позволяет на его основе создать эффективную технологию построения и решения ЦПММ ЭМПЭ. Принципы построения такой технологии в системе “MATLAB – FEMLAB” представляет научный интерес, а ее практическая реализация открывает новые перспективы для широкого применения цепно – полевых методов моделирования при исследованиях и разработках ЭМПЭ.

В основе упомянутой системы лежит программный пакет “MATLAB”, содержащий язык программирования высокого уровня. Моделирование динамических систем можно выполнить: а) по программам, написанным пользователем на языке программирования MatLab; б) с помощью пакета расширения “SIMULINK”, в котором реализуется принцип визуально ориентированного моделирования. В последнем случае расчетная модель (S – модель) с помощью графической технологии drag-and-drop легко собирается из отдельных блоков в полной аналогии со структурной схемой моделируемой системы. S – модель представляет собой графическое отображение моделируемой системы, в которой реальные физические элементы заменены их математическими моделями, причем функциональные связи между элементами также обеспечиваются графическими средствами. Решаемая СДУ автоматически формируется в процессе соединения различных блоков S – модели, используя при этом возможности системы “MATLAB” в скрытой форме. Пользователь может выбрать подходящий метод решения СДУ и установить необходимые параметры метода.

Пакет расширения “FEMLAB” предназначен для моделирования физических полей различной природы методом конечных элементов (МКЭ). Пользователь с помощью интерфейса Model Navigator может выбрать пространственную размерность задачи (1D – одномерная, 2D – двумерная – и 3D – трехмерная), тип и ориентацию системы координат (декартова, цилиндрическая), тип зависимости неизвестных переменных от времени (стационарная, квазистационарная, нестационарная задача). Пользователь может указать порядок аппроксимирующих полиномов и др.

При решении задач в области электромагнетизма (Electromagnetics Module) реализуются все необходимые для моделирования функции: препроцессорные (построение и оптимизация сетки конечных элементов (СКЭ), задание физических характеристик материалов, граничных и начальных условий, источников поля и др.), процессорные (выбор параметров метода решения и расчет поля) и постпроцессорные (визуализация картин поля, определение значений полевых функций в заданных точках области). Построение нерегулярной СКЭ осуществляется сеточным генератором, позволяющим сгущать сетку в местах высокого градиента магнитного поля. При этом практически не ограничивается количество узлов СКЭ.

Пакет “FEMLAB” с помощью функции Export Simulink model позволяет экспортировать результаты расчета электромагнитного поля в написанную пользователем программу или в созданную предварительно расчетную S – модель системы. Моделирование динамического режима работы ЭМПЭ осуществляется в пакете “MATLAB”, а динамическая взаимосвязь полевых и цепных уравнений ЦПММ обеспечивается указанной функцией Export Simulink model.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЦЕПНО – ПОЛЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭМПЭ

Приведем отдельные результаты моделирования ЭМПЭ с использованием описанных выше методов МРП и МДХ. В качестве примера рассмотрим электромашинный генератор импульсов тока (ЭГИТ) вращающегося типа, предназначенный для генерирования мощных однополярных импульсов тока [5]. В процессе работы ЭГИТ периодически переходит из режима холостого хода в режим короткого замыкания и наоборот. Электромагнитные связи обмоток ЭГИТ являются существенно нелинейными из-за резкого изменения магнитного состояния магнитопровода – от сильно насыщенного (в режиме холостого хода) до полностью размагниченного (в режиме короткого замыкания). Поэтому для получения достоверных результатов моделирования необходимо использовать динамические параметры.

СДУ цепи обмоток и движения ротора имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{\omega \cdot (\partial\Psi/\partial\gamma) + i \cdot (r + R_n)}{\partial\Psi/\partial\gamma + L_n}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{i}{2J} \cdot \frac{\partial\Psi}{\partial\gamma}, \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega \end{cases} \quad (13)$$

где $\omega = \frac{d\gamma}{dt}$, $\frac{\partial\Psi}{\partial i}$, $\frac{\partial\Psi}{\partial\gamma}$ – соответственно угловая частота вращения ротора, динамическая индуктивность, динамический коэффициент ЭДС вращения; J – момент инерции ротора; r – собственное активное сопротивление обмотки; R_n, L_n – активное сопротивление и индуктивность нагрузки. ЭГИТ выполняется с шихтованным магнитопроводом и распределение электромагнитного поля в его активной зоне можно описывать стационарным уравнением Пуассона (8).

Для решения ЦПММ ЭГИТ применялись МДХ и МРП.

Процесс решения ЦПММ ЭГИТ состоит из двух этапов. При использовании МДХ, на первом этапе в системе FEMLAB рассчитывается зависимость ММХ $\Psi_j = \Psi_j(i, \gamma)$. После получения на ее основе динамических параметров $\frac{\partial\Psi}{\partial\gamma} = f(\gamma, i)$, $\frac{\partial\Psi}{\partial i} = f(i, \gamma)$ в системе MATLAB решается СДУ (13).

При использовании МРП ММХ и параметры находятся на основании выражений (11), (12). На рис. 1

и рис. 2 показаны расчетные зависимости динамических параметров ЭГИТ, который имеет следующие исходные данные: число пар полюсов – 2, внешний диаметр – 220 мм, активная длина – 300 мм, размеры пазов статора и ротора – $55 \times 10 \text{ мм}^2$, число витков в пазу – 22. Расчет поля выполнялся в двухмерном приближении методом конечных элементов, причем в расчетной сетке число узлов равнялось 10291, число элементов – 20512.

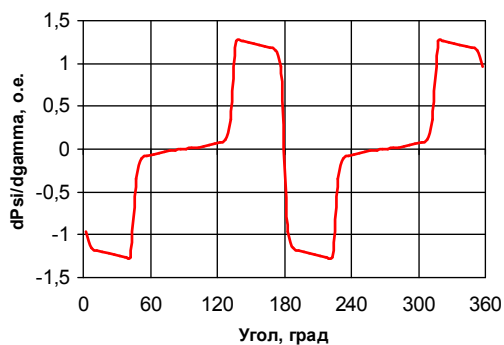


Рис. 1. Зависимость динамического коэффициента $\frac{d\psi}{d\gamma}$ от угла поворота ротора

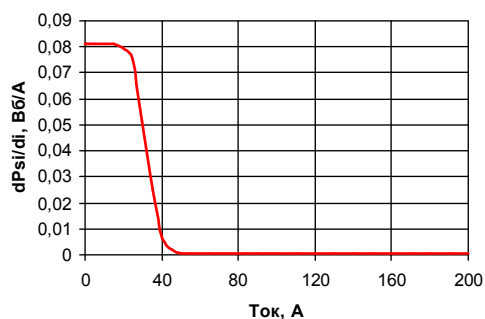


Рис. 2. Зависимость динамической индуктивности $\frac{d\psi}{di}$ от тока

На рис.3 показаны расчетные зависимости серии импульсов тока ЭГИТ при сопротивлениях обмотки и нагрузки 0,09 Ом, полученные по МДХ и МРП.

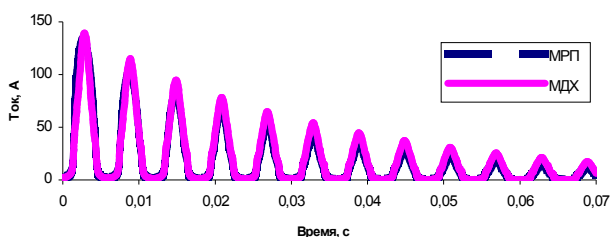


Рис. 3. Временные зависимости тока ЭГИТ

Из рис.3 видно, что форма и характер затухания импульсов тока, рассчитанных двумя методами, практически не отличаются, но имеют несколько различные амплитуды. Амплитуда тока, полученная по МРП на 7% меньше амплитуды импульса тока, рассчитанного по МДХ, который можно рассматривать как более точный.

С помощью МРП выполнялось моделирование динамических режимов ряда других ЭМПЭ – внезапного короткого замыкания явнополюсного синхронного генератора, пуска асинхронного двигателя, исследовались характеристики ЭМПЭ нетрадиционной конструкции, имеющих шихтованные магнитопроводы.

Метод разделения переменных показал достаточную надежность и приемлемую достоверность результатов, что в сочетании с малой трудоемкостью и высокой скоростью вычисления делает его одним из наиболее перспективных методов численной реализации ЦПММ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка эффективных методов решения ЦПММ и создание соответствующих средств программного обеспечения стимулирует широкое применение цепно – полевых методов моделирования ЭМПЭ в практике научных и инженерных расчетов. Эффективным методом решения ЦПММ для ЭМПЭ, электромагнитное поле которых описывается стационарным уравнением, является МРП. Практическую численную реализацию ЦПММ удобно осуществлять в системе “MATLAB – FEMLAB”.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Васьковский Ю.Н. Перспективы моделирования динамических режимов электромеханических преобразователей на основе цепно – полевых методов - “Электротехника і електромеханіка”, №1, 2003, с.23 – 25.
- [2] Васьковский Ю.Н. Метод расчета дифференциальных параметров и динамических процессов электромеханических преобразователей на основе анализа электромагнитного поля // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1991. - №2. - С.59-65.
- [3] Васьковский Ю.Н. Моделирование электромеханических преобразователей с нелинейными электромагнитными связями на основе анализа электромагнитного поля // Изв. Вузov Электромеханика.-1992. - №5.- С.11-17.
- [4] Васьковский Ю.Н., Шинкаренко В.Ф. Математическое моделирование и исследование многороторных электромеханических преобразователей // Техническая электродинамика. - 2001. - №2.- С.41 - 46.
- [5] Васьковский Ю.Н. Моделирование электромашинного генератора импульсов тока с учетом нелинейности его электромагнитных связей // Техническая электродинамика.-1992.-№3. - С.61 - 67.
- [6] Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей – Киев: Наукова думка.- 1979. - 206с.

Поступила 30.08.2003